

COMPARACIÓN DE UN MODELO PARA LA PROPAGACIÓN DEL HÁBITO DE CONSUMO DE MARIHUANA CON DATOS DEL MINISTERIO DE SALUD DE COLOMBIA

JEFERSON ALEJANDRO MORENO ALONSO
Director: NÉSTOR ORLANDO FORERO DÍAZ

UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

21 de noviembre de 2016 

Contenido

1 INTRODUCCIÓN

2 OBJETIVO GENERAL

3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

4 PRELIMINARES

- Suavización exponencial simple
- Método Arima de pronóstico (promedios móviles)
- Fórmula de Runge-Kutta de tercer orden
- Teorema de existencia y unicidad

5 Datos relevantes del artículo

- Datos relevantes del artículo
- Lemas del artículo

6 Estudio de los informes seriadados y obtención de los valores de



INTRODUCCIÓN

El siguiente trabajo se construye con base en el artículo encontrado en [1], Sobre el cual se estudiará la consistencia o la coherencia con la realidad de la ecuación diferencial mencionada allí, esto se realizara de la siguiente manera, primero se hará una proyección con los datos de los informes [2] y [3] a través de un paquete estadístico (STATGRAPHICS Centurión) y empleando un método estándar de pronóstico; En segunda instancia se realizara la comparación de esta proyección con la proyección de la ecuación diferencial del artículo [1], obtenida mediante Octave y empleando un método numérico Runge-Kutta de tercer orden, para verificar su coherencia con la realidad



OBJETIVO GENERAL

Verificar si la ecuación diferencial del artículo [1] es coherente o consistente con la realidad colombiana reflejada por las poblaciones que presentan el hábito de consumo de marihuana.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 1** Estudiar y definir las relaciones entre los parámetros de la ecuación diferencial propuesta en el artículo[1].
- 2** Modelar numéricamente un fenómeno que afecta la vida cotidiana.
- 3** Emplear el método de aproximación numérica Runge-Kutta de tercer orden para hallar la solución aproximada de la ecuación diferencial y comparar los datos arrojados por esta con el pronóstico de los datos reales obtenidos de los informes de consumo de sustancias psicoactivas en Colombia[2] y [3].



Suavización exponencial simple

La ponderación exponencial o suavizado exponencial, es otra técnica destinada a estabilizar la serie, eliminando en lo posible la influencia del componente aleatorio. Para ello se construye una nueva serie, la serie suavizada S_t , a partir de los datos iniciales, Y_t , de manera que:

$$S_t = \lambda Y_t + (1 - \lambda)S_{t-1}, \quad \text{con } 0 < \lambda < 1$$

Para que la serie suavizada quede definida, es necesario concretar los valores de S_0 , que generalmente se considera igual a Y_1 , y el del coeficiente de ponderación λ .



Método Arima de pronóstico (promedios móviles)

un proceso estocástico (y_t) es integrado de orden d ($d \geq 0$ entero) si y solo si (y_t) sigue un modelo autor regresivo integrado de media móvil de orden (p,d,q) , o ARIMA(p,d,q) del tipo

$$\phi(B)\Delta^d Y_t = \mu + \theta(B)A_t$$

Para todo $t=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ donde las raíces de las ecuaciones $\phi(x) = 0$ y $\theta(x) = 0$ están fuera del círculo unitario.

Fórmula de Runge-Kutta de tercer orden

Mediante el desarrollo de $y(x_n + h)$ pero integrando por Simpson:

$$\int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x, y(x)) dx \simeq \frac{h}{3} (f(x_n, y_n) + 4f(x_{n+\frac{1}{2}}, \bar{y}_{n+\frac{1}{2}}) + f(x_{n+1}, y_{n+1}))$$

se resume el método de Runge-Kutta de tercer orden así:

$$k_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$k_2 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = hf(x_n + h, y_n - k_1 + 2k_2)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)$$



Teorema de existencia y unicidad

Para verificar la existencia y unicidad de las soluciones de la ecuación diferencial se debe acotar

$$V' = F(v, t)$$



Teorema de existencia y unicidad

Para estó

$$V_1 = V_{10} + \int_0^t \Lambda \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_4 & 0 & 0 \\ 0 & K_5 & K_6 & 0 \\ K_7 & K_8 & K_9 & K_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ C \\ A \\ R \end{bmatrix} + (K_1 CS +$$

$$K_2 AS) \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} dt, \quad V_2 = V_{20} + \int_0^t \Lambda \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} K_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_4 & 0 & 0 \\ 0 & K_5 & K_6 & 0 \\ K_7 & K_8 & K_9 & K_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_2 \\ C_2 \\ A_2 \\ R_2 \end{bmatrix} + (K_1 C_2 S_2 + K_2 A_2 S_2) \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} dt$$





Teorema de existencia y unicidad

$$V_2 - V_1 = V_{20} - V_{10} + \int_0^t \begin{bmatrix} K_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_4 & 0 & 0 \\ 0 & K_5 & K_6 & 0 \\ K_7 & K_8 & K_9 & K_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_2 - S \\ C_2 - C \\ A_2 - A \\ R_2 - R \end{bmatrix} + (((K_1 C_2 S_2 + K_2 A_2 S_2) - (K_1 C S + K_2 A S)) \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} dt$$



Teorema de existencia y unicidad

*

$$\left\| \begin{array}{c} S_2 - S \\ C_2 - C \\ A_2 - A \\ R_2 - R \end{array} \right\|_{\infty} \leq M_3$$

$$* \|V_1 - V_2\|_{\infty} \leq$$

$$\|V_{10} - V_{20}\|_{\infty} + \int_0^t \left[\left\| \begin{array}{cccc} K_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_4 & 0 & 0 \\ 0 & K_5 & K_6 & 0 \\ K_7 & K_8 & K_9 & K_{10} \end{array} \right\| + M \right] \|V_1 - V_2\|_{\infty}$$



Datos relevantes del artículo

S(t) Personas susceptibles (personas que no fuman).

C(t) Fumadores ocasionales (fuman de vez en cuando pero no son adictos).

A(t) Fumadores adictos (abusadores de la sustancia).

R(t) Exfumador (adultos que deciden no fumar, además se asume que no recaerá).

Nuestra población total esta descrita por:

$$N(t) = S(t) + C(t) + A(t) + R(t)$$



Datos relevantes del artículo

Al variar con el tiempo esta ecuación diferencial se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\dot{S} = \Lambda - \left(\frac{B_1 CS}{N}\right) - \left(\frac{B_2 AS}{N}\right) - dS - u_1 S$$

$$\dot{C} = \left(\frac{B_1 CS}{N}\right) + \left(\frac{B_2 AS}{N}\right) - KC - u_2 C - dC$$

$$\dot{A} = KC - u_3 A - dA - \delta A$$

$$\dot{R} = u_1 S + u_2 C + u_3 A - dR$$

Donde para las anteriores ecuaciones se tiene que

$$\dot{N} = \Lambda - Nd - \delta A$$

Lemas del artículo

1 (Lema 2.1)

La Región R_+^4 es positivamente invariante para el modelo (2.2) (es decir el modelo no arroja o predice valores negativos para las variables de estado en cualquier momento futuro)

2 (Lema 2.2)

La región Ω es un atractor y atrae a todas las soluciones de partida en el interior de la ortante positiva R_+^4 tomado de [1].

Estudio de los informes seriad

- Correspondiente a los datos del 2008 se tiene:

. Distribución de la muestra según grupos de edad (años),2008			
grupos de edad	tamaño de la muestra	poblacion representada	%
12--17	4.281	3.169.470	16.04
18--24	4.881	3.510.202	17.76
25--34	6.351	4.316.560	21.84
35--44	5.466	3.993.400	20.20
45--65	8.185	4.775.167	24.16
total	29.164	19.764.799	100

Figura: Distribución de la muestra según grupos de edad



Estudio de los informes seriadados

Consumo reciente (prevalencia último año) de marihuana según grupos de edad (años),2008				
Grupos de edad	%	Intervalo de confianza	Número de consumidores	Intervalo de confianza (casos)
12--17	2.72	1.91 - 3.53	86.165	60.537 - 111.882
18--24	5.03	4.04 - 6.02	176.558	141.812 - 211.314
25-34	3.17	2.17 - 4.17	136.949	93.669 - 180.001
35-44	0.98	0.51 - 1.44	39.075	20.366 - 57.505
45-65	0.21	0.10 - 0.31	9.983	4.775 - 14.803
Total	2.27	1.93 - 2.61	448.730	380.707 - 516.753

Figura: Prevalencia según grupos de edades



Estudio de los informes seriad

Porcentaje y número de casos de abuso y dependientes a la marihuana, en intervalos de 95% de confianza, según edad.

Grupos de edad	%	Intervalo de confianza	Número de consumidores	Intervalo de confianza (casos)
12-17	1.61	1.03 - 2.19	50.996	32.538 - 69.453
18-24	2.69	1.91 - 3.46	94.291	67.024 - 121.558
25-34	1.90	1.20 - 2.60	82.018	51.669 - 112.364
35-44	0.49	0.17 - 0.81	19.646	6.753 - 32.538
45-65	0.16	0.06 - 0.25	7.467	3.023 - 11.909
Total	1.29	1.04 - 1.54	254.418	380.707 - 303520

Figura: Casos de abuso y dependencia según grupos de edad

- Correspondiente a los datos del 2013 se tiene:

Distribución de la muestra según grupos de edad (años),2013			
grupos de edad	tamaño de la muestra	poblacion representada	%
12--17	3.431	3.334.952	14,3
18--24	5.163	3.991.607	17,12
25--34	7.256	5.014.973	21,51
35--44	6.101	4.274.359	18,33
45--65	10.654	6.701.569	28,74
total	32.605	23.317.460	100

Figura: Distribución de la muestra según grupos de edad

Estudio de los informes seriad

Consumo reciente (prevalencia último año) de marihuana según grupos de edad (años),2013

Grupos de edad	%	Intervalo de confianza	Número de consumidores	Intervalo de confianza (casos)
12--17	4,35	3,43 - 5,27	145.009	113.700 - 176.318
18--24	8,21	7,03 - 9,38	327.616	276.776 - 378.457
25-34	3,79	3,10 - 4,49	190.252	154.318 - 226.186
35-44	1,39	0,98 - 1,81	59.620	41.637 - 77.602
45-65	0,6	0,39 - 0,81	40.294	26.097 - 54.492
Total	3,27	2,94 - 3,60	762.791	684.185 - 841.397

Figura: Prevalencia según grupos de edades



Estudio de los informes seriadados

Porcentaje y número de casos de abuso y dependientes a la marihuana, en intervalos de 95% de confianza, según edad.

Grupos de edad	%	Intervalo de confianza	Número de consumidores	Intervalo de confianza (casos)
12--17	2,74	2.02 - 3.47	91.521	66.918 - 116.125
18--24	4,79	3.84 - 5.74	191.140	150.752 - 231.527
25-34	2,05	1.59 - 2.52	102.988	79.386 - 126.591
35-44	0,74	0.44 - 1.03	31.524	18.915 - 44.133
45-65	0,34	0.19 - 0.48	22.457	12.973 - 31.941
Total	1,89	1.65 - 2.13	439.630	382.882 - 496.378

Figura: Casos de abuso y dependencia según grupos de edad



División de los intervalos de edades

Los intervalos con los que se realizó el estudio son particiones de los intervalos que se toman los informes [1] y [2], los cuales son:

$$[18 - 24] \rightarrow [18 - 20], [20 - 24]$$

$$[25 - 34] \rightarrow [25 - 29], [30 - 34]$$

$$[35 - 44] \rightarrow [35 - 39], [40 - 44]$$

$$[45 - 65] \rightarrow [45 - 49], [50 - 54], [55 - 65]$$



Pronóstico de los datos reales realizado con Statgraphics

¿Como se obtuvieron los datos para el pronóstico con Statgraphics?

año	% de poblacion consumidora con caso de abuso y dependencia
1981	2,69
1990	1,9
1999	0,49
2008	0,16

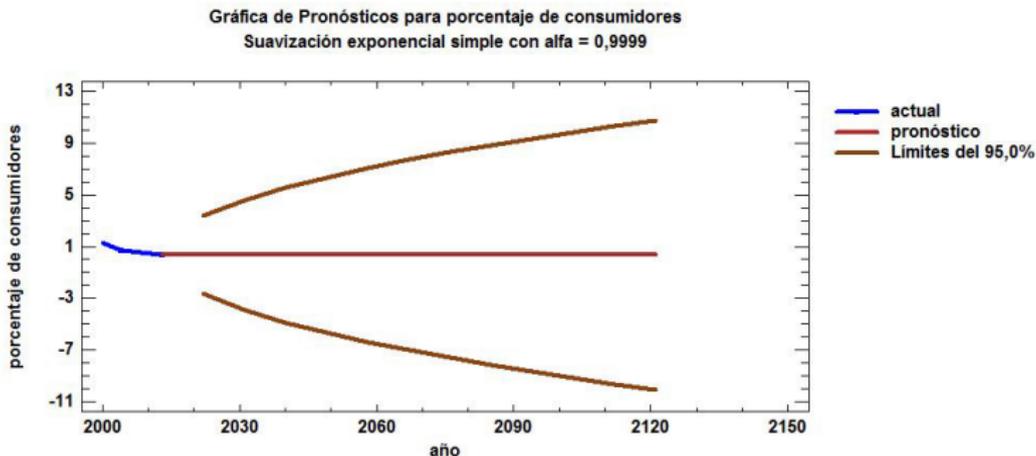
Pronóstico de los datos reales realizado con Statgraphics

año	% de poblacion consumidora con caso de abuso y dependencia
1986	4,79
1995	2,05
2004	0,74
2013	0,34



Pronóstico de los datos reales realizado con Statgraphics

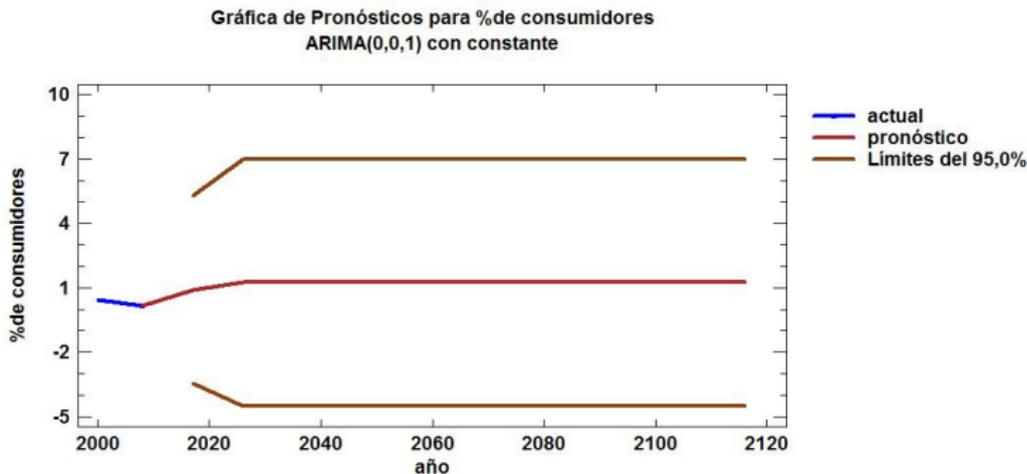
Proyección con Statgraphics 2013





Pronóstico de los datos reales realizado con Statgraphics

Proyección con Statgraphics 2008





Comportamiento de la población fumadora con caso de abuso y dependencia

Comportamiento de la población fumadora con caso de abuso y dependencia

Se analiza el comportamiento de la población fumadora con caso de abuso y dependencia mediante la función marginal

$$m = ((x_f - x_i)/x_i) * 100$$

Comportamiento de la población fumadora con caso de abuso y dependencia

Mediante la función marginal se obtiene la siguiente tabla:

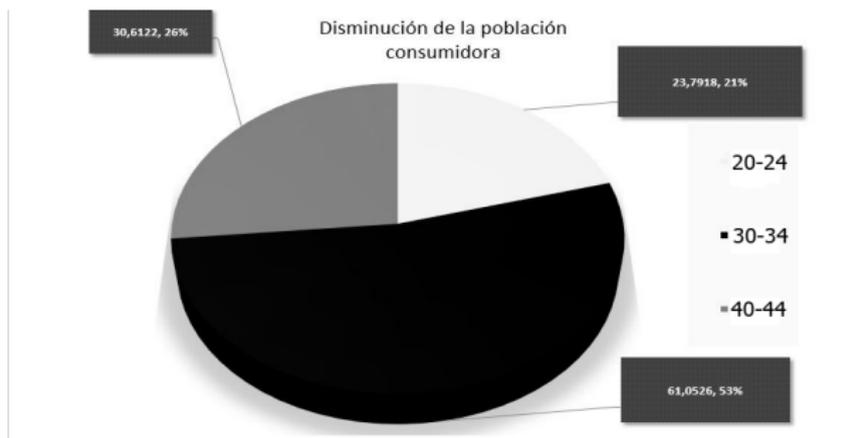
intervalos 2008		intervalos 2013		%FUMADORES CON ABUSO Y DEPENDENCIA 2008	%FUMADORES CON ABUSO Y DEPENDENCIA 2013	PORCENTAJE DE CRECIMIENTO POBLACIONAL	marginal
20	24	20	24	2,69	4,79	43,84133612	-23,791822
25	29	25	29	1,9	2,05	7,317073171	7,89473684
30	34	30	34	1,9	2,05	7,317073171	-61,052632
35	39	35	39	0,49	0,74	33,78378378	51,0204082
40	44	40	44	0,49	0,74	33,78378378	-30,612245
45	49	45	49	0,16	0,34	52,94117647	112,5
50	54	50	54	0,16	0,34	52,94117647	112,5
55	65	55	65	0,16	0,34	52,94117647	-100

Figura: Tabla de marginales



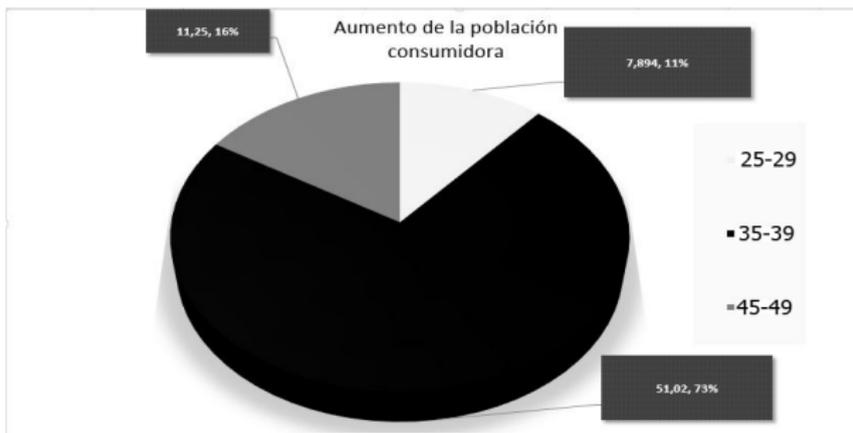
Comportamiento de la población fumadora con caso de abuso y dependencia

En la cual se tiene que hay disminuciones de la comunidad consumidora para el año 2013 con respecto a los intervalos de edades (2008) las cuales son:



Comportamiento de la población fumadora con caso de abuso y dependencia

Hay aumentos de la comunidad consumidora para el año 2013 con respecto a los intervalos de edades (2008) los cuales son

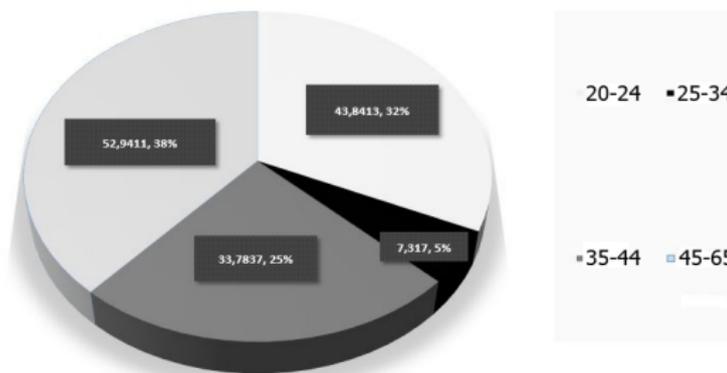




Comportamiento de la población fumadora con caso de abuso y dependencia

Hay porcentajes de crecimiento poblacional para la comunidad consumidora del año 2013 con respecto a los intervalos de edades de 2008 los cuales son

PORCENTAJE DE CRECIMIENTO POBLACIONAL





Comportamiento de la población por su clasificación

Comportamiento de la población por su clasificación (índices)

- Índice (I_f)

$$I_f = \frac{P_f}{P_t}$$

- Índice de población no consumidora (no fumadora o exfumadora)

- Índice (I_o)

$$I_o = \frac{P_o}{P_t}$$

$$I_s = \frac{P_s}{P_t}$$

Comportamiento de la población por su clasificación

intervalos de edad 2008		intervalos de edad 2013		INDICE DE FUMADORES CON ABUSO Y DEPENDENCIA(2008)	INDICE DE FUMADORES CON ABUSO Y DEPENDENCIA(2013)	INDICE DE FUMADORES CON CONSUMO MENOR O IGUAL A UN AÑO(2008)	INDICE DE FUMADORES CON CONSUMO MENOR O IGUAL A UN AÑO(2013)	INDICE DE POBLACION NO CONSUMIDORA (NO FUMADOR O EXFUMADOR)(2008)	INDICE DE POBLACION NO CONSUMIDORA (NO FUMADOR O EXFUMADOR)(2013)
20	24	20	24	0,151463964	0,27978972	0,283220721	0,479556075	0,565315315	0,240654206
25	29	25	29	0,086996337	0,09530451	0,14514652	0,176197118	0,767857143	0,728498373
30	34	30	34	0,086996337	0,09530451	0,14514652	0,176197118	0,767857143	0,728498373
35	39	35	39	0,024257426	0,040370977	0,048514851	0,075831969	0,927227723	0,883797054
40	44	40	44	0,024257426	0,040370977	0,048514851	0,075831969	0,927227723	0,883797054
45	49	45	49	0,006622517	0,011830202	0,008692053	0,020876827	0,98468543	0,967292971
50	54	50	54	0,006622517	0,011830202	0,008692053	0,020876827	0,98468543	0,967292971
55	65	55	65	0,006622517	0,011830202	0,008692053	0,020876827	0,98468543	0,967292971



Comportamiento de la población por su clasificación

$$I_f + I_o + I_s = 1$$

Donde cada índice se toma para un mismo intervalo de edad.

intervalos de edad 2008	intervalos de edad 2013	INDICE DE FUMADORES CON ABUSO Y DEPENDENCIA (2008)	INDICE DE FUMADORES CON ABUSO Y DEPENDENCIA (2013)	INDICE DE FUMADORES CON CONSUMO MENOR O IGUAL A UN AÑO(2008)	INDICE DE FUMADORES CON CONSUMO MENOR O IGUAL A UN AÑO(2013)	INDICE DE POBLACION NO CONSUMIDORA (NO FUMADOR O EXFUMADOR)(2008)	INDICE DE POBLACION NO CONSUMIDORA (NO FUMADOR O EXFUMADOR)(2013)	sumatoria de los índices 2008	sumatoria de los índices 2013
20 24	20 24	0,151463964	0,27978972	0,283220721	0,479556075	0,565315315	0,240654206	1	1
25 29	25 29	0,086996337	0,09530451	0,14514652	0,176197118	0,767857143	0,728498373	1	1
30 34	30 34	0,086996337	0,09530451	0,14514652	0,176197118	0,767857143	0,728498373	1	1
35 39	35 39	0,024257426	0,040370977	0,048514851	0,075831969	0,927227723	0,883797054	1	1
40 44	40 44	0,024257426	0,040370977	0,048514851	0,075831969	0,927227723	0,883797054	1	1
45 49	45 49	0,006622517	0,011830202	0,008692053	0,020876827	0,98468543	0,967292971	1	1
50 54	50 54	0,006622517	0,011830202	0,008692053	0,020876827	0,98468543	0,967292971	1	1
55 65	55 65	0,006622517	0,011830202	0,008692053	0,020876827	0,98468543	0,967292971	1	1



Comportamiento de la población por su clasificación

- Marginal con respecto al porcentaje de población fumadora con abuso y dependencia la cual está dada por:

$$M_{P_f} = \left(\frac{P_{ff} - P_{fi}}{P_{fi}} \right) * 100$$

- Marginal con respecto al porcentaje de población fumadora con consumo menor o igual a un año la cual está dada por:

$$M_{P_o} = \left(\frac{P_{of} - P_{oi}}{P_{oi}} \right) * 100$$

- Marginal con respecto al porcentaje de población no consumidora (no fumadora o exfumadora) la cual está dada por:

$$M_{P_s} = \left(\frac{P_{Sf} - P_{Si}}{P_{Si}} \right) * 100$$

Comportamiento de la población por su clasificación

INTERVALOS DE EDAD 2008	INTERVALOS DE EDAD 2013	%FUMADORES CON ABUSO Y DEPENDENCIA 2008	%FUMADORES CON ABUSO Y DEPENDENCIA 2013	Marginal del porcentaje de población fumadora con abuso y	%FUMADORES CON CONSUMO MENOR O IGUAL A UN AÑO(2008)	%FUMADORES CON CONSUMO MENOR O IGUAL A UN AÑO(2013)	Marginal del porcentaje de población con consumo menor o igual a un año	%POBLACION NO CONSUMIDORA (NO FUMADOR O EXFUMADOR) (2008)	%POBLACION NO CONSUMIDORA (NO FUMADOR O EXFUMADOR) (2013)	Marginal del porcentaje de población no consumidora (no fumador o exfumador)
20 - 24	20 - 24	2,69	4,79	-23,79182156	5,03	8,21	-24,65208748	10,4	4,12	50,67307692
25 - 29	25 - 29	1,9	2,05	7,894736842	3,17	3,79	19,55835962	16,77	15,67	-6,559332141
30 - 34	30 - 34	1,9	2,05	-61,05263158	3,17	3,79	-56,15141956	16,77	15,67	-3,398926655
35 - 39	35 - 39	0,49	0,74	51,02040816	0,98	1,39	41,83673469	18,73	16,2	-13,50774159
40 - 44	40 - 44	0,49	0,74	-30,6122449	0,98	1,39	-38,7755102	18,73	16,2	48,42498665
45 - 49	45 - 49	0,16	0,34	112,5	0,21	0,6	185,7142857	23,79	27,8	16,85582177
50 - 54	50 - 54	0,16	0,34	112,5	0,21	0,6	185,7142857	23,79	27,8	16,85582177
55 - 65	55 - 65	0,16	0,34	-100	0,21	0,6	-100	23,79	27,8	-100



Obtención de los datos reales para el pronóstico

Se analiza la proporción y el porcentaje de migración poblacional mediante la siguiente función:

$$M_P = \frac{P_f - P_i}{P_i}$$



Obtención de los datos reales para el pronóstico

	intervalo de edad 20-24 (2008)	25-29(2013)					
POBLACION	%	%FUMADORES CON ABUSO Y DEPENDENCIA	proporción de migración	%FUMADORES CON CONSUMO MENOR O IGUAL A UN AÑO	proporción de migración	%POBLACION NO CONSUMIDORA (NO FUMADOR O EXFUMADOR)	proporción de migración
CON ABUSO Y DEPENDENCIA	0,1514	0,2798	0,04236172	0,4795	0,0725963	0,2406	0,03642684
CON CONSUMO MENOR O IGUAL A UN AÑO	0,2832	0,2798	0,07923936	0,4795	0,1357944	0,2406	0,06813792
NO CONSUMIDORA (NO FUMADOR O EXFUMADOR)	0,5653	0,2798	0,15817094	0,4795	0,27106135	0,2406	0,13601118

Figura: Migración poblacional para el intervalo de edad (20-24)

Obtención de los datos reales para el pronóstico

	intervalo de edad 25-29 (2008)	30-34(2013)					
	%	%FUMADORES CON ABUSO Y DEPENDENCIA	proporción de migración	%FUMADORES CON CONSUMO MENOR O IGUAL A UN AÑO	proporción de migración	%POBLACION NO CONSUMIDORA (NO FUMADOR O EXFUMADOR)	proporción de migración
POBLACION							
CON ABUSO Y DEPENDENCIA	0,0869	0,0953	0,00828157	0,1761	0,01530309	0,7284	0,06329796
CON CONSUMO MENOR O IGUAL A UN AÑO	0,1451	0,0953	0,01382803	0,1761	0,02555211	0,7284	0,10569084
NO CONSUMIDORA (NO FUMADOR O EXFUMADOR)	0,7678	0,0953	0,07317134	0,1761	0,13520958	0,7284	0,55926552

Figura: Migración poblacional para el intervalo de edad (25-29)

Obtención de los datos reales para el pronóstico

de las anteriores tablas se tiene que:

variable	descripcion	ecuacion	valor
Δ	tasa de reclutamiento en la clase S	$\frac{\sum_{i=1}^n MS_i}{n}$	0,0458954
d	tasa de mortalidad por edad o muerte	$\frac{1}{E_B - E_A}$	0,0213
B1	tasa de propagacion del habito de fumar marihuana para aumentar la clase C	$\frac{\sum_{i=1}^n MO_i}{n}$	0,0494354
B2	tasa de propagacion del habito de fumar marihuana para aumentar la clase A	$\frac{\sum_{i=1}^n MA_i}{n}$	0,0311052
K	tasa de avance de la categoria C a la categoria A	$\frac{a}{1-a} (d + u_2)$	0,0011711
u1	tasa de remocion efectiva para la clase S por unidad de tiempo	$\frac{\sum_{i=1}^n SO_i}{n}$	0,0849996
u2	tasa de rehabilitacion efectiva para la clase C por unidad de tiempo	$\frac{\sum_{i=1}^n OS_i}{n}$	0,0583512
u3	tasa de rehabilitacion efectiva para la clase A por unidad de tiempo	$\frac{\sum_{i=1}^n AS_i}{n}$	0,0334396
δ	tasa de muerte inducida por consumo de marihuana para los adictos	3,4xd	0,07242

Figura: Valores de las variables del sistema

Construcción del pronóstico de la ecuación diferencial del artículo con datos reales y respectiva comparación con el pronóstico de los datos reales de los informes

Construcción del pronóstico de la ecuación diferencial del artículo con datos reales

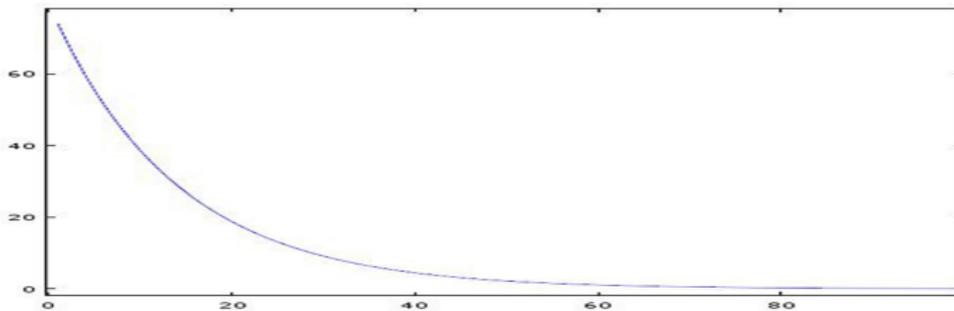


Figura: Predicción para el estado S con datos reales



Construcción del pronóstico de la ecuación diferencial del artículo con datos reales y respectiva comparación con el pronóstico de los datos reales de los informes

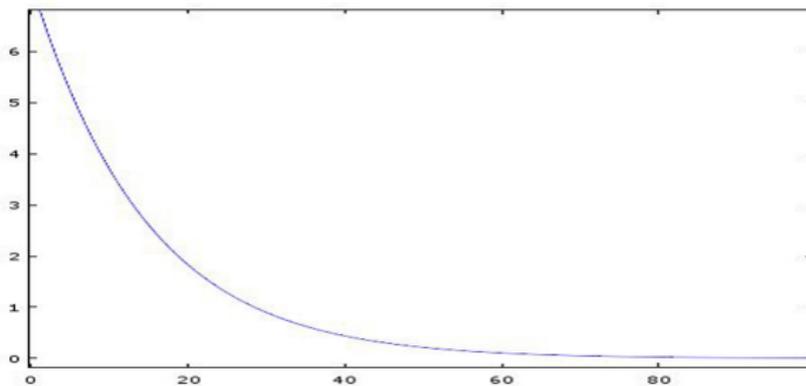


Figura: Predicción para el estado C con datos reales

Mediante el cual se observa como se comporta la población fumadora menor o igual a un año cuando varía el tiempo.



Construcción del pronóstico de la ecuación diferencial del artículo con datos reales y respectiva comparación con el pronóstico de los datos reales de los informes

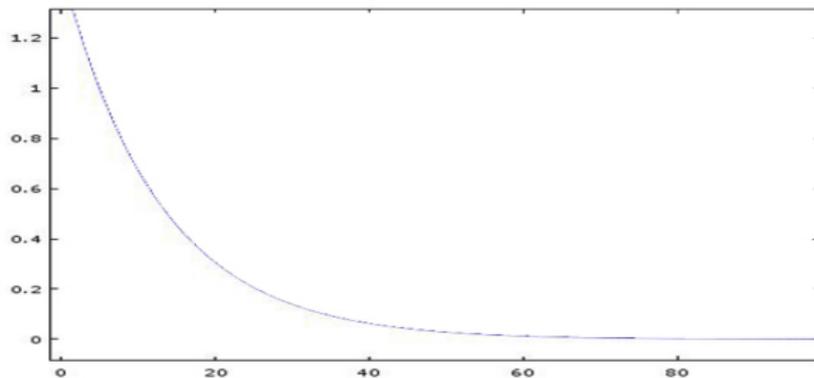


Figura: Predicción para el estado A con datos reales

Dónde se especifica como se comporta la población fumadora con abuso y dependencia cuando varía el tiempo.



Construcción del pronóstico de la ecuación diferencial del artículo con datos reales y respectiva comparación con el pronóstico de los datos reales de los informes

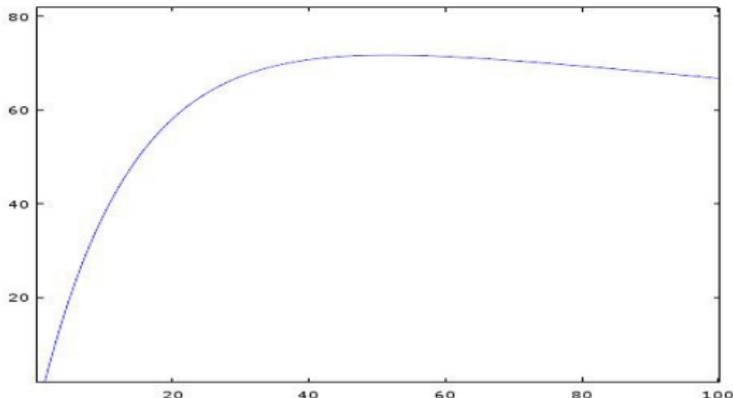


Figura: Predicción para el estado R con datos reales

Aquí se observa como se comporta la población exfumadora cuando varía el tiempo.

Comparación de los pronósticos

Observando la parte final de la gráfica sobre la predicción de la ecuación diferencial con datos reales obtenida mediante Octave se tiene

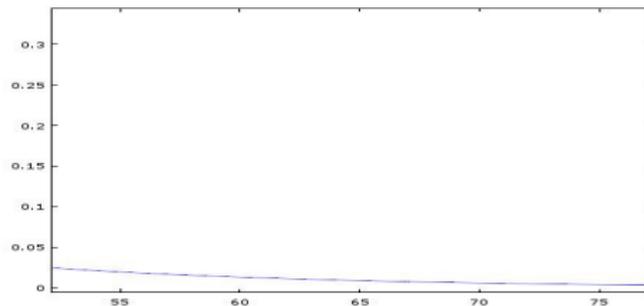


Figura: Predicción de la ecuación diferencial con datos reales para el estado A

Comparación de los pronósticos

Observando la gráfica del pronóstico obtenido con Statgraphics mediante el método ARIMA(0,0,1) se observa que

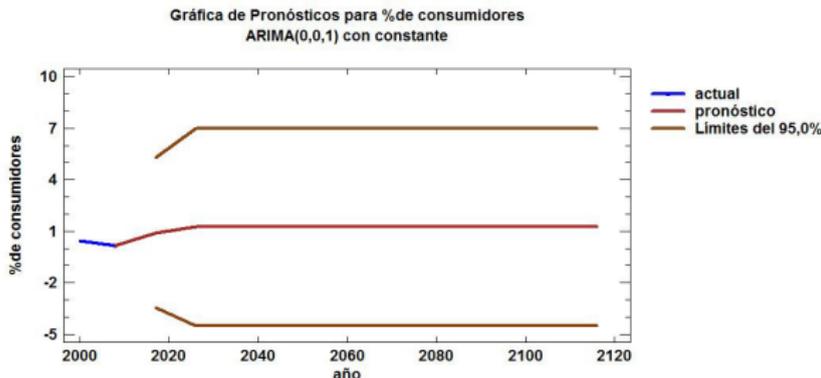


Figura: Pronóstico método ARIMA(0,0,1) datos del 2008

Comparación de los pronósticos

Encuanto a el pronostico de 2013, observando la parte final de la gráfica sobre la predicción de la ecuación diferencial con datos reales obtenida mediante Octave se tiene

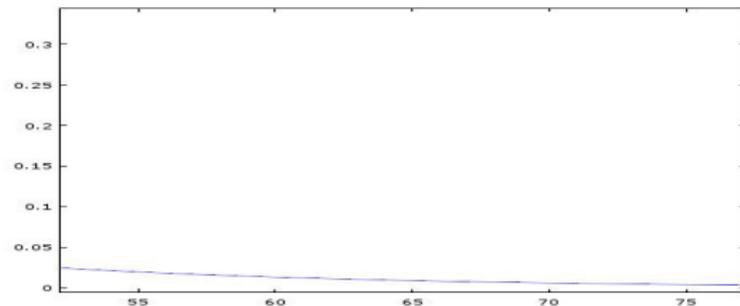


Figura: Predicción de la ecuación diferencial con datos reales para el estado A

Comparación de los pronósticos

Observando la gráfica del pronóstico obtenido con Statgraphics mediante el método suavización exponencial simple se encuentra que

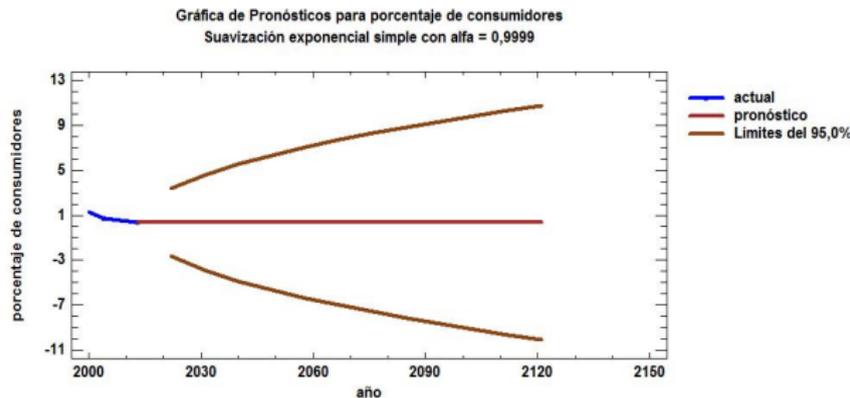


Figura: Pronóstico método suavización exponencial simple

Conclusiones

- Las gráficas, Pronóstico método suavización exponencial simple y Predicción de la ecuación diferencial con datos reales para el estado A, representan el comportamiento de la población consumidora con caso de abuso y dependencia en ellas se observa que el comportamiento de la población con el tiempo luego de crecer empieza a disminuir hasta estabilizarse, que es lo que sucede en la realidad, así la ecuación diferencial del artículo[1] tiene sentido o es consistente con la realidad.

1.

Comportamiento poblacional por intervalos de edades del tiempo transcurrido de 2008 a 2013

	Comportamiento poblacional por intervalos al variar el tiempo de 2008 a 2013	
	Aumento (en %)	Decremento (en%)
20-24	42,8685	
25-29	16,1798	
30-34		0,9776
35-39	7,0355	
40-44	67,8161	
45-49	40,342	
50-54	40,342	



2.

Comportamiento poblacional de personas con caso de abuso y dependencia por intervalos de edades del tiempo transcurrido de 2008 a 2013

	Comportamiento poblacional por intervalos al variar el tiempo de 2008 a 2013	
	Aumento (en %)	Decremento (en %)
20-24		23,7918
25-29	7,8947	
30-34		61,0252
35-39	51,0204	
40-44		30,6122
45-49	11,5	
50-54	11,5	

○
○
○
○
○○○○

○○
○

○○○○
○
○○
○○
○○○○
○○○○
○○○○
○○○○
○○○○
○○○○

3.

Comportamiento poblacional de personas con caso de consumo menor o igual a un año por intervalos de edades del tiempo transcurrido de 2008 a 2013

	Comportamiento poblacional por intervalos al variar el tiempo de 2008 a 2013	
	Aumento (en %)	Decremento (en %)
20-24		24,652
25-29	19,5583	
30-34		56,1514
35-39	41,8367	
40-44		38,7755
45-49	185,7142	
50-54	185,7142	

4.

Comportamiento poblacional de personas que no consumidoras por intervalos de edades del tiempo transcurrido de 2008 a 2013

	Comportamiento poblacional por intervalos al variar el tiempo de 2008 a 2013	
	Aumento (en %)	Decremento (en %)
20-24	50,673	
25-29		6,5593
30-34		3,3989
35-39		13,5077
40-44	48,4249	
45-49	16,8558	
50-54	16,8558	

Figura: Datos de no consumidores

Bibliografía

-  Tunde T. Yusuf. 31 December 2014. *Journal of Modeling, Simulation, Identification, and Control*. Columbia International Publishing.
-  Gobierno Nacional de la República de Colombia, a través del Ministerio de la Protección Social (MPS) y la Dirección Nacional de Estupefacientes (DNE).(2009). *ESTUDIO NACIONAL DE CONSUMO DE SUSTANCIAS PSICOACTIVAS EN COLOMBIA - 2008*.(pag 78).
-  Gobierno Nacional de la República de Colombia, a través del Ministerio de la Protección Social (MPS) y la Dirección

Nacional de Estupefacientes (DNE).(2014). *ESTUDIO NACIONAL DE CONSUMO DE SUSTANCIAS PSICOACTIVAS EN COLOMBIA - 2013*.(pag 78).



Montserrat Pepió Viñals, 2001. *series temporales*.(pag 65).Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL-Barcelona.



José Alberto Mauricio.(2013). *Introducción al análisis de series temporales*. Universidad complutense de Madrid(pag 95)



Ronald E. Walpole, Raymond H Myers y Sharon L. Myers (2012) *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*.PEARSON EDUCACIÓN, Novena edición.

-  Dennis G. Zill.(1997). *ECUACIONES DIFERENCIAIAES CON APLICACIONES DE MODELADO*.International Thomson Editores. sexta edición
-  Pontryagin L.S. , Boltyanskii V.G., Gamkrelidze R.V., and Mishchenko E.F. *The Mathematical Theory of Optimal processes*. Gordon and breach Science publishers,1986.
-  Hartl R.F., and Sethi S.P., *A note on the free terminal time transversality condition*. Operations Research, 27(1982),203-208