

MODELIZACIÓN COMPUTACIONAL EN EDUCACIÓN



APLICACIONES
DEL MODELADO
DE SIMULACIÓN
MULTIMÉTODO



Facultad de Educación
Licenciatura en Matemáticas

MODELIZACIÓN COMPUTACIONAL EN EDUCACIÓN, APLICACIONES DEL MODELADO DE SIMULACIÓN MULTIMÉTODO

**Barreto Moreno M.L. Trujillo Pulido C.J. Poveda Pulido
Y.A. Vega Sierra L. S. Sarmiento Soto D.F. Reyes Ortiz L.R.**
Modelización computacional en educación, Aplicaciones
del modelado de simulación multimétodo
Editorial de la Universidad de Cundinamarca. 2021.
Fusagasugá.
571 p.
ISBN: 978-958-52730-5-4



UDEC
UNIVERSIDAD DE
CUNDINAMARCA



Dr. Adriano Muñoz Barrera
Rector

**Dra. María Eulalia Buenahora
Ochoa**
Vicerrectora Académica

**Dr. Jaime Augusto Porras
Jiménez**
Director de Investigación
Universitaria

Mtra. Aura Esther Álvarez Lara
Decana de la Facultad de
Educación

© Universidad de Cundinamarca, 2021
Primera Edición, 2021

Facultad de Educación
Programa de Licenciatura en Matemáticas

Autores:

Martha Lidia Barreto Moreno
Cesar Javier Trujillo Pulido
Yonatan Alexander Poveda Pulido
Luz Stella Vega Sierra
Diego Fernando Sarmiento Soto
Iosofael Rayid Reyes Ortiz

Editorial:

Dirección y Editor: **Jaime Augusto Porras Jiménez**
Corrección de estilo: **Daniel Mattern Hernandez**
Diseño editorial y diseño de cubierta:
Paula Karina Martínez Camelo
Registro digital: **Ana Milena Bejarano Torres**

Dirección de Investigación
Universidad de Cundinamarca
www.ucundinamarca.edu.co
editorial@ucundinamarca.edu.co
Diagonal 18 No. 20 - 29
Fusagasugá - Cundinamarca

ISBN: 978-958-52730-5-4

DERECHOS RESERVADOS:

Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, sin permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

Los conceptos aquí expresados son responsabilidad exclusiva de sus autores y no necesariamente representan la posición oficial de la Universidad de Cundinamarca.

No comercial: no puede utilizar esta obra con fines comerciales de ningún tipo. Tampoco puede vender esta obra bajo ningún concepto ni publicar estos contenidos en sitios web que incluyan publicidad de cualquier tipo.

El presente libro es derivado de resultados de investigación del proyecto: Red Regional de modelación computacional para la Educación. En cuanto a la información consignada en el presente documento, fue revisada y evaluada por pares evaluadores externos doble ciego con el fin de garantizar una valoración crítica e imparcial sobre la calidad de los manuscritos; por lo cual los autores fueron informados sobre las recomendaciones dadas por los pares para realizar los respectivos cambios y/o ajustes del caso, para finalmente ser aprobados por el Consejo Editorial de la Universidad de Cundinamarca.

_____ **Tabla de Contenido**

Capítulo I 53

Desarrollo del pensamiento computacional desde el modelado de simulación basado en agentes

Introducción	57
Antecedentes	58
Marco referencial	63
Metodología	83

Capítulo II 153

Propuesta didáctica para el aprendizaje de la geometría plana a través de la modelación de patrones de la naturaleza

Introducción	157
Sección I	160
Contextualización de la problemática.....	160
Sección II	168
Marco de referencia.....	168
Sección III	220
Aspectos cotidianos en el aprendizaje de la geometría plana por parte de los estudiantes	220
Sección IV	234
Elementos de la geometría plana presentes en patrones geométricos de la naturaleza mediados	

por el estudio matemático de algunas frutas y ambientes naturales.....	234
Sección V	252
Ambiente de aprendizaje mediado por Geogebra para favorecer el aprendizaje significativo desde la modelación matemática de elementos del contexto	252
Análisis y resultados	253
Conclusiones y recomendaciones.....	270
Referencias	281

Capítulo III 289

Modelado dinámico de la Práctica Pedagógica y Educativa en la formación de docentes

Introducción	292
Sección I	292
Definición del problema.....	292
Sección II	299
Marco referencial	299
Sección III	321
Marco metodológico.....	321
Sección IV	330
Derivación práctica	330
Sección V	354

Resultados y discusión	354
Conclusiones.....	365
Referencias	367

Capítulo IV 369

Simulación del proceso didáctico en la implementación de la modelación dinámica de sistemas en educación básica primaria rural - Fase I

Introducción	373
Sección I	375
Preliminares	375

Sección II	285
Marco referencial	285
Sección III	410
Modelos informáticos	410
Sección IV	415
Marco metodológico.....	415
Sección V	422
Modelización del subsistema enseñanza-aprendi- zaje-investigación.....	422
Sección VI	496
Modelización del subsistema investigación-pro- yección social	496
Sección VII.....	337
Modelización del sistema enseñanza-aprendiza- je-investigación-proyección social	337
Resultados y conclusiones	366
Recomendaciones.....	368
Referencias	369

———— Listado de Figuras

Figura 1.1.	62
Modelo mental.....	62
Figura 1.2.	64
MAPA MENTAL.....	64
Figura 1.3.	70
Simulación basada en agentes	70
Figura 1.4.	73
Objetivo de un recurso didáctico	73
Figura 1.5.	79
Provincia del Sumapaz.....	79

Figura 1.6.	81
Municipio de San Bernardo	81
Figura 1.7.	81
Distancia entre el casco urbano y la vereda Santa Rita.....	81
Figura 1.8.	82
Colegio Básico Santa Rita.....	82
Figura 1.9.	85
Fases llevadas a cabo en la investigación - acción.....	85
Figura 1.10.....	87
Aplicación en estudiantes y docentes de la carrera de Matemáticas.....	87
Figura 1.11.	88
Aplicación en estudiantes del Colegio Departamental, sede Portones.....	88
Figura 1.12.	89
Aplicación en estudiantes del Colegio Teodoro Aya Villaveces (jornada mañana)	89

Figura 1.13.	92
Ficha condicional.....	92
Figura 1.14.	92
Ficha de estado inicial	92
Figura 1.15.	93
Conector.....	93
Figura 1.16.	93
Conector múltiple	93
Figura 1.17.	94
Ficha de estado	94
Figura 1.18.	94
Ficha de estado final.....	94
Figura 1.19.	95
Trabajo de impresión de las fichas de diagrama de estado	95
Figura 1.20.	96
Evidencia secuencia 1.....	96

Figura 1.21.	98
Evidencia secuencia 2.....	98
Figura 1.22.	101
Evidencia de actividades de diagramas de estado.....	101
Figura 1.23.	102
Actividades de diagramas de estado	102
Figura 1.24.	103
Actividades de diagramas de estado	103
Figura 1.25.	105
Desarrollo de la secuencia 2 (parte 1).....	105
Figura 1.26.	105
Diagrama de estado y red vial.....	105
Figura 1.27.	106
Vista 3D.....	106
Figura 1.28.	106
Diagrama de estado y red vial.....	106

Figura 1.29.	107
Vista 3D.....	107
Figura 1.30.	107
Diagrama de estado	107
Figura 1.31.	108
Vista 2D.....	108
Figura 1.32.	109
Croquis del Colegio Santa Rita.....	109
Figura 1.33.	110
Desarrollo de la secuencia 2 (parte 2).....	110
Figura 1.34.	111
Vista 3D.....	111
Figura 1.35.	111
Diagrama de estado y Vista 3D.....	111
Figura 1.36.	113
Distribución porcentual de los grados noveno y décimo.....	113

Figura 1.37.	114
¿El uso de computadores para el desarrollo de clases en tu estudio diario es?.....	114
Figura 1.38.	115
¿Crees que el uso de simulación mejora el aprendizaje en el aula?	115
Figura 1.39.	117
¿Crees que el uso de simulación mejora el aprendizaje en el aula?	117
Figura 1.40.....	120
Interfaz de usuario STELLA.....	120
Figura 1.41.....	123
Bucle de refuerzo.....	123
Figura 1.42.	124
Bucle de refuerzo con retardos.....	124
Figura 1.43.	126
Bucle de balance	126

Figura 1.44.	127
Límite de crecimiento	127
Figura 1.45.	128
Diagrama causal de comportamiento en los componentes de enseñanza-aprendizaje	128
Figura 1.46.	131
Diagrama de Forrester y estructuración matemática (investigación)	131
Figura 1.47.	132
Descripción gráfica del modelo.....	132
Figura 1.48.	133
Diagrama de Forrester y estructuración matemática (enseñanza)	133
Figura 1.49.	134
Descripción gráfica del modelo.....	134
Figura 1.50.	135
Diagrama de Forrester (aprendizaje).....	135

Figura 1.51.	136
Gráfica de comportamiento (aprendizaje)	136
Figura 1.52.	137
Diagrama de Forrester (bucle reforzador).....	137
Figura 1.53.	138
Ecuaciones y vista gráfica de los resultados (bucle reforzador).....	138
Figura 1.54.	140
Diagrama de Forrester (proyección social)....	140
Figura 1.55.	141
Gráfica de resultados y ecuación	141
Figura 1.56.	142
Arquetipo límite de crecimiento	142
Figura 1.57.	143
Gráfica de comportamiento de las variables de nivel.....	143

Figura 2.1.	190
Niveles de matematización	190
Figura 2.2.....	203
Esquema del ciclo del aprendizaje de acuerdo con Sanmartí (1996).....	203
Figura 2.3.....	223
Tiempo dedicado a aprender geometría	223
Figura 2.4.	224
Recursos de la institución para aprender geometría	224
Figura 2.5.	225
Aspectos sobre los que se desarrolla la clase de geometría.....	225
Figura 2.6.	226
La clase de geometría tiene en cuenta aspectos cotidianos.....	226
Figura 2.7.	227
Evaluación de geometría.....	227

Figura 2.8.	228
Gusto por aprender geometría.....	228
Figura 2.9.	229
Para usted aprender geometría es.....	229
Figura 2.10.	238
Mapa del sector	238
Figura 2.11.	241
Naranja	241
Figura 2.12.	242
Fresa.....	242
Figura 2.13.	243
Piña	243
Figura 2.14.	244
Sandía.....	244
Figura 2.15.	245
Kiwi.....	245

Figura 2.16.	246
Cortes de Kiwi.....	246
Figura 2.17.	246
Papaya.....	246
Figura 2.18.	254
Modelo de la naranja realizado por el grupo	1254
Figura 2.19.	255
Modelo de la naranja realizado por el grupo 2.....	255
Figura 2.20.	256
Modelo de la naranja realizado por el grupo 3.....	256
Figura 2.21.	257
Modelo geométrico de la piña realizado por estu diantes del grupo 4.....	257
Figura 2.22.	258
Modelo matemático de la piña, grupo 5.....	258

Figura 2.23.	259
Modelo geométrico del kiwi, por estudiantes del grupo 6.....	259
Figura 2.24.	264
Rotación de polígonos, grupo 1.....	264
Figura 2.25.	265
Rotación de polígonos, grupo 2	265
Figura 2.26.	266
Rotación de polígonos, grupo 3	266
Figura 2.27.	267
Rotación de polígonos, grupo 4	267
Figura 2.28.	268
Esquemmatización de la fresa, grupo 5.....	268
Figura 2.29.	269
Esquemmatización de la sandía, grupo 6	269

Figura 2.30.	275
Relaciones de influencia entre categorías deductivas.....	275
Figura 2.31.	277
Relaciones de influencia entre categorías inductivas.....	277
Figura 3.1.	299
COBERTURA DEPARTAMENTAL UCUNDINAMARCA.	299
Figura 3.2.....	330
LA PRACTICA PEDAGOGICA EN LA UCUNDINAMARCA	330
Figura 3.3.....	336
Diagrama causal - Fase de adquisición práctica, pedagógica y educativa	336
Figura 3.4.	337
Diagrama causal - Fase de utilización práctica, pedagógica y educativa.....	337

Figura 3.5.....	338
Diagrama causal - Fase de justificación práctica, pedagógica y educativa	338
Figura 3.6.	340
Figura 3.7.....	341
Figura 3.8.	342
Tabla – Proceso de observación diagrama de stock y flujo.....	342
Figura 3.9.	343
Gráfica – Proceso de observación diagrama de stock y flujo.....	343
Figura 3.10.	344
Diagrama de stock y flujo – Nivel de conceptualización	344
Figura 3.11.....	345
Ecuaciones – Proceso de conceptualización diagrama de stock y flujo	345

Figura 3.12.	346
Tabla – Proceso de conceptualización diagrama de stock flujo	346
Figura 3.13.	346
Gráfica – Proceso de conceptualización diagrama de stock y flujo	346
Figura 3.14.	348
Diagrama de stock y flujo – Nivel de formación....	348
Figura 3.15.	349
Ecuaciones – Proceso de formación diagrama de stock y flujo.....	349
Figura 3.16.	349
Tabla – Proceso de formación diagrama de stock y flujo	349
Figura 3.17.	350
Gráfica – Proceso de formación diagrama de stock y flujo.....	350

Figura 3.18.	352
Experimento con variables y tabulación de la práctica pedagógica y educativa.....	352
Figura 3.19.	354
Diagrama de stock y flujo que representa el proceso de Práctica Pedagógica y Educativa	354
Figura 3.20.	356
experimentacion con controles en el simulador - observación.....	356
Figura 3.21.	357
experimentación con controles en el simulador - conceptualización.....	357
Figura 3.22.	358
experimentación con controles en el simulador - formación	358
Figura 3.23.	359
experimentación con controles en el simulador - transposición	359

Figura 3.24.	360
experimentación con controles en el simulador - interacción.....	360
Figura 3.25.	361
experimentación con controles en el simulador - investigación	361
Figura 3.26.	362
experimentación con controles en el simulador - innovación	362
Figura 3.27.	363
experimentación con controles en el simulador - experimentación.....	363
Figura 4.1.	386
Talleres itinerantes - Fase 1.....	386
Figura 4.2.	398
Relaciones de influencia - Funciones sustantivas...	398
Figura 4.3.	400
Niveles de explicación	400

Figura 4.4.	412
Interfaz de Splash.....	412
Figura 4.5.	413
Elementos de construcción de STELLA.....	413
Figura 4.6.	426
Acertijo de ¿qué tanque se llena primero?....	426
Figura 4.7.	427
Recursos necesarios para la actividad 1	427
Figura 4.8.	429
Mi nivel de gaseosa deseado.....	429
Figura 4.9.	429
Recursos necesarios para el desarrollo de la actividad 2	429
Figura 4.10.....	431
Descripción de los lugares y recorridos por seguir para el desarrollo de la Guía taller 1	431

Figura 4.11.....	432
Exposición de la página principal de la Guía taller 1.....	432
Figura 4.12.....	432
Jugando con globos	432
Figura 4.13.....	433
Recursos necesarios para el desarrollo de la activi- dad globoncesto	433
Figura 4.14.....	434
Probando tu puntería mediante fluidos.....	434
Figura 4.15.....	435
Recursos necesarios para el desarrollo de la activi- dad carreras de copas.....	435
Figura 4.16.....	436
Precisando tu puntería	436
Figura 4.17.....	437
Recursos necesarios para el desarrollo de la activi- dad tiro al blanco.....	437

Figura 4.18.	438
¿Quién tendrá mayor equilibrio?	438
Figura 4.19.....	438
Recursos necesarios para el desarrollo de la actividad carreras con vasos de agua	438
Figura 4.20.....	442
Evidencia actividad 1.....	442
Figura 4.21.	443
Evidencia actividad 1.....	443
Figura 4.22.	444
Evidencia actividad 1.....	444
Figura 4.23.	444
Evidencia actividad 1.....	444
Figura 4.24.	445
Evidencia actividad 1.....	445
Figura 4.25.	448
Evidencia de la actividad 2.....	448

Figura 4.26.	448
Evidencia de la actividad 2.....	448
Figura 4.27.	449
Evidencia de la actividad 2.....	449
Figura 4.28.	450
Evidencia de la actividad 2.....	450
Figura 4.29.	450
Evidencia de la actividad 2.....	450
Figura 4.30.	451
Evidencia de la actividad 2.....	451
Figura 4.31.	452
Evidencia de la actividad 2.....	452
Figura 4.32.	452
Evidencia de la actividad 2.....	452
Figura 4.33.	453
Evidencia de la actividad 2.....	453

Figura 4.34.	459
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.....	459
Figura 4.35.	459
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.....	459
Figura 4.36.	460
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.....	460
Figura 4.37.	461
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.....	461
Figura 4.38.	461
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.....	461
Figura 4.39.	462
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.....	462

Figura 4.40.....	463
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.....	463
Figura 4.41.....	463
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.....	463
Figura 4.42.....	464
Evidencia guía taller actividad 2, Escuela La Mesa.....	464
Figura 4.43.....	465
Evidencia guía taller actividad 2, Escuela La Mesa.....	465
Figura 4.44.....	465
Evidencia guía taller actividad 2, Escuela La Mesa.....	465
Figura 4.45.....	466
Evidencia guía taller actividad 3, Escuela La Mesa.....	466

Figura 4.46.....	467
Evidencia guía taller actividad 3, Escuela La Mesa.....	467
Figura 4.47.....	467
Evidencia guía taller actividad 3, Escuela La Mesa.....	467
Figura 4.48.....	468
Evidencia guía taller actividad 3, Escuela La Mesa.....	468
Figura 4.49.....	468
Evidencia guía taller actividad 3, Escuela La Mesa.....	468
Figura 4.50.....	469
Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.....	469
Figura 4.51.....	470
Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.....	470
Figura 4.52.....	470

Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.....	470
Figura 4.53.	471
Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa....	471
Figura 4.54.	472
Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa....	472
Figura 4.55.	472
Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa....	472
Figura 4.56.	473
Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa....	473
Figura 4.57.	474
Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa....	474
Figura 4.58.	474
Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.....	474

Figura 4.59.....	479
Evidencia guía taller actividad 1, E scuela Portones	479
Figura 4.60.....	480
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	480
Figura 4.61.....	480
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	480
Figura 4.62.....	481
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	481
Figura 4.63.....	482
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	482
Figura 4.64.....	482
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	482
Figura 4.65.....	483

Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	483
Figura 4.66.	484
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	484
Figura 4.67.	484
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	484
Figura 4.68.	485
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	485
Figura 4.69.	486
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	486
Figura 4.70.	486
Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones	486
Figura 4.71.	487
Diagrama de Forrester - Categoría Enseñanza. Modelo exponencial	487

Figura 4.72.	488
Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Enseñanza	488
Figura 4.73.	489
Diagrama de Forrester - Categoría Aprendizaje. Modelo exponencial	489
Figura 4.74.	489
Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Aprendizaje. Modelo exponencial.....	489
Figura 4.75.	490
Diagrama de Forrester - Categoría Aprendizaje. Modelo autorreferencia	490
Figura 4.76.	491
Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Aprendizaje. Modelo autorreferencia.....	491
Figura 4.77.	491
Diagrama de Forrester - Categoría Investigación. Modelo exponencial.....	491

Figura 4.78.	492
Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Investigación. Modelo exponencial	492
Figura 4.79.	493
Diagrama causal. Bucle reforzador	493
Figura 4.80.	494
Diagrama de Forrester. Subsistema Enseñanza-Aprendizaje-Investigación.....	494
Figura 4.81.	495
Patrón de conducta en el tiempo - Subsistema Enseñanza-Aprendizaje-Investigación	495
Figura 4.82.	496
Diagrama de influencias, proceso Investigación-Acción	496
Figura 4.83.	500
Evidencia de la actividad 1 Escuela Santa Helena. Enfocada a la investigación y proyección social ...	500

Figura 4.84.	501
Evidencia de la actividad 1 Escuela Santa Helena. Enfocada a la investigación y proyección social	501
Figura 4.85.	505
Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfo- cada a la investigación y proyección social ...	505
Figura 4.86.	506
Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfo- cada a la investigación y proyección social ...	506
Figura 4.87.	506
Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfo- cada a la investigación y proyección social ...	506
Figura 4.88.	507
Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfo- cada a la investigación y proyección social ...	507
Figura 4.89.	508
Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfo- cada a la investigación y proyección social ...	508

Figura 4.90.....	508
Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfocada a la investigación y proyección social ...	508
Figura 4.91.....	509
Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfocada a la investigación y proyección social ...	512
Figura 4.92.....	512
Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social	512
Figura 4.93.....	512
Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social	512
Figura 4.94.....	513
Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social	513
Figura 4.95.....	514
Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social	514

Figura 4.96.	514
Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfo- cada a la investigación y proyección social ...	514
Figura 4.97.	515
Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfo- cada a la investigación y proyección social ...	515
Figura 4.98.	516
Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfo- cada a la investigación y proyección social ...	516
Figura 4.99.	516
Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfo- cada a la investigación y proyección social ...	516
Figura 4.100.	517
Diagrama de Forrester - Categoría Investigación. Modelo exponencial.....	517
Figura 4.101.	518
Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Investi- gación. Modelo exponencial	518

Figura 4.102.....	518
Diagrama de Forrester - Categoría Proyección social. Modelo buscando objetivo	518
Figura 4.103.....	519
Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Proyección social. Modelo buscando objetivo.....	519
Figura 4.104.....	520
Diagrama causal. Bucle de balanceo	520
Figura 4.105.....	521
Diagrama de Forrester. Subsistema Investigación-Proyección social	521
Figura 4.106.....	521
Patrón de conducta en el tiempo - Subsistema Investigación-Proyección social.....	521
Figura 4.107.....	524
Círculo de causalidad.....	524
Figura 4.108.....	527
Diagrama causal - Reforzador	527

Figura 4.109.....	529
Diagrama causal - Compensador	529
Figura 4.110.	531
Diagrama causal - Ciclo reforzador con demora... 531	
Ilustración 4.111.	532
Diagrama causal - Ciclo compensador con demora	532
Figura 4.112.....	534
Arquetipo - Límite del crecimiento.....	534
Figura 4.113.....	537
Diagrama de stock y flujo - Proceso de enseñanza.....	537
Figura 4.114.....	538
Diagrama de stock y flujo - Proceso de aprendizaje.....	538
Figura 4.115.....	539
Diagrama de stock y flujo - Proceso de interacción	539

Figura 4.116.....	540
Diagrama de stock y flujo - Proceso de investigación	540
Figura 4.117.....	541
Diagrama de stock y flujo - Proceso de modelación didáctica.....	541
Figura 4.118.....	541
Página principal	541
Figura 4.119.....	542
Menú	542
Figura 4.120.....	542
Arquetipo	542
Figura 4.121.....	543
Ecuaciones en código STELLA	543
Figura 4.122.	545
Diagrama causal. Bucle reforzador	545

Figura 4.123.	545
Diagrama causal. Bucle compensador.....	545
Figura 4.124.	546
Arquetipo límite de crecimiento	546
Figura 4.125.	547
Diagrama de Forrester. Modelo exponencial	547
Figura 4.126.	548
Patrón de comportamiento en el tiempo. Curva de crecimiento exponencial.....	548
Figura 4.127.	548
Código STELLA del modelo exponencial	548
Figura 4.128.	549
Expresión matemática	549
Figura 4.129.	550
Diagrama de Forrester. Modelo exponencial	550
Figura 4.130.....	550
Patrón de comportamiento en el tiempo. Curva de	

crecimiento exponencial.....	550
Figura 4.131.....	551
Código STELLA del modelo exponencial	551
Figura 4.132.....	551
Expresión matemática	551
Figura 4.133.....	552
Diagrama de Forrester. Modelo exponencial	552
Figura 4.134.....	553
Patrón de comportamiento en el tiempo. Curva de crecimiento exponencial.....	553
Figura 4.135.....	553
Código STELLA del modelo exponencial	553
Figura 4.136.....	554
Expresión matemática	554
Figura 4.137.....	554
Diagrama de Forrester. Modelo de autorreferen- cia.....	554

Figura 4.138.....	555
Patrón de comportamiento en el tiempo. Curva de crecimiento. Modelo autorreferencia.....	555
Figura 4.139.....	555
Código STELLA del modelo autorreferencia .	555
Figura 4.140.....	556
Diagrama de Forrester. Subsistema EAI.....	556
Figura 4.141.....	557
Patrón de comportamiento en el tiempo. Curvas de crecimiento del subsistema EAI	557
Figura 4.142.....	557
Código STELLA del subsistema EAI.....	557
Figura 4.143.....	558
Diagrama de Forrester	558
Figura 4.144.....	559
Patrón de comportamiento en el tiempo. Curvas de crecimiento del subsistema IPS.....	559

Figura 4.145.....	559
Código STELLA - Sistema EAIPS.....	559
Figura 4.146.....	560
Arquetipo límite de crecimiento. Sistema EAIPS	560
Figura 4.147.....	560
Diagrama de Forrester y patrones de comportamiento del sistema EAIPS.....	560
Figura 4.148.....	561
Arquetipo desplazamiento de Carga - Sistema EAIPS	561

Listado de Tablas

Tabla 1.1.....	104
Análisis de acuerdo con las situaciones didácticas secuencia 1.....	104
Tabla 2-2.: Análisis de acuerdo con las Situacio- nes Didácticas Secuencia No. 2	112
Tabla 2.	119
Síntesis del capítulo.....	119
Tabla 2.1.....	186
Acepciones acerca del contexto	186

Tabla 2.2.....	193
Principios de la Educación Matemática Realista....	193
Tabla 2.3.....	198
Algunas diferencias entre los procesos de modelización y de modelación en las matemáticas	198
Tabla 2.4.....	213
Identificación de la institución	213
Tabla 2.5.....	219
Categorías analíticas	219
Tabla 2.6.....	232
Resumen subcategorías de acuerdo con encuesta	232
Tabla 2.7.....	239
Aspectos físicos, sociales, ambientales y económicos	239
Tabla 2.8.....	249
Presentación de resultados de esquemas realizados en Paint por los estudiantes	249

Tabla 2.10.	261
Análisis de categorías.....	261
Tabla 2.11.	278
Categorías inductivas.....	278
Tabla 4.1. Diario de campo en IEM Ciudad Eben Ezer.....	441
Tabla 4.2. Diario de campo Escuela Santa Helena	446
Tabla 4.3. Diario de campo Escuela Rural Unitaria La Mesa.....	454
Tabla 4.4. Diario de campo Escuela Unitaria Portones.....	476
Tabla 4.5 Diario de campo Escuela Rural Santa Helena.....	498
Tabla 4.6. Diario de campo Escuela Rural La Mesa.....	502
Tabla 4.7. Diario de campo Escuela Rural Portones.....	510

Desarrollo del pensamiento computacional desde el modelado de simulación basado en agentes

**Autores:****Yonatan Alexander Poveda Pulido**

Licenciado en Matemáticas

Martha Lidia Barreto Moreno

Licenciada en Matemáticas y Física

Especialista en Docencia Universitaria

Especialista en Enseñanza de la Matemática

Magíster en Educación con Énfasis en Docencia Universitaria

RESUMEN

En este proyecto de investigación se busca diseñar estrategias que puedan facilitar la comprensión de los elementos del pensamiento computacional desde el modelado de simulación basado en agentes, como punto de transversalización con los procesos de la matemática enunciados en los estándares de competencias, además de realizar una reflexión sistémica sobre las relaciones causa-efecto que tienen lugar en el interior del semillero de investigación Modelación matemática y computacional de la Universidad de Cundinamarca, vista desde las funciones sustantivas de la universidad enmarcadas en el proyecto educativo universitario y que impactan en diferentes sentidos la formación investigativa de los estudiantes implicados.

El trabajo realizado se encuentra en línea con la metodología de investigación-acción, y de esta manera se presenta como resultado dos secuencias didácticas y un material concreto que permiten una comprensión eficiente de los elementos del pensamiento computacional; por otro lado, se muestra el prototipo de simulación construido desde la metodología de dinámica de sistemas, en el cual se puede evidenciar el análisis a primera vista sobre la relación entre cada uno de los elementos que tienen lugar en la investigación: formación y aprendizaje, investigación y proyección social, y que permiten entender el proceso realizado.

Los resultados encontrados permiten mostrar que las secuencias cumplen con el propósito, el material concreto construido ayuda a mejorar los conceptos abordados y, por último, la construcción del prototipo del proceso didáctico

mejora la comprensión que surge de la relación causal entre los elementos antes mencionados para finalmente entender, entre otras cosas, el papel que tiene la universidad, los docentes y los estudiantes en la construcción de conocimiento desde la labor investigativa.

Palabras clave: pensamiento computacional, simulación basada en agentes, simulación educativa, dinámica de sistemas.

ABSTRACT

This research project seeks to design strategies that can facilitate the understanding of the elements of computational thinking from the modeling of simulation based on agents as a point of mainstreaming with the processes of mathematics enunciated in the competency standards, in addition to reflecting systemic about the cause-effect relationships that take place inside the research center (University of Cundinamarca computational modeling) seen from the substantive functions of the University of Cundinamarca framed in the university educational project and that impact in different ways the research training of students involved.

The work carried out is in line with the methodology of action research, in this way two didactic sequences and a specific material that allows an efficient understanding of the elements of computational thinking are presented, on the other hand, the built simulation prototype is presented from the

methodology of systems dynamics, in which the analysis at first glance can be evidenced in the relationship between each one of the elements that take place in the research (training and learning, research and social projection) and that allow understanding the process accomplished.

The results found show that the sequences fulfill the purpose, the concrete material helps to improve the concepts addressed and finally, the construction of the prototype of the didactic process improves the understanding that arises from the causal relationship between the aforementioned elements to finally understand, among other things, the role played by the university, teachers, and students in the construction of knowledge from the research work.

Keywords: Computational thinking, Agent-based simulation, Educational simulation, Systems dynamics.

INTRODUCCIÓN

Actualmente, el desarrollo del pensamiento computacional nace del reto de formar estudiantes en la programación y la solución de problemas desde temprana edad, con el fin de desarrollar mejores entornos académicos y laborales. En este sentido, Zapata Ros (2015) afirma que “la sociedad y los sistemas de producción, de servicios y de consumo demandan profesionales cualificados en las industrias de la información” (p. 2). Para desarrollar habilidades y competencias que involucren el pensamiento computacional se han desarrollado múltiples talleres y cursos que facilitan la comprensión y la aplicación de los conceptos de pensamiento computacional.

De acuerdo con lo anterior, es primordial participar con acciones concretas que lleven el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca al campo, y garantizar un acompañamiento directo y continuo como contribución al fortalecimiento de los procesos educativos en las comunidades rurales. En este sentido, este proyecto plantea la construcción de una serie de estrategias para llevar nuevas formas de ver las matemáticas en la zona rural de la provincia de Sumapaz y en la zona circundante de la universidad, las cuales estarán centradas en el desarrollo del pensamiento computacional desde la simulación basada en agentes, mediante la construcción de ejercicios contextualizados y la implementación de programas informáticos con el objetivo de implementar los principales conceptos en la resolución de problemas a través del pensamiento computacional.

Ante el interrogante de cómo diseñar estrategias claras que permitan la conceptualización de los principales elementos

del pensamiento computacional desde el Modelado de Simulación Basado en Agentes (MSBA) en los estudiantes de los grados noveno y décimo del colegio básico Santa Rita del municipio de San Bernardo, se optó diseñar estrategias didácticas que permitan la contextualización de los elementos del pensamiento computacional desde el MSBA, de tal manera que se pudiera construir el prototipo de simulación del proceso didáctico que articula la docencia, la investigación y la proyección social en el semillero de investigación *Modelación matemática y computacional*.

Para lograr este propósito, se ejecutaron las siguientes acciones:

1. Caracterizar los elementos y conceptos principales abordados en la presente investigación, desde su conceptualización.
2. Diseñar una estrategia metodológica para la enseñanza de los conceptos de pensamiento computacional desde el MSBA, enmarcados en la teoría de situaciones didácticas.
3. Aplicar las secuencias construidas en los estudiantes de grados noveno y décimo del colegio básico Santa Rita.
4. Simular el proceso didáctico del sistema de formación y aprendizaje, proyección social e investigación, usando la metodología de dinámica de sistemas.

Antecedentes

La construcción de este proyecto se inició en 2016 en el núcleo temático de *Pensamiento lógico*, liderado por el ingeniero Samuel Ricardo Padilla, que promovió el aprendizaje de los elementos del pensamiento computacional, por lo

que se realizó un curso de *Pensamiento computacional para educadores* guiado por Google Company, que posteriormente permitió el curso *Pensamiento computacional en la escuela* guiado por la Universidad del País Vasco, en la plataforma Miriadax. Esto se tomó en el núcleo temático de Pensamiento funcional y variacional, a cargo de la docente Martha Lidia Barreto, en cuanto a la comprensión del alcance y el gran potencial que tiene el pensamiento computacional en la transversalización de las matemáticas.

Así, junto con la labor investigativa desarrollada hasta el momento en el semillero de investigación *Modelación matemática y computacional*, que giraba en torno a cómo introducir nuevas formas de ver las matemáticas, se construyó una guía paso a paso que abordaba el pensamiento computacional desde el modelado de simulación basado en agentes en el programa AnyLogic.

Esta guía se aplicó en un taller realizado en octubre de 2016 con la asistencia de docentes titulados y estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas; posteriormente, se aplicó como parte de un taller de interacción a estudiantes del colegio departamental Portones (San Bernardo) de octavo y noveno grado en el primer semestre de 2017. Luego fue presentado a los estudiantes de octavo grado del colegio Teodoro Aya Villaveces (Fusagasugá), como parte del proyecto final del núcleo Práctica docente II en el segundo semestre de 2017. Además, se implementó en los estudiantes pertenecientes al núcleo temático de Pensamiento funcional y variacional en los periodos académicos 2017-2018.

La transversalización de la matemática es un tema que ha venido siendo una preocupación en el mundo actual. La falta de contextualización de esta materia ha generado como consecuencia una falta de apropiación de los conceptos; esto se debe, en gran medida, a la mecanización de la matemática, que es vista como una serie de fórmulas y no como el desarrollo de los pensamientos que la componen. En vista de lo anterior, la construcción de estrategias que permitan una adecuación del conocimiento matemático a

otras áreas es una prioridad. En el presente proyecto, dicha transversalización se ofrece desde la perspectiva de la simulación, propia de la ciencia de la computación, pero que en esencia dicho concepto comparte sus principales bases en el uso del pensamiento lógico, el pensamiento aleatorio y el pensamiento espacial; de esta manera, se usan conocimientos de lógica proposicional, probabilidad, diseño de figuras en el espacio y en el plano y, en general, muchos otros implicados en la creación de simulaciones.

Teniendo en cuenta que la simulación hace parte de las ciencias de la computación y de la matemática, se inscribe el desarrollo del pensamiento computacional como justificación para iniciar la transversalización de la matemática, ya que como se menciona por ejemplo en los estándares básicos de aprendizaje del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), el desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados, apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones. En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros artefactos.

Una comparación con el concepto de desarrollo del razonamiento lógico, visto desde el pensamiento lógico, como mencionan Csizmadia y otros (2015), establece que:

(...) el razonamiento lógico permite a los alumnos dar sentido a las cosas mediante el análisis y la comprobación de los hechos a través del pensamiento con claridad y precisión. Permite a los alumnos recurrir a sus propios cono-

cimientos y modelos internos para hacer y verificar las predicciones y sacar conclusiones. Es ampliamente utilizado por los alumnos cuando ponen a prueba depuración y algoritmos correctos. El razonamiento lógico es la aplicación de los otros conceptos de pensamiento computacional para resolver problemas (p. 6).

El ejemplo anterior muestra que el propósito de desarrollar el pensamiento computacional es también compartido en el objetivo de desarrollar los procesos de la matemática vistos en los estándares básicos de aprendizaje proporcionados por el MEN. A modo de resumen, se presenta el mapa conceptual que sintetiza la justificación (1-1). Además de todo lo anterior, este proyecto se justifica como una estrategia que permite llevar la matemática a las escuelas rurales. Por esta razón, se busca llevar esta iniciativa al colegio básico Santa Rita del municipio de San Bernardo, el cual posee la característica anteriormente mencionada.

Figura 1.1. Modelo mental

Autor Año	Título	Tipo	Universidad
Barreto (1998)	El estudio de la función desde el movimiento	Tesis de especialización	Universidad de Cundinamarca
Barreto (2002)	La relación teoría-práctica en la formación de docentes.	Tesis de maestría	Universidad Pedagógica Nacional
Barrios (2013)	Experiencia didáctica de aprendizaje en el espacio académico de pensamiento funcional y variacional	Tesis de pregrado	Universidad de Cundinamarca
Villamil e Iriarte (2014)	Modelación matemática: alternativa didáctica en la formación de docentes de matemáticas.	Tesis de pregrado	Universidad de Cundinamarca

Trujillo (2018)	Construcción del reglamento interno y de funcionamiento de la PPyE de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca - Colombia	Tesis de maestría	Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología, Ciudad de Panamá
-----------------	---	-------------------	--

Nota. Antecedentes del semillero de modelación matemática y computacional UDEC. Fuente: CvLac Líder Grupo GIIMMYC

Marco referencial

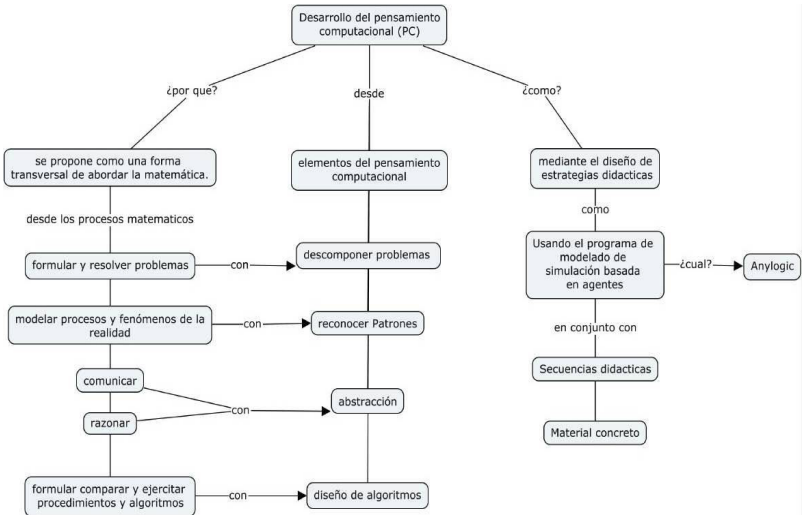
En esta sección se presenta una conceptualización sobre el pensamiento computacional, simulación en la educación, simulación basada en agentes y modelación en la escuela como categorías principales en la elaboración del presente proyecto, además de otros conceptos de gran importancia para sustentar los conceptos abordados.

Pensamiento Computacional (PC)

Es un proceso de resolución de problemas que incluye una serie de características y disposiciones. El PC es esencial para el desarrollo de aplicaciones informáticas, también puede utilizarse para apoyar la resolución de problemas en todas las disciplinas, incluidas las humanidades, las matemáticas y la ciencia. Los estudiantes que desarrollan su pensamiento

computacional a través del currículo pueden comenzar a ver una relación entre los temas académicos, como también en la vida cotidiana.

Figura 1.2. Mapa Mental



Fuente: Modelo mental Computing at School

En la educación, el desarrollo del pensamiento computacional ofrece una forma de mejorar los estándares en todas las asignaturas y no solamente en la matemática o la informática. Esta observación quedó escrita en libro *Pensamiento computacional, caja de herramientas para líderes*, en el cual la International Society for Technology in Education (ISTE, por sus siglas en inglés) y Computer Science Tea-

chers Association (CSTA, por sus siglas en inglés) afirman que “el PC refuerza los estándares educativos en todas las asignaturas para acrecentar la habilidad del aprendiz para solucionar problemas y comprometerse con pensamiento de orden superior” (ISTE; CSTA, 2011, p. 8). Así mismo, se pudo encontrar que frente a la formación en PC, ISTE y CSTA (2011) refieren que:

Los estudiantes se comprometen con el PC cuando usan algoritmos para resolver problemas y mejoran la solución de estos con la computación; cuando analizan textos y construyen comunicaciones con un mayor nivel de argumentación; cuando analizan grandes grupos de datos se identifican patrones a medida que adelantan investigaciones científicas (p. 34).

Entre los elementos del pensamiento computacional se incluyen:

1. **Descomposición:** busca problemas vistos como un todo que, al representar un problema a la hora de abordarlos, puedan ser solucionados al descomponerlos en partes más pequeñas y dar la posibilidad de trabajar con las partes de forma más ágil.
2. **Reconocimiento de patrones:** el desarrollo de patrones implica que al haber conocido la solución a un problema anterior que conserva semejanzas con el presente, se puedan usar estas semejanzas en la solución del problema; en este sentido, se busca que el estudiante aprenda a reconocer patrones de regularidad y tendencias en los datos observados.

3. **Abstracción:** Csizmadia y otros (2015) refieren que “la habilidad en la abstracción es en la elección del detalle a ocultar, de manera que el problema se vuelve más fácil, sin perder todo lo que es importante” (p. 6). Así, la abstracción busca que los estudiantes puedan discernir entre la generalidad y determinar aquello que pueda ser de importancia.

4. **Diseño de algoritmo:** en este proceso se desarrollan instrucciones paso a paso para resolver este y otros problemas similares; además, se confirman los pasos anteriores.

En el desarrollo del pensamiento computacional, Zapata Ros (2018) indica que “en el pensamiento computacional se conceptualiza, no se programa” (p. 1). Cuando se señala esto, se busca que las personas que desarrollen el pensamiento computacional piensen en un nivel de abstracción cada vez más alto.

En este sentido, se puede decir que el PC comparte un objetivo semejante al Pensamiento Sistémico (PS), en el que se busca describir un sistema y acercarse cada vez más a un nivel de complejidad mayor. Así mismo, Zapata Ros (2018) dice que el pensamiento matemático cumple un papel muy importante en el desarrollo del PC, dado que la resolución de problemas y demás elementos de este se sustentan en bases matemáticas para su desarrollo.

Desde el plano de la enseñanza, el pensamiento computacional evita llevar a cabo procesos memorísticos o mecánicos que limitan la creatividad del estudiante y no permiten que este proponga soluciones desde su perspectiva.

Conforme a lo anterior, el desarrollo del pensamiento computacional en el salón de clase es de suma importancia, dado que las capacidades que ofrece dicho pensamiento son necesarias para desarrollar personas capaces de abordar y solucionar problemas desde la perspectiva de la computación. Además, teniendo en cuenta la tendencia actual frente al uso

de las tecnologías y el reto que implica de parte de los docentes por incluir estas herramientas, se hace necesario que estos conozcan los principales conceptos y objetivos del PC con el fin de cargar de significado cada uno de los conocimientos y así evitar caer en el simple uso de dichas herramientas como recursos educativos y no como material didáctico.

La simulación en la educación

El desarrollo de la simulación es proporcional al desarrollo de las computadoras; en principio, la simulación informática busca llevar datos obtenidos de un contexto real a uno virtual, en el que se pueda reproducir, manipular y generar conclusiones que no se podrían llevar a cabo en contextos reales dado el nivel de complejidad que subsiste a la hora de recrear un evento. Así, la simulación permite generar posibles situaciones o escenas con el objetivo de plantear una respuesta a la pregunta ¿qué pasa si...? (Cataldi y Dominighini, 2013).

La simulación como recurso educativo permite el desarrollo de la clase de una forma más interactiva, ya que el estudiante pasa de ejercer una actitud pasiva a una actitud activa producto de la manipulación de las simulaciones en las cuales este modifica los datos, corre el sistema y observa los resultados (Contreras y Carreño, 2012).

Cuando se usa la simulación en estudiantes que no han tenido interacción con el tema en clases pasadas, Cataldi y Dominighini (2013) expresan que “estas desarrollan la intuición y ayudan al desarrollo natural del proceso de aprendizaje” (p. 9). Por otro lado, cuando las simulaciones se usan después de una inducción formal, Cataldi y Dominighini (2013) refieren que en este caso los estudiantes buscan validar lo aprendido o buscar una comprensión mejor de la construcción realizada.

Entre las ventajas que se pueden encontrar al usar la simulación en ambientes educativos están:

1. Eliminar los riesgos que implica la interacción con situaciones reales, como la falta de equipo de protección para la obtención de datos en el caso de investigación biológica o riesgos sociales en las investigaciones sociológicas, en las cuales el estudiante no puede centrarse en el problema sujeto de estudio (Contreras y Carreño, 2012).
2. Teniendo en cuenta que el uso de la tecnología en los estudiantes actuales puede ser más recurrente, el componente de motivación puede verse disminuido producto de la monotonía en el desarrollo de la clase, al considerar que el docente no implemente alguna forma de inclusión tecnológica en su clase. Por lo anterior, Contreras y Carreño (2012) explican que “la simulación posee un componente práctico que permite mantener el interés del estudiante” (p. 89).
3. La inclusión de deslizadores para la manipulación en intervalos sobre las variables utilizadas permite obtener varias proyecciones o posibles eventos de una modelación, lo que da origen a una retroalimentación más significativa en el estudiante, dado que este simplemente modifica los parámetros y elabora su conclusión con base en lo obtenido (Contreras y Carreño, 2012).

Simulación basada en agentes

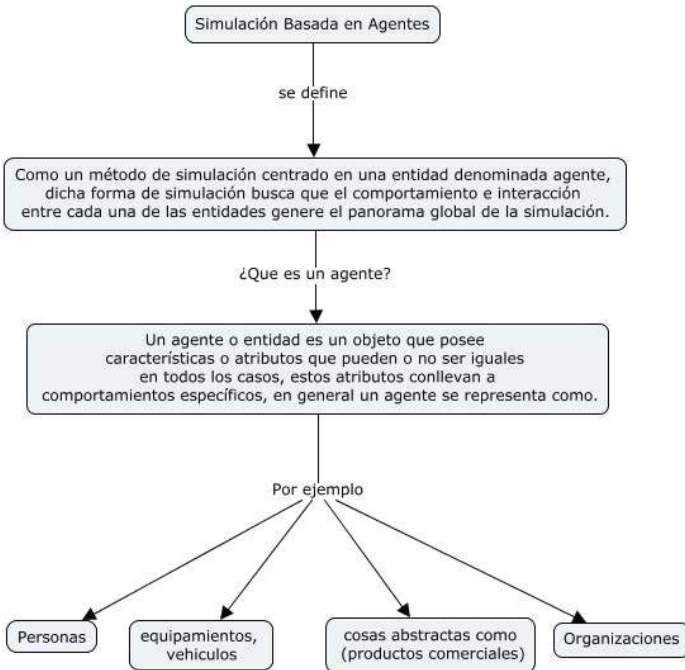
Es un enfoque de simulación centrado en el individuo. Así lo define la compañía AnyLogic (2019):

El modelado basado en agentes puede definirse como un enfoque esencialmente descentralizado, centrado en el individuo (en oposición al sistema) modelo de diseño. Al diseñar un modelo basado en el agente, el modelador identifica las entidades activas, define los agentes (que pueden ser personas, empresas, proyectos, bienes, vehículos, ciudades, animales, barcos, productos, etc.) memoria, estados, (...), los coloca en un determinado entorno, establece conexiones y ejecuta la simulación (p. 1).

El comportamiento global surge entonces como resultado de las interacciones de muchos comportamientos individuales.

Los agentes pueden no ser necesariamente personas. Grigoryev (2015) manifiesta que “los agentes en un modelo basado en agentes pueden representar diversas cosas: vehículos, piezas de equipo, proyectos, productos, ideas, organizaciones, inversiones, lotes de tierra, personas en diferentes papeles, etc.” (p. 21). La importancia de esta aclaración permite inferir que el campo de aplicación de las simulaciones basadas en agentes es muy amplio, de esta manera las actividades que se podrían construir no tendrían un limitante. En lo que concierne al desarrollo de este proyecto, quedaría sustentado su uso para múltiples contextos conocidos por los estudiantes.

Figura 1.3. Simulación basada en agentes



Fuente: elaboración propia.

La elección de este enfoque de modelado se dio por la gran utilidad que presenta a la hora de construir simulación contextualizada para los estudiantes, es decir, el modelado de simulación basado en agentes permite construir simulaciones inicialmente básicas que están muy relacionadas con los conocimientos empíricos de los estudiantes. Además, su sistema de construcción se basa en su mayoría en diagramas de estados, los cuales son sencillos de entender por el desarrollador.

Diagramas de estado

Los diagramas de estado son uno de los tantos tipos de diagramas utilizados en la ciencia de la computación. Su principal característica es que están estrechamente relacionados con la programación realizada específicamente sobre el objeto en el que se desea trabajar. Así, el diagrama está constituido por una serie de estados finitos y las conexiones entre estos, denominados transiciones, por las cuales debe pasar el objeto para introducirse en el siguiente estado.

Los elementos que se manejan principalmente en la construcción de los diagramas de estado, de acuerdo con Jiménez Herranz (2016), son:

- **Estado:** es un comportamiento observable durante un periodo finito que, además, viene dado por el valor de atributos que lo caracterizan.
- **Transición:** es un cambio de estado producido por un evento, en el cual la transición parte de un estado inicial y se dirige a uno o varios estados finales.
- **Acción:** es un evento no significativo, es decir, sucede en tiempos muy pequeños y puede ser ejecutado al inicio o al final de un estado específico.
- **Actividad:** es un evento de duración apreciable y sucede a lo largo de un estado, es decir, la actividad finaliza en cuanto se produce un cambio de estado.

En los diagramas de estado se introducen los elementos de estado inicial y estado final, a lo que Jiménez Herranz (2016) refiere que “un sistema solo puede tener un estado inicial (...), en ningún caso puede haber una transición dirigida al estado inicial” (p. 145). Cuando se hace referencia a que un estado inicial no puede tener transiciones que lo conecten, es porque dado este caso, él sería un proceso infinito y por tanto no sería un diagrama de estado. Respecto al estado fi-

nal, Jiménez Herranz (2016) argumenta que “el estado final representa que el componente ha dejado de tener cualquier interacción o actividad” (p. 145).

A partir de los conceptos anteriores, se elaboró una serie de fichas a modo de material concreto, con el fin de ilustrar su uso por medio de la manipulación. Dicha construcción se describirá más adelante.

Modelación en la escuela

La modelación matemática tiene muchas aplicaciones en la enseñanza, pero en relación con el enfoque. Trigueros (2009) expone que “el uso de la modelación en la escuela se muestra de diferentes maneras según los puntos de vista desde donde se mire la didáctica y de acuerdo con los objetivos de la actividad” (p. 77). El objetivo principal de la modelación matemática en la escuela tiene varias perspectivas, una de estas, como refiere Trigueros (2009) es:

En la práctica, el desarrollo de la modelación busca que los estudiantes generen una solución al problema planteado, lo que implica que estos deben desarrollar herramientas con el objetivo de comprender su entorno y cómo estos se afectan entre sí (p. 3).

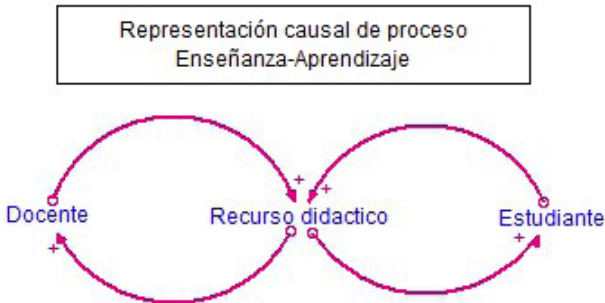
Otra perspectiva que se categoriza como modelación educativa, se desarrolla desde la pedagogía y busca dos objetivos, por un lado, pretende promover los procesos de aprendizaje en los estudiantes, por ejemplo, los procesos de pensamiento lógico a la hora de abordar el problema y, por

otro, la modelación educativa busca que sirva como clave para la introducción de conceptos.

Por último, se menciona una perspectiva de modelación cognitiva, que tiene un componente psicológico y tiene como objetivo entender los procesos mentales que se llevan a cabo en el desarrollo de una modelación.

De acuerdo con lo anterior, las perspectivas a seguir en este trabajo son las dos primeras, pues según la primera perspectiva que concibe el uso de la modelación en la escuela como un proceso para comprender los modelos matemáticos, implica el uso de nociones matemáticas específicas como la probabilidad en referencia, la probabilidad de cómo un evento impacta en la decisión de un agente en el transcurso de la simulación, el uso de la lógica frente a la estrecha relación de conceptos como las proposiciones lógicas llevadas de manera implícita en la construcción de los diagramas de estado y el uso de gráficas para lograr una interpretación con base en variables.

Figura 1.4. Objetivo de un recurso didáctico



Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, en cuanto refiere a la segunda perspectiva de la modelación matemática en la escuela, que la concibe como un carácter conceptual en la introducción de nuevos conceptos, el presente trabajo involucra la puesta en práctica del pensamiento computacional en la resolución de problemas en torno al modelado de simulación basado en agentes.

Recurso didáctico

De acuerdo con González (2015), se puede llamar recurso didáctico a aquellos materiales que facilitan el desarrollo del estudiante, en el cual se favorece el proceso de enseñanza-aprendizaje, además de facilitar la comprensión de aquel contenido que enseña el docente. De esta manera, el presente proyecto hace uso de recursos didácticos como principal motor de enseñanza, teniendo en cuenta que esta clase de herramientas permiten una mejor relación entre docente, estudiante y conocimiento.

El anterior diagrama causal explica de manera clara el objetivo principal de los recursos didácticos en el aula. En consecuencia, se crearon dos secuencias didácticas (una virtual y una de material concreto), con el propósito de facilitar la exposición del tema de modelado de simulación basada en agentes y el uso de los diagramas de estado.

Contenidos digitales virtuales

El uso de didáctica virtual presente en este trabajo es de tal importancia que surge la necesidad de definir el concepto de secuencia didáctica virtual y sus principales características. Por su parte, el concepto de contenido didáctico virtual no está totalmente definido. Para Álvarez (2010), "las teorías y términos que alimentan el conocimiento sobre

contenidos educativos digitales no han alcanzado aún un grado de precisión suficiente como para definir con garantías esta expresión, que además toma diferentes formas y denominaciones, según criterios igualmente diversos” (p. 99).

Sin embargo, una definición cercana a este concepto la ofrece Sicilia (2007), al indicar que:

La idea común de recurso educativo digital es la de contenidos educativos en formato web como texto e imágenes, pero este término engloba además documentos con directrices sobre cómo enseñar una determinada materia o incluso conjuntos de datos sobre evaluación y funcionamiento de experiencias educativas, entre otros (p. 27).

Una aclaración precisa sobre contenido educativo digital se puede encontrar en CEO (2000): “el contenido digital no es solo basado en computadora. Incluye video en demanda, *software*, CD-ROM, sitios web, correo electrónico, sistemas de gestión de aprendizaje en línea, simulaciones por ordenador, debates por secuencias, datos, archivos, bases de datos y audio” (p. 12).

Como se puede evidenciar, los simuladores por computador hacen parte de los contenidos digitales; de esta manera, el presente trabajo abordará el modelado de simulación como una estrategia de enseñanza basada en la construcción de una secuencia didáctica fundamentada en el programa An-Logic, mencionado anteriormente.

Características del contenido didáctico virtual

En cuanto refiere a las principales características que debería tener un contenido didáctico virtual, se puede encontrar que CEO (2000) define que la fuerza del contenido digital en la educación proviene de sus características dinámicas que permiten a los estudiantes ubicar y construir información. El contenido digital puede ser:

- **Relevante, actualizado y auténtico:** los educadores y estudiantes pueden aumentar el currículo con información actual y del mundo real. Esta investigación basada en la realidad anima a los estudiantes a descubrir y comprender implicaciones del mundo real.
- **Explorado en muchos niveles:** la dinámica y naturaleza de los contenidos digitales permite a los profesores y estudiantes explorar temas de acuerdo con sus necesidades, habilidades e intereses.
- **Manipulable:** el contenido digital puede ser evaluado, revisado y producido, lo que posibilita a los estudiantes y maestros aplicar información en formas cada vez más complejas.
- **Instantáneo:** con un ancho de banda óptimo, la información se vuelve inmediatamente accesible, de acuerdo con las necesidades de los estudiantes y maestros.
- **Creativo:** el contenido digital permite a los alumnos ser participantes activos en el proceso de aprendizaje.

En lugar de aceptar pasivamente la información, los estudiantes pueden dirigir y elegir sus resultados educativos de formas nuevas y sofisticadas. Las características productivas de los contenidos digitales inspiran y posibilitan mayor creatividad.

Didáctica de la matemática de la escuela francesa

La didáctica de la escuela francesa surge en la década de los años 70 producto de la preocupación de investigadores de origen francés por entender cómo se desarrollan los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En la didáctica de la matemática de la escuela francesa se encuentra el desarrollo de las teorías de situaciones didácticas, que son parte fundamental en el desarrollo de esta investigación. Así, Panizza (2003) refiere que esta teoría busca como objetivo la “génesis artificial” del conocimiento, en el entendido que dichos conocimientos surgen de una construcción fundamentada y no de un producto generado de manera espontánea.

Situaciones didácticas

La construcción de la teoría distingue los siguientes tipos de situaciones didácticas enmarcadas en un orden sistemático, que plantea como punto inicial la asimilación del conocimiento de forma individual de cada estudiante hasta llegar al conocimiento “compartido”, que básicamente es la conclusión en torno a un grupo de estudiantes.

- **Situaciones de acción:** inicia con la puesta en escena de objeto simbólico o material (material concreto). Como Panizza (2003) refiere, el estudiante se vale únicamente de sus conocimientos implícitos para comprender el objeto planteado.
- **Situaciones de formulación:** un alumno (o grupo de alumnos) emisor debe formular explícitamente un mensaje destinado a otro alumno (o grupo de

- alumnos) receptor, que debe comprender el mensaje y actuar (sobre un medio material o simbólico) con base en el conocimiento contenido en el mensaje.
- **Situaciones de validación:** cuando se habla de validación, se busca que un grupo de estudiantes pongan sus argumentos en busca de que los demás sancionen según sus propios conocimientos la veracidad o falsedad de los argumentos propuestos por la primera parte; así, el conocimiento surgido de la argumentación y contraargumentación se consolida en la siguiente situación.
 - **Situaciones de institucionalización:** en busca de establecer el grado de acercamiento entre las producciones hechas por los estudiantes y el saber cultural con el propósito de entender la “brecha existente”, el papel del docente es recapitular, sistematizar, ordenar, etc., con el objetivo de poder establecer las relaciones entre las producciones de los estudiantes y el saber cultural.

El desarrollo de las situaciones didácticas se conciben en principio desde un concepto lineal en cuanto a su aplicación; sin embargo, no se debe desconocer que el desarrollo de una clase obedece a situaciones cambiantes en las que las situaciones pueden surgir de diferentes maneras, es decir, en momentos se puede hablar de situaciones de acción y en otros de situaciones de formulación.

En conclusión, una clase tiene características complejas que dan por hecho que una estructuración de esta (plan de clase) nunca se podrá concebir de manera lineal sino como un sistema de realimentación entre el estudiante, el docente y el medio.

Contexto geográfico

La provincia del Sumapaz está ubicada al sur del departamento de Cundinamarca, limita al norte con las provincias del Tequendama y Soacha, al sur con el departamento del Tolima, al oriente con Bogotá y al occidente con la provincia del Alto Magdalena. Está conformada por nueve municipios de sexta categoría y un municipio de segunda categoría, así: Arbeláez, Cabrera, Fusagasugá, Granada, Pandi, Pasca, San Bernardo, Sylvania, Tibacuy y Venecia (Contraloría de Cundinamarca, 2015).

Figura 1.5. Provincia del Sumapaz



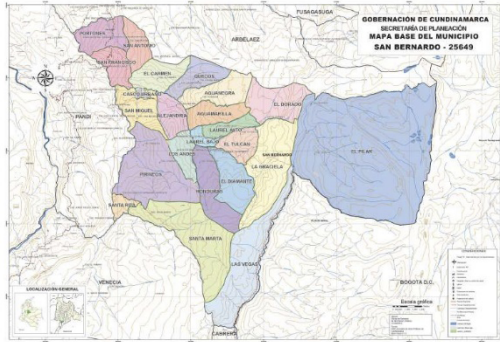
Fuente: Gobernación de Cundinamarca

En referencia al manejo conceptual utilizado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE, 2018), se hará uso de los siguientes conceptos.

- **Municipio:** de acuerdo con el artículo 311 de la actual Constitución Política de Colombia y la Ley 136 del 2 de junio de 1994, es la entidad territorial fundamental de la división político-administrativa del Estado, con autonomía política, fiscal y administrativa, en los límites que le señalen la Constitución y las leyes de la República. Sus objetivos son la eficiente prestación de los servicios públicos a su cargo, la construcción de las obras que demande el progreso local, la ordenación de su territorio, la promoción de la participación comunitaria en la gestión de sus intereses y el mejoramiento social y cultural de sus habitantes.
- **Vereda:** es un término usado en Colombia para definir un tipo de subdivisión territorial de los diferentes municipios del país. Comúnmente una vereda posee entre 50 y 1.200 habitantes, aunque en algunos lugares podría variar dependiendo de su posición y concentración geográfica.

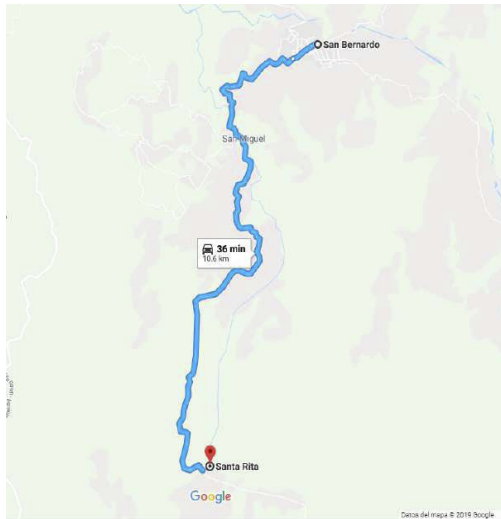
El proyecto de investigación se implementará en el municipio de San Bernardo, ubicado en el departamento de Cundinamarca, específicamente en la vereda Santa Rita, en el Colegio Básico Santa Rita.

Figura 1.6.
Municipio de
San Bernardo



Fuente: Mapas y estadísticas Cundinamarca

Figura 1.7.
Distancia entre
el casco urba-
no y la vereda
Santa Rita



Fuente: Google Maps



Figura 1.8.
Colegio
Básico
Santa Rita

*Fuente: Proyecto Red Regional de Modelación Computacional
para la Educación - UCundinamarca*

El Colegio Básico Santa Rita se encuentra ubicado en la vereda Santa Rita, que está al sur del casco urbano, aproximadamente a 10 km de distancia.

Metodología

Diseño de investigación

Enfoque metodológico de la investigación

A partir de una revisión teórica sobre los principales conceptos llevados a cabo en la investigación, recolectados especialmente en fuentes académicas y artículos de revista, todo ello referenciado en la bibliografía, se procede a diseñar una propuesta metodológica enfocada principalmente en la elaboración de secuencias didácticas que permitan tanto al docente como al estudiante abordar los primordiales conceptos del pensamiento computacional. Posteriormente, se sigue el paso de recolectar información en las instituciones intervenidas (Colegio Teodoro Aya Villaveces, Colegio Departamental sede Portones, Universidad de Cundinamarca, Colegio Básico Santa Rita y sede Escuela Normal Superior de San Bernardo) en estudiantes de los grados noveno y décimo.

Por último, se realizará un análisis de resultados para determinar el grado de impacto del proceso. Este análisis se hará en tablas de recolección de observaciones, de los resultados de las actividades y la encuesta.

De acuerdo con las características de la propuesta planteada, se desarrolla e inscribe en el enfoque cualitativo, el cual busca como finalidad, de acuerdo con Rodríguez y otros (1996), “comprender e interpretar la realidad tal y como es, entendida por los sujetos participantes en los contextos estudiados” (p. 3), en este caso el docente, los estudiantes, los miembros del semillero de investigación y los estudiantes participantes. Al respecto, Colmenares y Piñero (2008) expresan que “la investigación cualitativa emerge en el campo

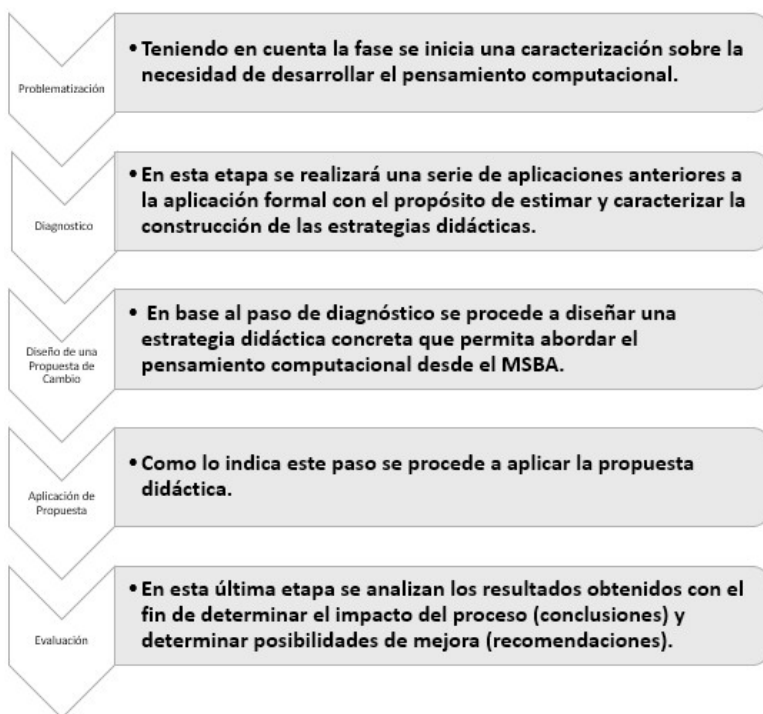
de las ciencias de la educación como una opción metodológica válida para el abordaje de los problemas socio-educativos” (p. 5). Por lo que el enfoque cualitativo planteado es de gran utilidad, ya que los resultados, las observaciones y las demás formas de recolección de información, pasan a formar parte vital de la investigación.

Unidades de estudio

- **Unidad de análisis:** proceso de pensamiento computacional (matemático y sistémico) de los estudiantes de educación básica.
- **Línea y tipo de investigación:** este trabajo se inscribe en la línea de investigación denominada *Desarrollo de Pensamiento Matemático*, cuyas acciones se enmarcan en el plan de trabajo del proyecto de investigación *Red Regional de Modelación Computacional para la Educación*.

El estudio se llevará desde la metodología de la investigación-acción, puesto que tiene como propósito integrar a los participantes de la investigación en el proceso de construcción de la solución. Basados en el enfoque de la investigación-acción, se establecen las siguientes fases:

Figura 1.9. Fases llevadas a cabo en la investigación-acción



Fuente: elaboración propia.

Herramientas metodológicas

En el presente trabajo se usaron herramientas metodológicas para realizar un seguimiento oportuno a los estudiantes durante el desarrollo de las sesiones, con lo cual se buscó medir su nivel de comprensión de los diferentes temas que

se expusieron. Dichas herramientas se basaron en los recursos didácticos virtuales y el material concreto, como estrategia basada en la manipulación y forma de aprendizaje.

Aplicaciones del proyecto

Teniendo en cuenta que este proyecto está enmarcado en el semillero de investigación *Modelación matemática y computacional UCundinamarca*, perteneciente al Grupo de Investigación e Innovación en Modelación Matemática y Computacional (GIIMMYC), se realizaron talleres aplicativos en los cuales los estudiantes exhibían sus proyectos a la población, con el objetivo de mejorar la práctica docente, además de reflexionar y analizar continuamente la viabilidad y las posibilidades de mejora de los proyectos llevados a cabo.

A continuación, se presentan una serie de aplicaciones del taller Pensamiento computacional desde la simulación basada en agentes. Se debe considerar que dichos talleres se hicieron con los siguientes objetivos:

1. Perfeccionar la metodología de presentación del tema.
2. Mejorar el diseño de las secuencias didácticas.

El taller se aplicó en población estudiantil entre los grados octavo y noveno, además de estudiantes y docentes egresados de la Universidad de Cundinamarca.

Descripción del taller realizado

En el desarrollo del pensamiento computacional desde el modelado de simulación basado en agentes, el taller consiste en la elaboración de una simulación de tráfico de rodado, en el cual se utiliza como base o plantilla una imagen tomada de Google maps, para luego diseñar el flujo vehicular que tiene lugar en dichas calles. En el Anexo 1 se muestra la guía aplicada paso a paso.

1. Aplicación en estudiantes y docentes egresados de la Universidad de Cundinamarca.

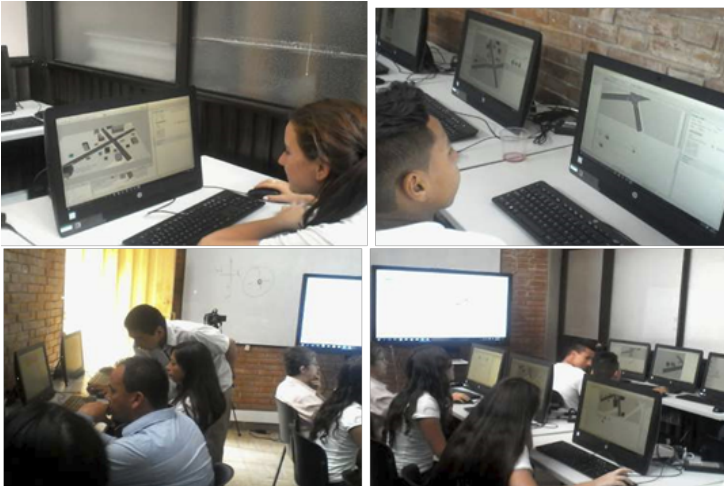
Figura 1.10. Aplicación en estudiantes y docentes de la carrera de Matemáticas



Fuente: Archivo documental Lic. Matemáticas - UCundinamarca

2. Aplicación en estudiantes del Colegio Departamental, sede Portones.

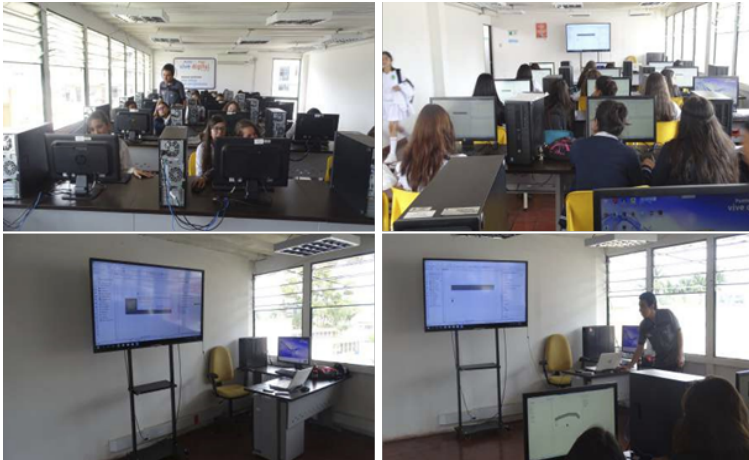
Figura 1.11. Aplicación en estudiantes del Colegio Departamental, sede Portones



Fuente: Archivo documental Lic. Matemáticas - UCundinamarca

3. Aplicación en estudiantes del Colegio Teodoro Aya Villaveces (jornada de la mañana).

Figura 1.12. Aplicación en estudiantes del Colegio Teodoro Aya Villaveces (jornada mañana)



Fuente: Archivo documental Lic. Matemáticas - UCundinamarca

Análisis de resultados

Teniendo en cuenta que los objetivos eran inicialmente mejorar la metodología de presentación del tema, así como el diseño de las secuencias didácticas, se evidenció en las aplicaciones del taller que surge la necesidad de iniciar con un conocimiento preliminar sobre la resolución de problemas sencillos desde el pensamiento computacional. Además, se hizo necesario desarrollar de manera aislada los

diagramas de estado, como tema preliminar al abordaje de modelado de simulación en el programa AnyLogic y, por último, el desarrollo de ejercicios en los que se aplicó cada una de las herramientas descritas en la cartilla diseñada.

Propuesta metodológica

A continuación, se presenta la propuesta metodológica para desarrollar el pensamiento computacional desde el MSBA, en la cual se tienen en cuenta las observaciones realizadas y se atienden las posibilidades de mejora, que da como resultado la elaboración de dos secuencias didácticas y un material concreto para facilitar la comprensión de los temas abordados.

Secuencia didáctica 1

La secuencia número 1 denominada “Secuencia didáctica diagrama de estados” (Anexo 3), se construye como una propuesta de solución a las posibilidades de mejora referidas en la sección 3.5. Por tanto, esta secuencia tiene el propósito de introducir al estudiante al concepto de diagramas de estado en su forma más básica. La secuencia didáctica inicia con la elaboración de una actividad introductoria centrada en los cambios de la materia y cómo estos pueden ser representados por medio de las fichas de diagrama de estado (su descripción se presenta más adelante); posteriormente, se presentan unas actividades que involucran la construcción de diagramas de estado centradas en ejercicios cotidianos en los que se pone a prueba la capacidad de razonamiento lógico de los estudiantes.

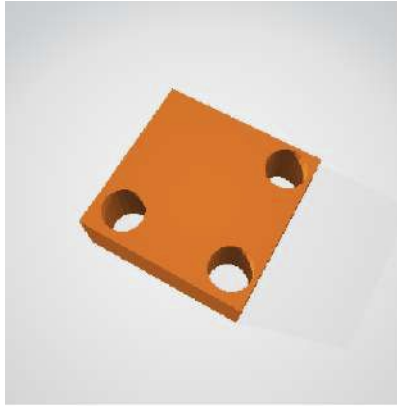
Fichas de diagrama de estado

Las construcciones de las fichas de diagrama de estado obedecen a una estrategia que permita la construcción y posterior solución de problemas basados en el tema anteriormente mencionado; entre otras cosas, cada ficha se concibe desde un elemento de los diagramas (estado, estado inicial, estado final, transición). Las presentes fichas se articulan con la secuencia didáctica número uno en la solución de las actividades propuestas.

Fase de elaboración de las fichas

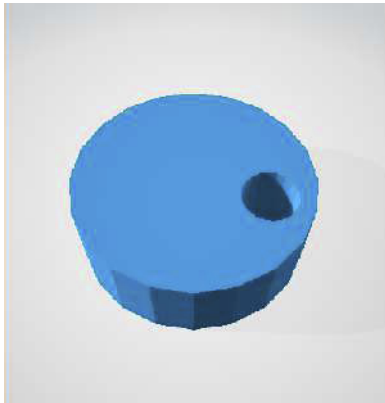
La elaboración y construcción de las fichas se basó en el uso de impresión 3D. Actualmente el laboratorio de matemáticas de la Universidad de Cundinamarca cuenta con impresoras 3D que permiten elaborar diseños elaborados como figuras en un entorno digital, para luego ser impresas en los equipos. El material usado en la impresión fue PLA, este es un plástico usado en la impresión de figuras 3D. Cada figura fue impresa en un tiempo promedio de 24 minutos cada una. En total se elaboró un paquete con una cantidad específica de fichas, las cuales se describen a continuación.

Figura 1.13. Ficha condicional



Fuente: Elaboración propia

Figura 1.14. Ficha de estado inicial



Fuente: Elaboración propia



Figura 1.15.
Conector

Fuente: Elaboración propia

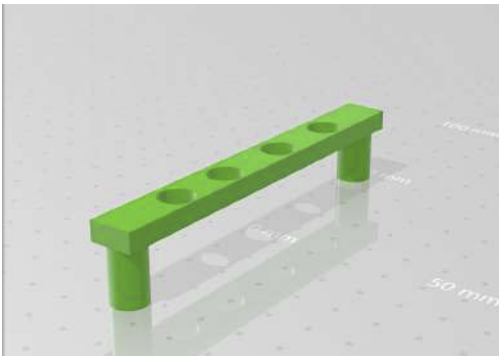


Figura 1.16.
Conector
múltiple

Fuente: Elaboración propia

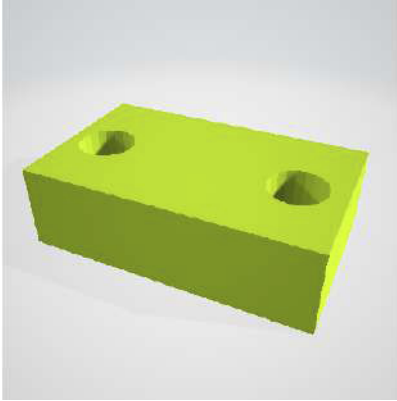


Figura 1.17.
Ficha de estado

Fuente: Elaboración propia

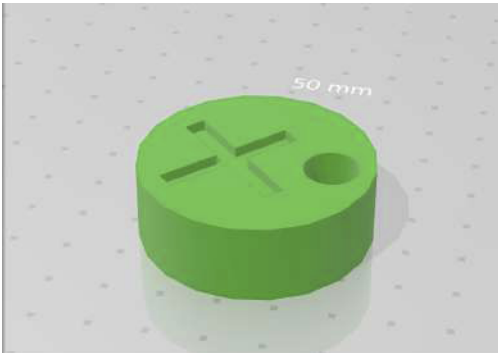
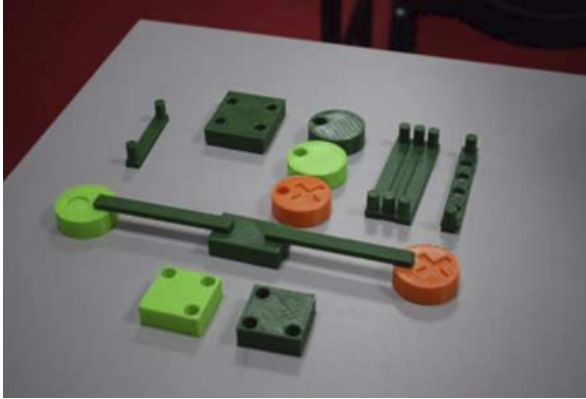


Figura 1.18.
Ficha de estado final

Fuente: Elaboración propia





Figura 1.19. Trabajo de impresión de las fichas de diagrama de estado



Fuente: Archivo documental Lic. Matemáticas - UCundinamarca

En las siguientes figuras se evidencia la secuencia didáctica:

Figura 1.20. Evidencia secuencia 1

<p style="text-align: center;">  UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA Generación Siglo 21 </p> <p style="text-align: center;"> Secuencia Didáctica Diagramas de estado Una introducción a la construcción de diagramas de estado desde la implementación de material concreto. </p> <p style="text-align: center;">Yonatan Alexander Poveda Pulido</p> <p style="text-align: center;"> Universidad de Cundinamarca Facultad de Educación Licenciatura en Matemáticas </p> <p style="text-align: center;">Pisagaşuzá- Cundinamarca 2919</p>	<p style="text-align: right;">Secuencia Didáctica</p> <p>Actividad: Los cambios de estado también los podemos ver en nuestro transcurrir académico para podemos ver cómo a medida que avanzamos cada grado nuestro estado en referencia a la ubicación del grado cambia.</p> <p>Los cambios de estado cuando iniciamos los estudios después de haber cursado la secundaria son susceptibles de realizarse por medio de diagramas de estado, puesto que el objeto de estudio es la persona.</p> <p>Ejemplo:</p>  <p>Ejercicio</p> <p>«Construye el diagrama de estado para un estudiante que inicia sus estudios y termina sus estudios al grado once. «Ilustra en mediante diagrama de estado el caso en el que un estudiante pierde un grado y debe repetirlo. «Investiga acerca de los posibles estados que podemos hacer luego de cursar la secundaria e ilustra los mediante diagrama de estado.</p>
<p style="text-align: center;">Secuencia Didáctica</p> <p style="text-align: center;">Sección uno</p> <p>Los objetos cambian de estado por medio de transiciones prueba de ello son los estados de la materia, cuando tomamos el agua, esta puede ser transformada en diferentes estados, los cuales suceden por una sucesiva y continua en la siguiente figura.</p> <p>Cómo podemos ver el agua puede transformarse en varios estados finales: estado sólido (hielo), gaseoso (vapor) y líquido (agua líquida).</p> <p>Sin embargo, para llegar a dichos estados el agua debe someterse a una transición de estado, la cual depende del estado inicial, a continuación, se muestran cada uno de las transiciones por las que pasa el agua para llegar a los distintos estados en los que puede finalizar (estado final).</p>  <p>En la informática estos problemas pueden ser ilustrados mediante diagramas de estados los cuales nos ayudan a ilustrar de manera clara cómo el objeto cambia de estado de acuerdo a la transición en la que se encuentra, a su nivel más avanzado los diagramas de estados pueden ser usados para desarrollar simulaciones basadas en agentes.</p>	<p style="text-align: right;">Secuencia Didáctica</p> <p style="text-align: center;">Sección dos</p> <p>Juan toma un vaso de agua líquida y decide hacer un experimento para ver en que estados puede cambiar su vaso con agua. Al experimentar encuentra que el agua se puede manifestar en dos estados posibles los cuales son estado sólido (hielo) y estado gaseoso (vapor). Ilustra mediante las fichas de diagrama de estados, el estado inicial y los estados posibles del agua en el experimento de Juan.</p> <p style="text-align: center;">Iniciado en estado líquido</p>  <p>Ejercicios</p> <p>«Construye como se llaman las transiciones que ilustra el cambio de estado del agua en el experimento de Juan y posteriormente describe que deba hacer para llegar los estados de sólido y líquido. «Construye el diagrama de estado con el estado final en el cual debe indicarse como se llama la transición para volver al estado líquido.</p>

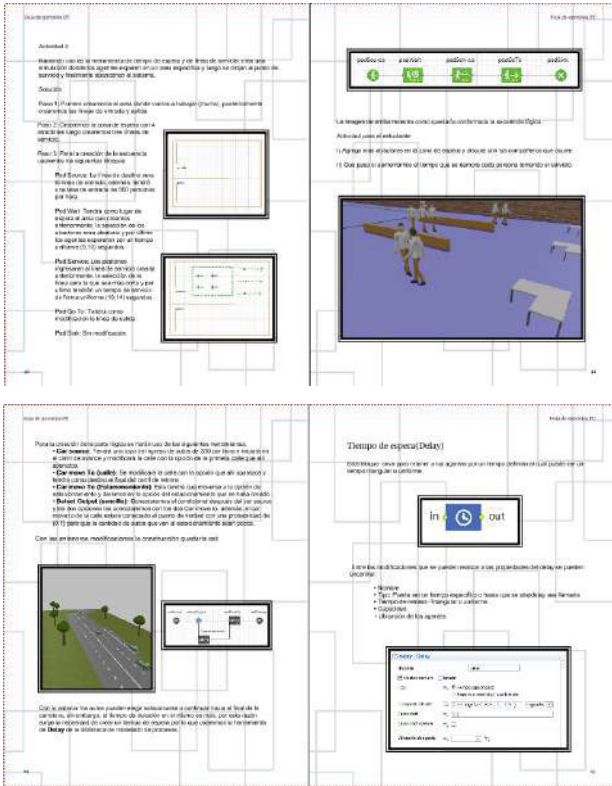
Fuente: Elaboración propia

Secuencia didáctica 2

En la construcción de las secuencias se tuvo en cuenta el uso de las librerías de tráfico de rodado y tráfico peatonal, dichas librerías se describen con mejor detalle en el Anexo 2, ya que el contexto de las dos librerías permite que los estudiantes puedan realizar mayores analogías con el conocimiento empírico proveído por su diario vivir. Además, se debe tener en cuenta que la programación llevada a nivel interno del programa AnyLogic está basada en su mayoría en bloques de código, los cuales se ven como herramientas o bloques que requieren de forma general su correcta ubicación en torno a la simulación en construcción.

La secuencia número 2, denominada “Introducción al pensamiento computacional desde el modelado de simulación basado en agentes” (Anexo 4), introduce el uso de las librerías de tráfico de rodado y tráfico peatonal. Las actividades están construidas de tal manera que el docente guiará una parte del trabajo y el estudiante tendrá que realizar en algunos casos la versión opuesta de la actividad; además, las actividades tienen un orden creciente en dificultad, de tal manera que inician con actividades sencillas con ajustes sencillos y luego elevan su complejidad con actividades en las que el estudiante debe resolver problemas más elaborados. En referencia a la forma gradual de dificultad de las actividades, cabe resaltar que en la evaluación formativa dichas actividades buscan que los estudiantes elaboren cada una de ellas basándose en lo aprendido en las anteriores; de esta manera será el mismo estudiante que, con sus compañeros y su docente como guía, evaluará el proceso llevado.

Figura 1.21. Evidencia secuencia 2



Fuente: Elaboración propia

Evaluación

Para dar una correcta evaluación de cada una de las secuencias se usa la evaluación formativa, que de acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional (MEN) "se hace formativa cuando el estudiante puede comprender su proceso y mejorar a partir de este. También cuando el docente puede

reflexionar y adecuar lo que sucede en el aula estableciendo estrategias pedagógicas y didácticas para todos los estudiantes” (MEN, 2017, p. 6). Para seguir en la misma línea del MEN, se puede encontrar que el objetivo de la evaluación formativa busca que tanto el docente como el estudiante avancen en el proceso de enseñanza-aprendizaje. A continuación, se muestran las principales características de la evaluación formativa.

Continua: que sea un proceso constante, de tal manera que el docente actúe de manera oportuna, es decir, es consciente del momento en que comete un error narrativo y argumentativo y pueda orientar estrategias que permitan evitar errores definitivos.

Correctiva: dicha corrección da lugar en el momento que sucede el error y no al final, como se hace de forma tradicional.

Progresiva: la evaluación formativa al realizarse continuamente genera aportes y favorece el avance del aprendizaje, detectando falencias en el estudiante con el fin de dar las correcciones a tiempo.

Efectiva: que tenga la capacidad de lograr lo que se ha propuesto como objetivos.

Con base en lo anterior, se implementa la evaluación formativa porque lleva a evidenciar el avance de los estudiantes en la construcción de cada una de las actividades; así, la evaluación y la forma en que se llevará está indicada en cada una de las secuencias.

Aplicación de la propuesta metodológica

Aquí se presentan los resultados obtenidos al aplicar las secuencias didácticas de diagramas de estado y las actividades correspondientes a las simulaciones construidas desde las librerías de tráfico de rodado y tráfico peatonal; además, se describen las respuestas más representativas elaboradas por los estudiantes en cuanto refiere a las construcciones en el programa AnyLogic.

Actividades correspondientes a la secuencia didáctica de diagrama de estados

A continuación, se muestran los resultados de la aplicación de la primera secuencia de actividades, la cual consiste en el desarrollo de ejercicios sobre diagramas de estado, apoyados de igual manera en la manipulación de las fichas de diagramas de estado.

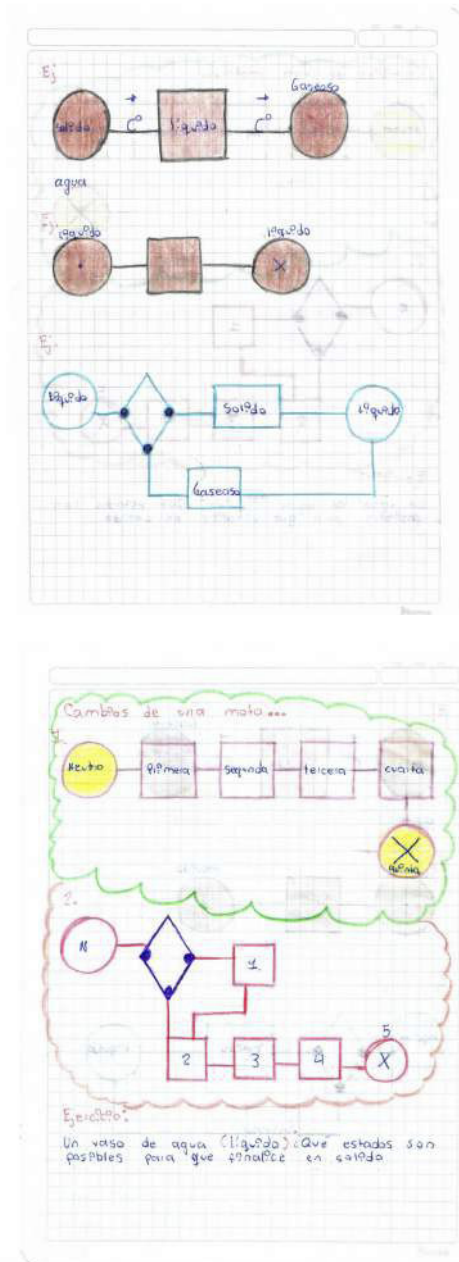
La manipulación de las fichas de diagrama de estado permite que los estudiantes sean más receptivos a la hora de comprender el tema de los cambios de estado en la materia. Cuando los estudiantes entienden cómo funcionan los diagramas de estado, comprenden que muchas cosas se pueden “diagramar” por esta forma, y en tal caso surgió en la pregunta: ¿es posible ver los cambios de grado en el transcurso de los estudios? La respuesta a este interrogante se evidencia en la Figura 1.23., en la cual estos conciben cada grado como un “estado” y la acción de graduarse de cada grado como la transición al grado siguiente.

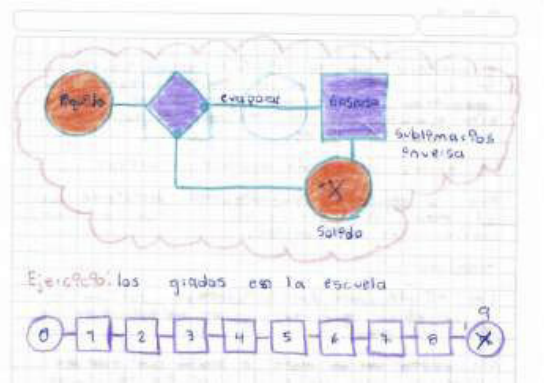
Figura 1.22. Evidencia de actividades de diagramas de estado



Fuente: Elaboración propia

Figura 1.23. Actividades de diagramas de estado





Fuente: Elaboración propia

Figura 1.24. Actividades de diagramas de estado



Fuente: Elaboración propia

Actividades correspondientes a la secuencia didáctica *Desarrollo del pensamiento computacional* desde el MSBA.

1. Librería de tráfico de rodado

Se debe tener en cuenta que los resultados esperados son la construcción del diagrama de estado que pudiera solucionar el problema planteado, además, se debe señalar que las actividades elaboradas están interconectadas entre sí, para obtener una red vial que incluyera todos los resultados de las actividades. Por esta razón específica, la individualización de la actividad no es estricta, ya que en el modelo global todas las actividades están implícitas.

Tabla 1.1. Análisis de acuerdo con las situaciones didácticas secuencia

<https://postimg.cc/hJmtccg5>

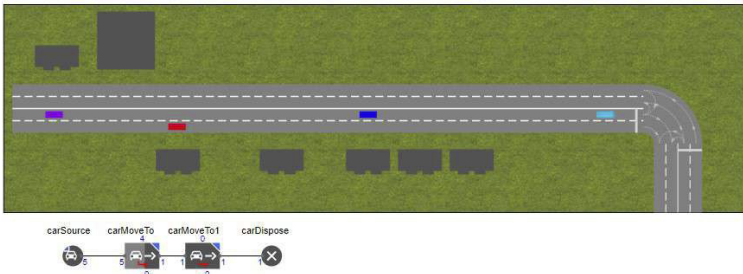
Fuente: Elaboración propia

Figura 1.25. Desarrollo de la secuencia 2 (parte 1)



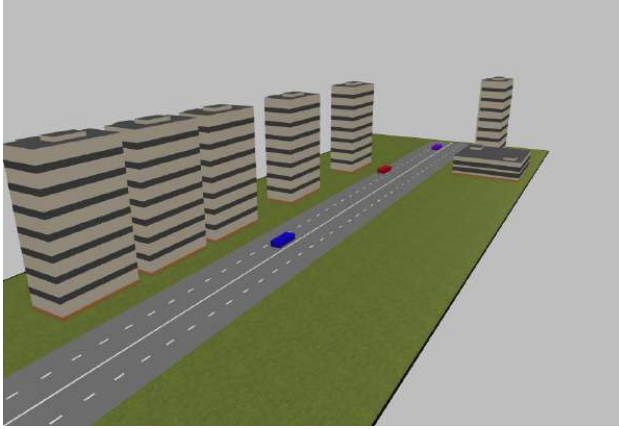
Fuente: Elaboración propia - Anylogic

Figura 1.26. Diagrama de estado y red_vial



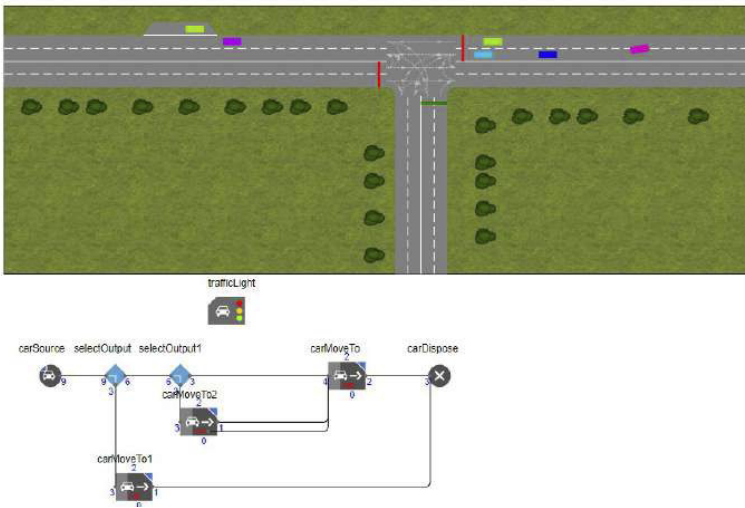
Fuente: Elaboración propia - Anylogic

Figura 1.27. Vista 3D



Fuente: Elaboración propia - Anylogic

Figura 1.28. Diagrama de estado y red vial



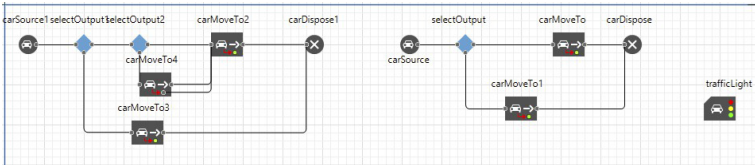
Fuente: Elaboración propia - Anylogic

Figura 1.29. Vista 3D



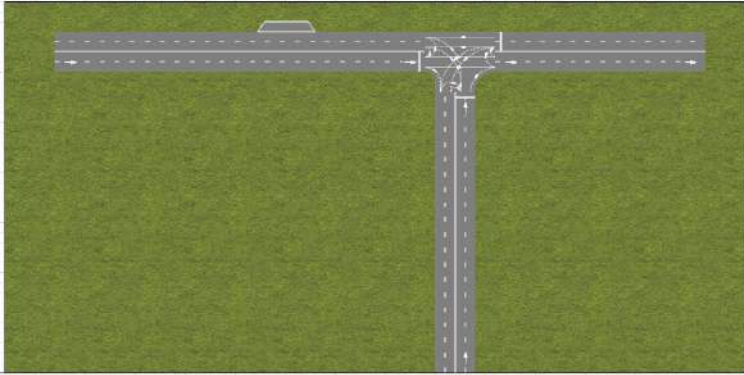
Fuente: Elaboración propia – Anylogic

Figura 1.30. Diagrama de estado



Fuente: Elaboración propia - Anylogic

Figura 1.31.Vista 2D

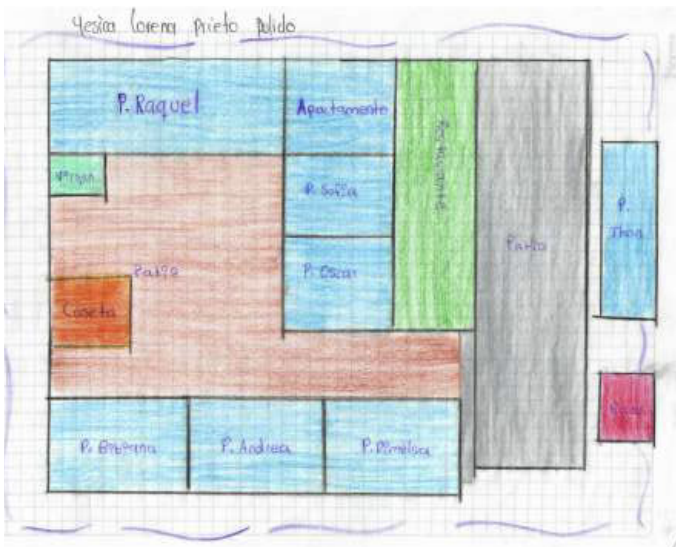
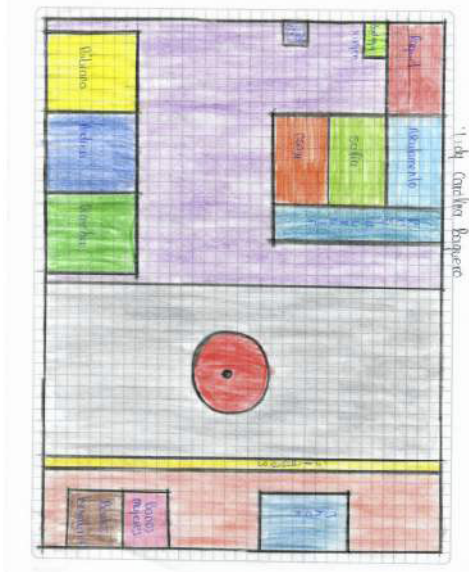


Fuente: Elaboración propia - Anylogic

2. Librería de tráfico peatonal

Antes de comenzar con las actividades que corresponden a la elaboración de las simulaciones, se presentan los dibujos del croquis del colegio como plantilla para la elaboración de las simulaciones que involucran la librería peatonal. Estos dibujos se eligieron al azar entre el grupo de estudiantes.

Figura 1.32. Croquis del Colegio Santa Rita



Fuente: Elaboración propia

Luego de haber hecho las actividades del croquis, se procede a realizar la construcción de las simulaciones teniendo en cuenta el anterior dibujo. De esta manera se ilustran las actividades más llamativas en cuanto a su diseño y buen orden.

Figura 1.33. Desarrollo de la secuencia 2 (parte 2)



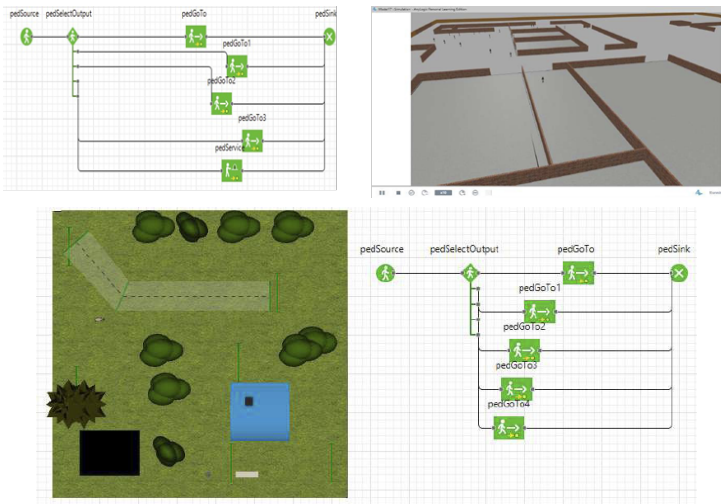
Fuente: Elaboración propia

Figura 1.34. Vista 3D



Fuente: Elaboración propia - Anylogic

Figura 1.35. Diagrama de estado y Vista 3D



Fuente: Elaboración propia - Anylogic

A continuación, se muestra el análisis de los resultados de acuerdo con las situaciones didácticas:

Tabla 2-2.: Análisis de acuerdo con las Situaciones Didácticas Secuencia No. 2

<https://postimg.cc/MX5pYzDy>

Fuente: Elaboración propia

Encuesta de percepción del taller realizado

En esta sección, se describen los resultados en la aplicación de la encuesta, la cual tiene como objetivo recoger las principales perspectivas posteriores a la aplicación de la propuesta metodológica. Dicha encuesta se compone de preguntas formales con selección múltiple y preguntas de justificación a la selección de las preguntas formales, que tienen una característica informal, es decir, buscan que el estudiante use sus propias palabras para describir su perspectiva del trabajo realizado. La elaboración de la presente encuesta se lleva a cabo en la plataforma de Forms, en Microsoft Outlook, donde la recolección de datos se hace de manera virtual, lo que permite un mejor tratamiento de la información dado que las gráficas de comportamiento y orden son en tiempo real.

1) Indique el grado que cursa.

Figura 1.36. Distribución porcentual de los grados noveno y décimo

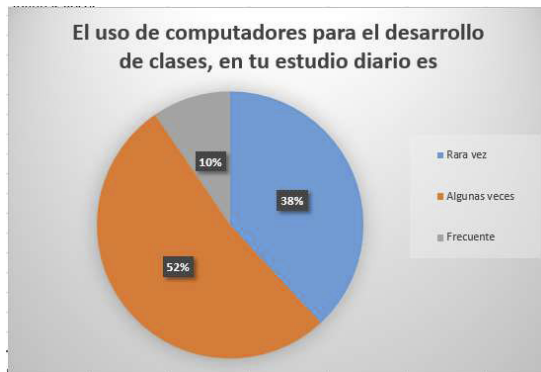


Fuente: Elaboración propia

En la primera pregunta se busca dejar en evidencia el número de participantes en la aplicación de la propuesta didáctica, es de resaltar que en la institución el número de estudiantes es muy reducido en comparación con escuelas de la zona urbana. Como característica especial hay que señalar que el número de estudiantes activos año tras año es cada vez menor, lo cual denota al final un número muy limitado de estudiantes que culminan sus estudios.

2) ¿El uso de computadores para el desarrollo de clases en tu estudio diario es?

Figura 1.37. ¿El uso de computadores para el desarrollo de clases en tu estudio diario es?



Fuente: Elaboración propia

Esta pregunta tiene como propósito determinar el uso de la computadora en las clases, a lo que la Figura 1.37. señala que el uso es de algunas veces (52 %), como afirman algunos de los estudiantes entrevistados. El poco uso se debe, entre otras cosas, al número limitado de equipos, la baja velocidad de conexión a la red y la falta de los docentes a la hora de incluir dichos equipos en la clase.

3) ¿Cuál es tu opinión del curso realizado?

Entre las respuestas más resaltables se encuentra una que dice: “mi opinión es que es muy beneficioso porque nos

ayuda a agilizar los conocimientos virtuales, ya que no es frecuente”. Esta respuesta en particular muestra que los estudiantes son conscientes de la falta de involucrar el uso de las TIC en el desarrollo de clases. Otra respuesta fue: “en mi opinión nos beneficia en cuanto al manejo de la tecnología y nos ayuda a tener más conocimiento”, que muestra la importancia que los estudiantes dan al conocimiento adquirido por medio de la tecnología. Una última respuesta destacable muestra la relevancia de la inclusión de la tecnología en la matemática, como refiere un estudiante en su respuesta: “es muy divertido el programa y lo más importante es que ponemos en práctica las matemáticas y otras materias”.

4) ¿Crees que el uso de simulación mejora el aprendizaje en el aula?

Figura 1.38. ¿Crees que el uso de simulación mejora el aprendizaje en el aula?



Fuente: Elaboración propia

5) De acuerdo con la opción que hayas respondido en la pregunta 4 justifica tu respuesta.

Esta pregunta busca la opinión sobre la importancia del uso de la simulación en el aula, ante lo cual la Figura 1.38. muestra que la mayoría está de acuerdo en que el uso es de gran importancia; además, dan como justificación que su uso sirve para aprender cosas nuevas con una temática diferente. Una de las respuestas que más llamó la atención fue “aprendemos mejor porque lo que vamos escribiendo lo ponemos en práctica de una vez”, dado que este es uno de los propósitos de la presente propuesta metodológica. Otra respuesta resaltable muestra que el uso de la simulación permite desarrollar asuntos diferentes, lo cual evidencia que la simulación basada en agentes es útil en la generación de nuevos escenarios de aprendizaje. Como indica otra respuesta, la simulación permite ver la matemática de una forma divertida.

6) ¿Crees que aprender acerca del pensamiento computacional es importante en tu estudio diario?

Figura 1.39. ¿Crees que aprender acerca del Pensamiento Computacional es importante en tu estudio diario?



Fuente: Elaboración propia

7) De acuerdo con la opción que hayas respondido en la pregunta 6 justifica tu respuesta.

Las opiniones respecto a la pregunta 7 muestran que el propósito del curso se cumplió a nivel general, dado que las opiniones giran alrededor de cómo los estudiantes pueden aplicar lo aprendido en otras áreas y en su proceso de aprendizaje; además, son conscientes de la importancia de conocimientos que involucren el pensamiento computacional y la informática. Una de las respuestas a la pregunta muestra una característica muy importante en el proceso de aprendizaje y es el uso de la imaginación, y es que un estudiante dice: “sí, porque uno puede crear a su imaginación lo que uno quiera”. Otra respuesta es: “sí, por-

que es un aprendizaje fuera de las materias de clase y se pueden hacer cosas nuevas". Esta respuesta muestra que el carácter novedoso del pensamiento computacional impacta en los estudiantes de una forma positiva.

8) ¿Qué inconvenientes crees que se presentaron a la hora del desarrollo del curso?

Respecto a esta pregunta, los estudiantes en general notaron que la falta de dispositivos es un problema que subsiste al desarrollar este tipo de actividades; además, dada la poca actividad desarrollada en computadores, algunos estudiantes son conscientes de que hace falta conocimiento respecto a la manipulación de computadores.

Desarrollo del modelo del proceso didáctico

Desde la perspectiva del pensamiento computacional y la dinámica de sistemas, se desarrolla el siguiente capítulo con el propósito de ilustrar el proceso didáctico, investigativo y de formación docente, el cual pretende, inicialmente, descomponer el problema de la comprensión de proceso didáctico en tres elementos importantes derivados de las funciones sustantivas del proyecto educativo de la Universidad de Cundinamarca. Seguidamente, generar un reconocimiento en los patrones de comportamiento sustraídos en la construcción de los diagramas de Forrester y los diagramas causales y, por último, ilustrar el algoritmo producido por el programa.

Comprender cómo la interacción entre la práctica docente, la labor investigativa en torno a un grupo de investigación y la proyección social afectan la formación docente, es un interrogante que puede encontrar solución en el desarrollo de procesos de retroalimentación o causalidad. Partiendo de las experiencias, los análisis y las reflexiones llevadas desde el grupo de investigación enmarcadas en la metodología de investigación-acción, se retoman dichos resultados para elaborar los diagramas causales y diagramas de Forrester que permiten ofrecer una mejor comprensión del proceso desde una perspectiva causal y sistémica. Para la representación de la información se introduce el programa de modelación STELLA, el cual se describe en la próxima sección.

Tabla 2. Síntesis del capítulo.

<https://postimg.cc/JGqmlXgZ>

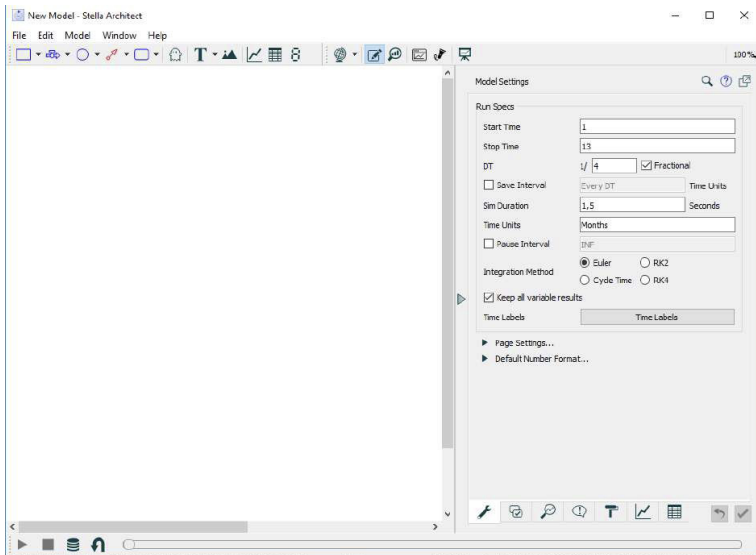
Fuente: Elaboración propia

Programa STELLA

En la búsqueda de un programa que permita ilustrar de manera clara las relaciones causales y los diagramas de Forrester, se presenta a continuación el programa STELLA. Este proporciona una interfaz gráfica a través de la cual el usuario puede crear una representación gráfica de un sistema que utiliza cuatro elementos básicos descritos en la teoría de dinámica de sistemas: acciones, flujos, convertidores y conectores. Las relaciones entre los convertidores (que transmiten variables de transformación) y otros elementos, se dibujan por medio de conectores; además, STELLA proporciona ecuaciones diferenciales que permiten caracterizar matemáticamente las construcciones hechas a partir

de los diagramas. En la Figura 1.40. se muestra la interfaz de usuario.

Figura 1.40. Interfaz de usuario STELLA



Fuente: Elaboración propia

Delimitación del modelo

En la fase de delimitación del modelo se busca limitar el nivel de complejidad del modelo que se pretende construir ya que, no se busca modelar la complejidad de la realidad en su totalidad porque la realidad es el modelo por excelencia que más se “ajusta”. En este sentido, dicha construcción tomará como punto de referencia y límite del modelo los lineamientos de las funciones sustantivas de la institución consagra-

dos en el PEU de la Universidad de Cundinamarca, así:

Proyecto Educativo Universidad de Cundinamarca

El presente proyecto es adoptado mediante el Acuerdo 018 del 5 de mayo de 2016, del Consejo Superior Universitario.

Formación y aprendizaje: a través de esta acción, la Universidad de Cundinamarca busca dar cumplimiento a los propósitos de formación integral de sus estudiantes, definidos en el modelo pedagógico en una educación humanista, liberadora, dialógica, flexible, emancipadora, crítica y compleja, que contribuya a la construcción de significados y sentidos. En suma, en esta función sustantiva se busca permanentemente el aseguramiento de la calidad de la formación y el aprendizaje.

Ciencia, tecnología e innovación: la Universidad de Cundinamarca concibe el campo de la ciencia, la tecnología y la innovación como una de las funciones sustantivas de la educación superior y, en su desarrollo, como una acción que exige vocación y disciplina para poder generar y gestionar conocimiento pertinente, y con capacidad de respuesta a la velocidad con la que se dan los cambios en la sociedad.

Interacción social universitaria: es una función que se articula con la ciencia, la tecnología y la innovación, con los procesos de formación-aprendizaje y la interacción social (...).

La interacción universitaria parte del propósito de formación de la comunidad educativa, tanto en el ejercicio de sus profesiones como en la responsabilidad ética de su accionar, desde procesos de indagación y construcción de conocimiento en entornos sociales específicos; la contextualización e intercambio de experiencias y saberes; la formación y capacitación de la comunidad, la socialización, difusión, promoción, **circulación y comunicación de la cultura, el arte, el deporte y el conocimiento y las innovaciones en las múltiples áreas del saber.**

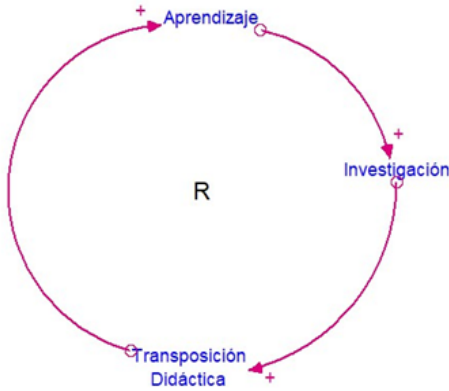
Fase de diagramas causales

Las construcciones de los diagramas causales iniciarán con los componentes sustantivos de la universidad, definidos anteriormente como:

- Formación y aprendizaje.
- Ciencia, tecnología e innovación.
- La interacción universitaria.

El diagrama causal de crecimiento

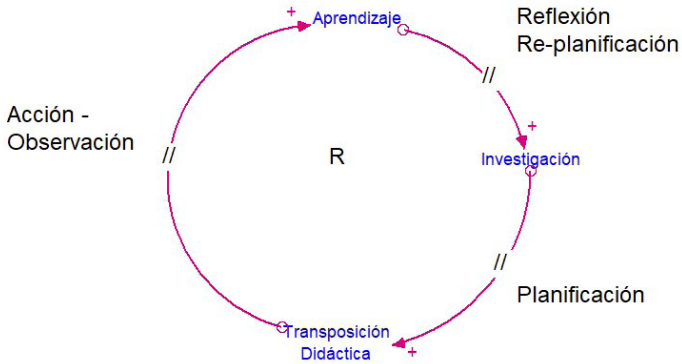
La Figura 1.41 es un diagrama causal que responde a la pregunta ¿dónde crece el proceso? . Muestra cómo es el proceso de realimentación que lleva la componente de ciencia, tecnología e innovación, que en este caso se entiende como investigación; además, se incluye el componente de formación y aprendizaje.

Figura 1.41. Bucle de refuerzo

Fuente: Elaboración propia

El desarrollo de la investigación refuerza la transposición didáctica, este a su vez refuerza el aprendizaje, y este último refuerza la investigación. Sin embargo, el proceso anteriormente descrito tiene retardos entre cada uno de los elementos, lo que lleva a introducirlos. De esta manera el diagrama causal corresponde a un bucle de realimentación reforzador, con retardos en los momentos de Planificación, Acción-Observación y Reflexión Replanificación, así:

Figura 1.42. Bucle de refuerzo con retardos



Fuente: Elaboración propia

Al señalar que la investigación toma como metodología la investigación-acción, las demoras que se representan en la Figura 1.42. corresponden en algunos casos a las fases de la investigación-acción:

Planificación: el proceso investigativo tiene como característica que es uno en el que se debe planificar qué se ha de investigar, para luego generar la transposición didáctica.

Acción observación: durante el proceso de transposición didáctica se debe llevar a cabo una acción y una observación analítica sobre el impacto que han tenido las propuestas metodológicas con el fin de analizar y concluir si ha producido un cambio.

Reflexión y replanificación: con base en que el componente de “aprendizaje” se debe entender desde la perspectiva del investigador, es decir, cómo el proceso investigativo refuerza los conocimientos adquiridos por el investigador, la metodología de investigación-acción concibe en las últimas etapas, la reflexión y replanificación para iniciar nuevamente la investigación.

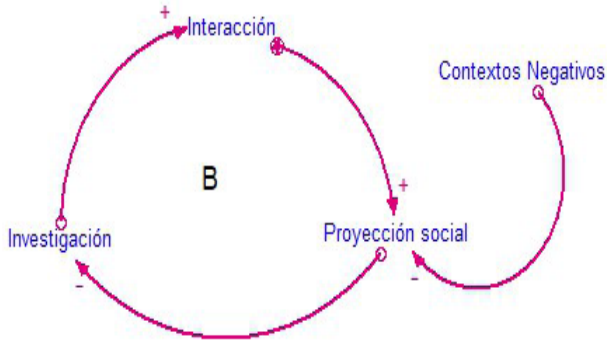
Diagrama causal de balance

La Figura 1.43. muestra el ciclo de realimentación de balance. Como característica principal, este diagrama describe cómo el contexto de la Licenciatura en Matemáticas implica un bucle de compensación en los componentes de investigación, formación y aprendizaje e interacción; así, se introduce la variable *contextos negativos* que en general representa las siguientes variables:

Falta de recursos: producto del inminente cierre del programa de Licenciatura en Matemáticas.

- Diminución gradual del número de estudiantes activos en el programa.
- Disminución gradual de la planta docente que apoya los procesos investigativos.

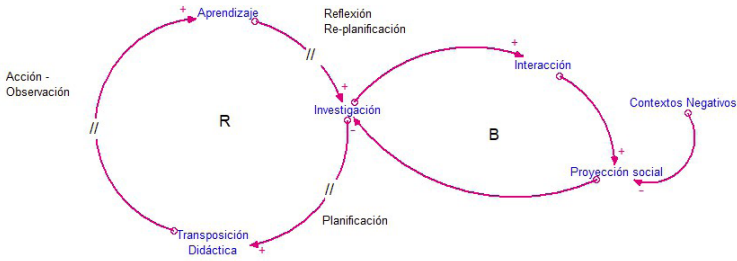
Figura 1.43. Bucle de balance



Fuente: Elaboración propia

Partiendo de la construcción de los diagramas de refuerzo y compensación, se procede a unificar los diagramas con el fin de dar respuesta a la pregunta: ¿cuál es la estructura del proceso?, de esta manera se diseña el arquetipo “límite de crecimiento”.

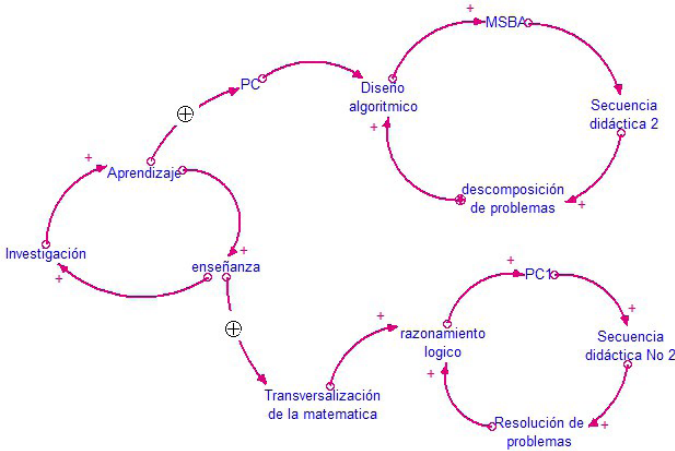
Figura 1.44. Límite de crecimiento



Fuente: Elaboración propia

Los diagramas causales construidos hasta el momento corresponden a un análisis general, en el cual se busca representar cómo las funciones sustantivas de la universidad se realimentan entre sí; además, los diagramas causales se conciben en el contexto de la Licenciatura en Matemáticas. Para entender cómo este proceso se relaciona con el presente proyecto, se debe hacer zoom en el bucle de refuerzo (1.42.), específicamente en los componentes de enseñanza-aprendizaje en los cuales se desea ver su dinámica interior.

Figura 1.45. Diagrama causal de comportamiento en los componentes de enseñanza-aprendizaje



Fuente: Elaboración propia

Cuando se hace el zoom (+) en el componente de aprendizaje, se puede encontrar que el proyecto busca que los estudiantes aprendan sobre el pensamiento computacional; de esta manera, el modelado de simulación basado en agentes influye en la realización de las actividades de la secuencia número 2, la cual busca que los estudiantes apliquen cada uno de los elementos del pensamiento computacional.

Cuando se hace zoom (+) en el componente de enseñanza, se encuentra que el proyecto busca la transversalización de las matemáticas. Desde la aplicación del PC en la secuencia didáctica número 2, la transversalización inicia en la transversalización de sus procesos, en la cual el docente basa su práctica en la aplicación de estos.

Fase cuantitativa

¿Cómo crece el proceso?

Para responder a la pregunta, ¿cómo crece el proceso?, se desarrollará la construcción de los diagramas de Forrester para cada una de las categorías utilizadas en la pregunta, ¿dónde crece el proceso?; así, las categorías son:

- Investigación.
- Aprendizaje.
- Transposición didáctica (enseñanza).

Las variables se definieron en una escala basada en el modelo para buscar el objetivo. De esta manera, las escalas se definieron en el intervalo $[0,1]$ en el cual cero indica la carencia en el nivel de cada una de las variables y 1 es el alcance del objetivo definido; de igual manera, para las variables y las unidades llevadas en el modelo son por año. Durante la construcción de los diagramas de Forrester, se proporciona un escenario que busca el uso del prototipo, y es de aclarar que dichos datos establecen los valores iniciales para las siguientes variables:

$$\text{NINV} = 0,2$$

$$\text{NE} = 0,3$$

$$\text{NA} = 0,2$$

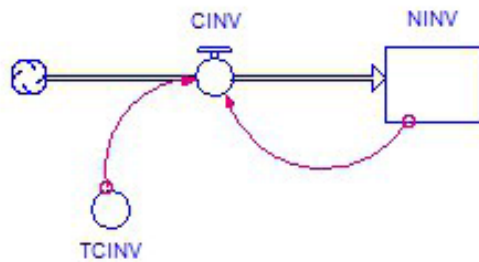
Estos valores iniciales se introducen entre los tantos posibles; en especial, estos son los valores más bajos que se pueden insertar en el prototipo, de tal manera que se cuide la coherencia de ellos. Para el nivel de aprendizaje, dicho valor inicial indica que el estudiante inicia con un mínimo de aprendizaje y que partiendo de este se construye el comportamiento. Para el nivel de enseñanza y el nivel de investigación, se muestran de igual manera los valores bajos.

La estructura de crecimiento se basa en el modelo exponencial, y así el modelo contempla una tendencia de crecimiento de manera no lineal, ya que las entradas se construyen con el producto de nivel de investigación y la tasa de cambio de investigación.

1. Investigación

- Variable de Nivel: Investigación (NINV)
- Variable de Flujo: Cambio en investigación (CINV)
- Variable Auxiliar: Tasa de cambio de investigación (TCINV)
- Tiempo de observación: 5 años

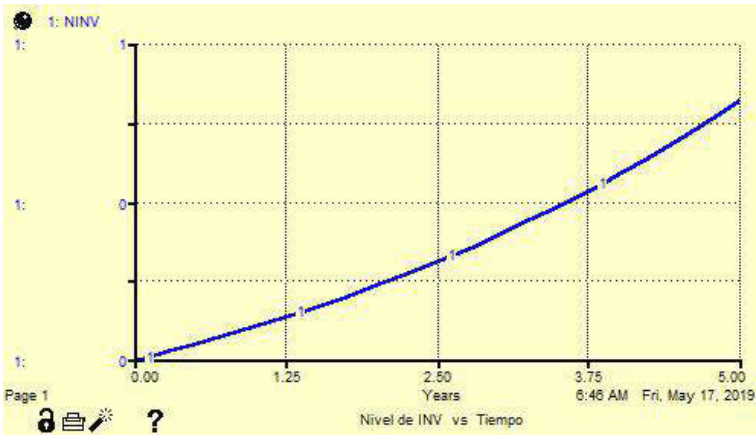
Figura 1.46. Diagrama de Forrester y estructuración matemática (investigación)



- $NINV(t) = NINV(t - dt) + (CINV) * dt$
 INIT NINV = 0.2
 INFLOWS:
 $CINV = NINV * TCINV$
 $TCINV = 0.2$

Fuente: Elaboración propia

Figura 1.47. Descripción gráfica del modelo

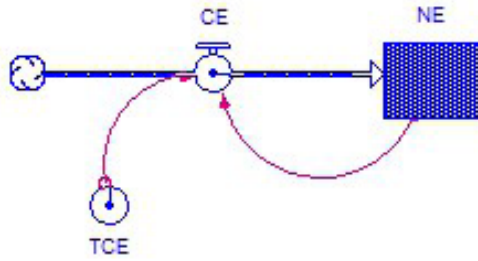


Fuente: Elaboración propia

2. Enseñanza

- Variable de Nivel: Enseñanza (NE)
- Variable de Flujo: Cambio en enseñanza (CE)
- Variable Auxiliar: Tasa de cambio de enseñanza (TCE)
- Tiempo de observación: 5 años

Figura 1.48. Diagrama de Forrester y estructuración matemática (enseñanza)



$$\square \quad NE(t) = NE(t - dt) + (CE) * dt$$

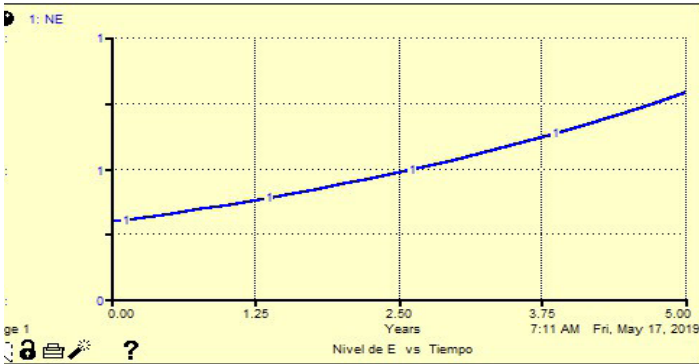
INIT NE = 0.3

INFLOWS:

$\rightarrow \circ \rightarrow \quad CE = NE * TCE$

$\circ \quad TCE = 0.2$

Fuente: Elaboración propia

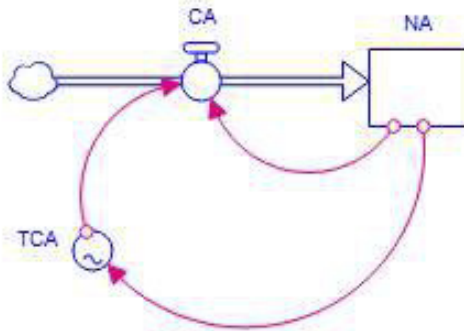
Figura 1.49. Descripción gráfica del modelo

Fuente: Elaboración propia

3. Aprendizaje

- Variable de Nivel: Nivel de aprendizaje (NA)
- Variable de Flujo: Cambio en aprendizaje (CA)
- Variable Auxiliar: Tasa de cambio en aprendizaje (TCA)
- Tiempo de observación: 5 años

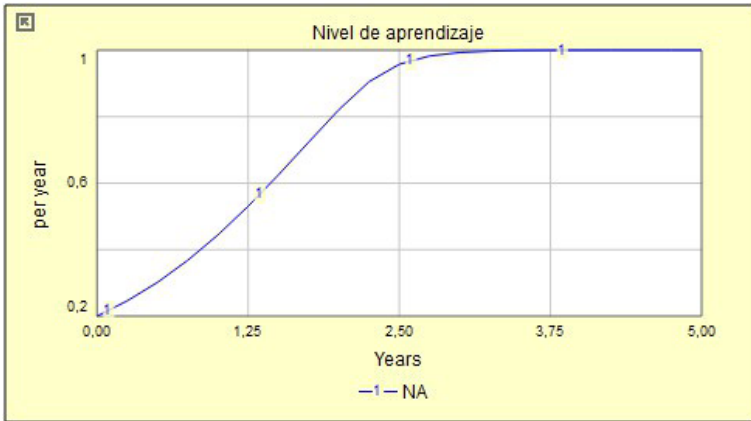
Figura 1.50. Diagrama de Forrester (aprendizaje)



- $NA(t) = NA(t - dt) + (CA) * dt$
INIT NA = 0.2
INFLOWS:
 ↔ CA = NA*TCA
- $NE(t) = NE(t - dt) + (CE) * dt$
INIT NE = 0.1
INFLOWS:
 ↔ CE = NE*TCE
- $NINV(t) = NINV(t - dt) + (CINV) * dt$
INIT NINV = 0.001
INFLOWS:
 ↔ CINV = NINV*TCINV
- ⊗ TCA = GRAPH(NA)
- ▭ (0.00, 0.993), (0.1, 0.955), (0.2, 0.92), (0.3, 0.881),
- TCE = 0.4
- TCINV = 0.2

Fuente: Elaboración propia

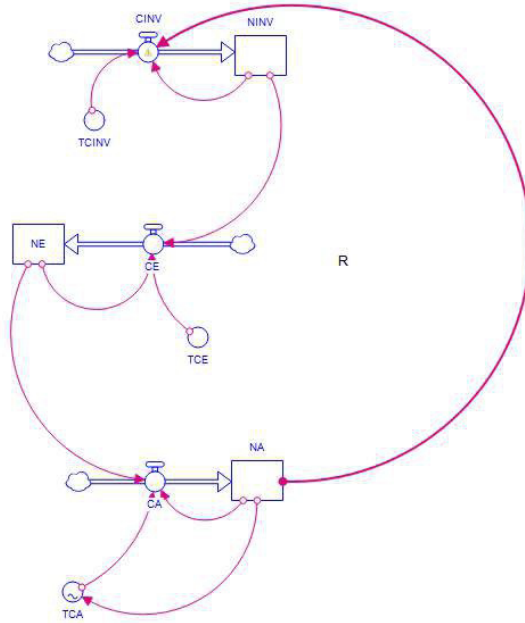
Figura 1.51. Gráfica de comportamiento (aprendizaje)



Fuente: Elaboración propia

En la Figura 1.52. se elabora el diagrama de Forrester que determina el diagrama causal elaborado.

Figura 1.52. Diagrama de Forrester (bucle reforzador)



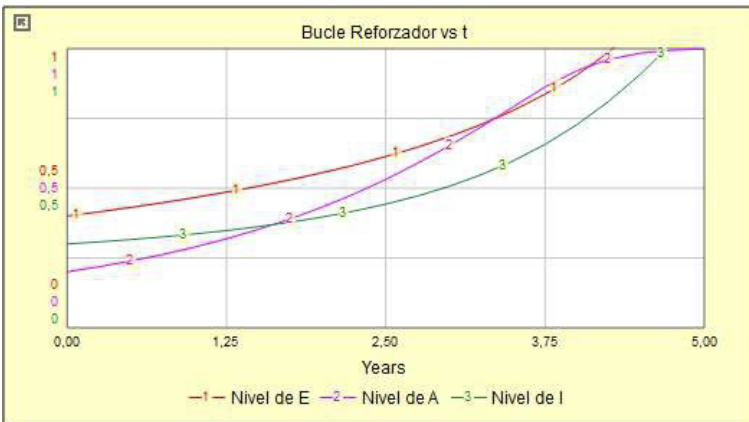
Fuente: Elaboración propia

Figura 1.53. Ecuaciones y vista gráfica de los resultados (bucle reforzador)

```

Top-Level Model:
Nivel_de_A(t) = Nivel_de_A(t - dt) + (cambio_en_A) * dt {NON-NEGATIVE}
INIT Nivel_de_A = 0,2
UNITS: per year
INFLOWS:
  cambio_en_A = (Nivel_de_A*tasa_neta_de_cambio_A)*Nivel_de_E {UNIFLOW}
  UNITS: per year/Years
Nivel_de_E(t) = Nivel_de_E(t - dt) + (cambio_en_E) * dt {NON-NEGATIVE}
INIT Nivel_de_E = 0,4
UNITS: Per Year
INFLOWS:
  cambio_en_E = Nivel_de_I*(Nivel_de_E*tasa_de_cambio_E) {UNIFLOW}
  UNITS: Per Year/Years
Nivel_de_I(t) = Nivel_de_I(t - dt) + (cambio_en_I) * dt {NON-NEGATIVE}
INIT Nivel_de_I = 0,3
UNITS: Per Year
DOCUMENT: Nivel I = Nivel de Investigación
INFLOWS:
  cambio_en_I = (Nivel_de_I*tasa_de_cambio_I)*Nivel_de_A {UNIFLOW}
  UNITS: Per Year/Years
tasa_de_cambio_E = 0,5
UNITS: per year
tasa_de_cambio_I = 0,5
UNITS: per year
tasa_neta_de_cambio_A = GRAPH(Nivel_de_A)
(0,000, 0,993006993007), (0,100, 0,954545454545), (0,200, 0,91958041958), (0,300, 0,88118881119), (0,400, 0,807692307692), (0,500,
0,737762237762), (0,600, 0,65034965035), (0,700, 0,566433566434), (0,800, 0,454545454545), (0,900, 0,244755244755), (1,000, 0,000)
UNITS: per year
{ The model has 9 (9) variables (array expansion in parens).
  In root model and 0 additional modules with 0 sectors.
  Stocks: 3 (3) Flows: 3 (3) Converters: 3 (3)
  Constants: 2 (2) Equations: 4 (4) Graphicals: 1 (1)
}

```



Fuente: Elaboración propia

En la construcción de los diagramas de estado que permitieron la representación del proceso, se encontró que a lo largo del tiempo los procesos de enseñanza-aprendizaje-investigación toman una tendencia creciente. Al realizar el contraste con la perspectiva real, se puede encontrar que en condiciones normales los procesos de enseñanza-aprendizaje intervienen en el proceso investigativo, el cual se puede desarrollar rápido o lento según avancen los otros procesos.

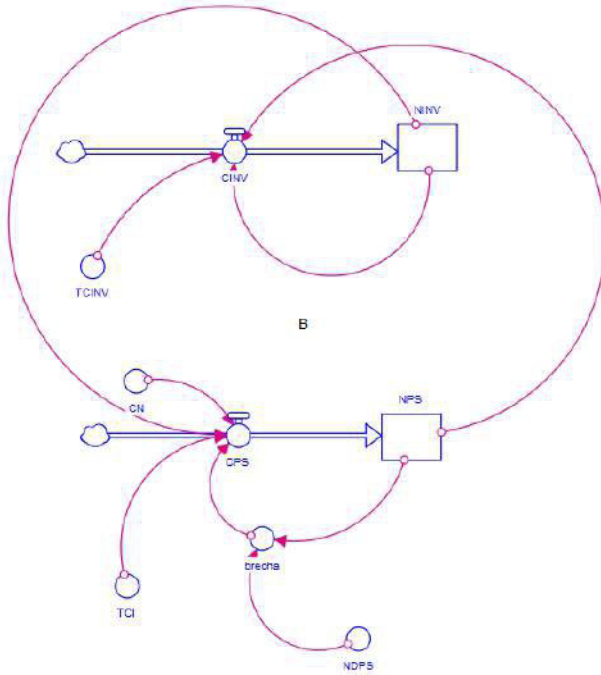
¿Cómo el proceso limita su crecimiento?

La estructura que limita el crecimiento es del Modelo Buscando Objetivo. Este es un modelo en el cual el objetivo (meta) por alcanzar es un nivel deseado de proyección social (cobertura e impacto).

4. Proyección social

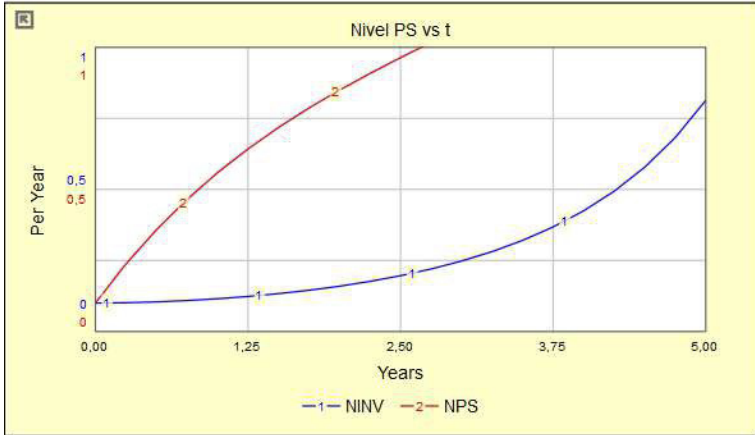
- Variable de Nivel: Nivel de proyección social (NPS)
- Variable de Flujo: Cambio en la proyección social (CPS)
- Variable Auxiliar: Tasa de cambio en interacción (TCI)
- Variable Auxiliar: Contextos negativos (CN)
- Tiempo de observación: 5 años

La **Figura 1.54.** muestra el bucle de refuerzo entre la investigación y la proyección social.



Fuente: *Elaboración propia*

Figura 1.55. Gráfica de resultados y ecuación



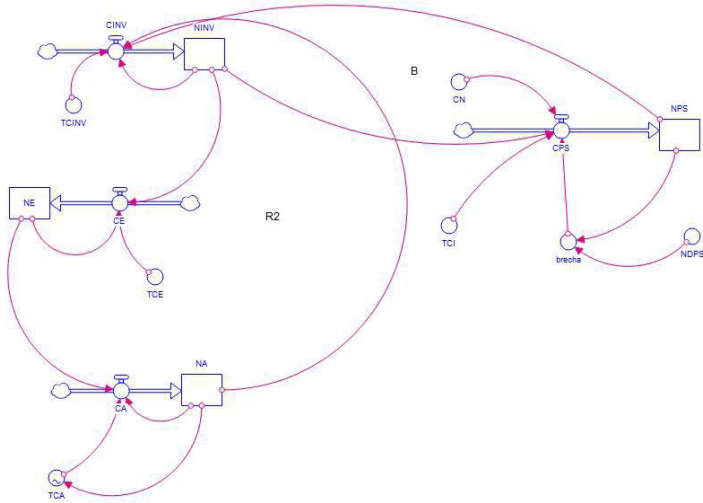
```

Top-Level Model:
NINV(t) = NINV(t - dt) + (CINV) * dt {NON-NEGATIVE}
INIT NINV = 0,1
UNITS: Per Year
INFLOWS:
  CINV = (NINV*TCINV)*NPS {UNIFLOW}
  UNITS: 1/yr^2
NPS(t) = NPS(t - dt) + (CPS) * dt {NON-NEGATIVE}
INIT NPS = 0,1
UNITS: Per Year
INFLOWS:
  CPS = (TCI*brecha)/CN+NINV {UNIFLOW}
  UNITS: 1/yr^2
brecha = NDPS-NPS
UNITS: Per Year
CN = 0,2
UNITS: Per Year
NDPS = 1
UNITS: Per Year
TCI = 0,2
UNITS: Per Year
TCINV = 0,5
UNITS: Per Year
{ The model has 9 (9) variables (array expansion in parens).
  In root model and 0 additional modules with 0 sectors.
  Stocks: 2 (2) Flows: 2 (2) Converters: 5 (5)
  Constants: 4 (4) Equations: 3 (3) Graphicals: 0 (0)
}

```

Fuente: Elaboración propia

Figura 1.56. Arquetipo límite de crecimiento



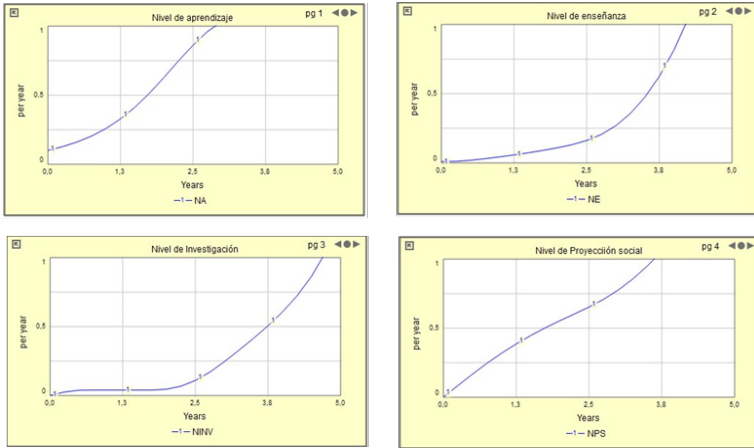
Fuente: Elaboración propia

La construcción del diagrama causal denota que el proceso de proyección social interviene de manera recesiva en el proceso investigativo. Esto indica que en la medida en que se ejerce el proceso investigativo, el proceso de proyección social toma una tendencia de equilibrio, que en este caso corresponde con el modelo que busca el objetivo.

Modelo completo: arquetipo límite de crecimiento

En este paso se procede a unificar los diagramas de Forrester construidos con anterioridad, para generar el diagrama que denota el límite de crecimiento.

Figura 1.57. Gráfica de comportamiento de las variables de nivel



Fuente: Elaboración propia

Como se puede evidenciar, el diagrama de la Figura 1.57. refleja la evolución del diagrama causal de la Figura 1.55.

Análisis de resultados

Una tendencia general en el nivel de aprendizaje muestra que el objetivo se alcanza en la mitad del semestre, que corresponde a la mitad de la carrera aproximadamente. En el contexto real, se puede interpretar que el alcance del objetivo de dicho nivel corresponde con la completitud de los núcleos temáticos esenciales.

El nivel de investigación indica que este se mantiene “constante” en los primeros años y toma crecimiento en los últimos semestres, lo que implica una coherencia con el contexto realista de la carrera.

En la medida en que la variable de contextos negativos aumenta hasta el límite, se puede evidenciar que los procesos de enseñanza-aprendizaje-investigación alcanzan su objetivo muy rápido. Una interpretación puede ser que, aunque alcanzan su objetivo rápido, no implica que se desarrollen de forma correcta, lo que lleva a malinterpretar el nivel de cada una de las variables.

¿Cómo se podría direccionar de manera efectiva esos límites?

La necesidad de mantener los niveles de investigación y proyección social estables, de tal manera que permitan la continuidad del proceso formativo de los estudiantes de la licenciatura es esencial, ya que, en coherencia con los resultados del prototipo, la desarticulación de los procesos de enseñanza y proyección social llevan a un “deterioro” de la formación de los estudiantes.

Los contextos negativos recolectados en la variable (CN) que inciden en gran medida en la articulación de los procesos descritos en la simulación, demuestra que en la medida en que estos sigan aumentando, se evidenciará un déficit lógico en los procesos de formación de los estudiantes. En este sentido, es necesario, por ejemplo, generar espacios donde —de acuerdo con la normativa de la Universidad sobre el desarrollo de procesos de investigación y la inclusión de estudiantes graduados a los proyectos de investigación como jóvenes investigadores— se permita contrarrestar los posibles efectos negativos en los estudiantes activos en cuanto a los procesos anteriormente mencionados.

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones de la propuesta metodológica

1. El desarrollo del pensamiento computacional desde el MSBA es una opción muy importante para llevar a cabo el objetivo de la transversalización de la matemática, ya que los conceptos del pensamiento computacional guardan amplias semejanzas con los procesos de la matemática establecidos en los estándares curriculares.

2. En la construcción de las propuestas didácticas se encontró que una construcción gradual en el nivel de dificultad mejoró la transmisión de los conceptos objetivo, porque la guía paso a paso no permitía un abordaje más claro de los conceptos y simplemente se remitía a seguir una serie de pasos.

3. En la aplicación de la propuesta didáctica se encontró un cambio en el lenguaje de los estudiantes, que evidenciaba el impacto de la propuesta didáctica; además, el resultado de la encuesta permitió medir no solo lo anterior, sino que permitió evidenciar el impacto del proceso en el cual las respuestas eran acordes con lo esperado.

4. El desarrollo de estándares que permitan dar un seguimiento a la comprensión de los conceptos del pensamiento computacional es necesario en el contexto de la normativa de estándares establecidos por el MEN, en el sentido de que dicha estandarización no es clara.

5. La transversalización de la matemática debe ser un motivo central en la construcción de contenido educativo que contribuya a la adquisición de conocimiento contextualizado.

6. El programa de simulación multiparadigma AnyLogic permite abordar desde las librerías de tráfico de rodado y peatonal, los elementos del pensamiento computacional de forma básica. Frente a la discusión sobre el abordaje de conceptos explícitos de la matemática es conveniente usar la librería de análisis del programa AnyLogic, en la cual se pueden hacer estudios más específicos que involucren nociones matemáticas más directas.

Conclusiones de la simulación del proceso didáctico

1. Las construcciones de los diagramas causales permiten generar una comprensión más clara sobre cómo las funciones sustantivas de la Universidad de Cundinamarca intervienen en el proceso investigativo llevado en el grupo GIIMMYC, en el entendido que estos llevan a los estudiantes a entender la labor investigativa como un sistema en el cual muchos elementos pueden generar influencia.

2. La elaboración de los distintos diagramas de stock y flujo o diagramas de Forrester permiten llevar a un contexto cuantitativo el proceso llevado en los diagramas causales; de esta manera, la generación de resultados lleva a elaborar discusiones y reflexiones sobre el proceso investigativo, la forma-

ción docente y la proyección social que, a su vez, alimentan la posición de los estudiantes frente al contexto de la carrera.

3. El desarrollo del arquetipo de límite de crecimiento llevado hasta el momento permite crear una base o “plantilla”, que puede ser usada para mejorar la descripción del modelo que explica el proceso investigado; entonces, se recomienda para futuras investigaciones ahondar de manera reflexiva posibles variables que puedan generar impacto en el proceso con el fin de refinar el prototipo.

Divulgación del trabajo de investigación

Se presentan las ponencias realizadas producto de los avances en la investigación, las cuales se realizaron en su mayoría en los encuentros de la RedCOLSI que tuvieron lugar regional y nacionalmente.

- “Desarrollo del pensamiento computacional desde la simulación basada en agentes”. XV Encuentro Regional de Semilleros de Investigación. Universidad Cooperativa de Colombia. Mayo de 2017.
- “Desarrollo del pensamiento computacional desde modelado de simulación basado en agentes”. XVI Encuentro Regional de Semilleros de Investigación. Universidad Jorge Tadeo Lozano. Mayo de 2018.
- “Desarrollo del pensamiento computacional desde el modelado de simulación basado en agentes”. XXI Encuentro Nacional y XV Internacional de Semilleros de Investigación. Octubre de 2018.

REFERENCIAS

Álvarez, S. (2010). Uso de contenidos educativos digitales a través de sistemas de gestión del aprendizaje (LMS) y su repercusión en el acto didáctico comunicativo. Memoria de doctorado, Universidad Complutense de Madrid, España. <https://eprints.ucm.es/id/eprint/11631/1/T32372.pdf>

Andrés, B., Sanchis, R. y Poler, R. (2016). Modelado y simulación de la cadena de suministro con AnyLogic. *Modelling in Science Education and Learning, MSEL*, 9(2), 57-72. <https://bit.ly/2SuJoFr>

AnyLogic. (2019). AnyLogic simulation software. <https://www.anylogic.com/>

Barreto Moreno, M. L. (2020). El estudio de la función desde el movimiento. Fusagasugá: Editorial de la Universidad de Cundinamarca. ISBN: 978-958-52515-6-4. <https://www.ucundinamarca.edu.co/selloeditorial/index.php/catalogo-digital/academicos/educacion/el-estudio-de-la-funcion-desde-el-movimiento>

Barreto, M. (2002). La relación teoría-práctica en la formación de docentes. Tesis de maestría (inédita). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá.

Barrios, M. (2013). Experiencia didáctica de aprendizaje en el espacio académico de pensamiento funcional y variacional. Trabajo de pregrado, Universidad de Cundinamarca. Fusagasugá, Colombia.

Basogain, X., Olabe, M., Olabe, J., Rico, M., Rodríguez, L. y Amórtégui, M. (2018). Pensamiento computacional en las escuelas de Colombia: colaboración internacional de innovación en la educación. Ministerio de Educación Nacional. <https://recursos.educoas.org/sites/default/files/5188.pdf>

Bosagain, X., Olabe, M. y Olabe, J. (2015). Pensamiento computacional a través de la programación: paradigma de aprendizaje. RED, Revista de Educación a Distancia, 46(6). <http://www.um.es/ead/red/46/Basogain.pdf>

Cataldi, Z., Lage, F. y Dominighini, C. (2013). Fundamentos para el uso de simulaciones en la enseñanza. Revista de Informática Educativa y Medios Audiovisuales, 10(17), 8-16. <http://laboratorios.fi.uba.ar/lie/Revista/Articulos/101017/A2mar2013.pdf>

CEO. (2000). The power of digital learning: integrating digital content. The CEO forum school technology and readiness report, year three. Technical report, CEO Forum on Education and Technology, Washington, United States. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED447781.pdf>

Colmenares, A. y Piñero, M. (2008). La investigación acción. Una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socio-educativas. Laurus, 14(27), 96-114. <https://www.redalyc.org/pdf/761/76111892006.pdf>

Contraloría de Cundinamarca. (2015). Informe de la situación de las finanzas públicas departamento de Cundinamarca vigencia 2015. <https://bit.ly/33qwef6>

Contreras, G. A. y Carreño, P. (2012). Simuladores en el ámbito educativo: un recurso didáctico para la enseñanza. Ingenium, 13(25), 107-119. <https://doi.org/10.21500/01247492.1313>

Csizmadia, A., Curzon, P., Dorling, M., Humphreys, S., Ng, T., Selby, C. y Woollard, J. (2015). Computational Thinking - a guide for teachers.

https://eprints.soton.ac.uk/424545/1/150818_Computational_Thinking_1_.pdf

Departamento Administrativo Nacional de Estadística [Dane]. (2018). Conceptos básicos. <https://www.dane.gov.co/files/infgeo/4GeConceptosBasicos.pdf>

González, I. (2015). El recurso didáctico. Usos y recursos para el aprendizaje dentro del aula. En Facultad de Diseño y Comunicación, Universidad de Palermo, Escritos de estudiantes de Pedagogía de la Facultad de Diseño y Comunicación Escritos en la Facultad N° 109. https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/archivos/571_libro.pdf

Google for Education. (2015). Exploring computational thinking. https://computationalthinkingcourse.withgoogle.com/course?use_ast_ocation=true

Gordillo, F. y Aracil, J. (1989). Dinámica de sistemas. Editorial Alianza.

Grigoryev, I. (2015). AnyLogic 7 en tres días. <https://bit.ly/3f0JrjV>

International Society for Technology in Education [ISTE] y Computer Science Teachers Association [CSTA]. (2011). Pensamiento computacional. Caja de herramientas para líderes. <https://es.calameo.com/read/0001706219b41fc6bccf9>

Jiménez Herranz, J. (2016). Temario para las oposiciones al cuerpo facultativo de ingeniería informática. IFSA Publishing, S.L.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. <https://www.mineducacion.gov>

[co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf](https://doi.org/10.15445/rbce.v16n21.a0021)

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2017). La evaluación formativa y sus componentes para la construcción de una cultura de mejoramiento. <https://bit.ly/2NWW6ZQ>

Ministerio de Educación Nacional. [MEN]. (2019). Formación continua. <https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-345510.html>

Morlán, I. (2010). Modelo de dinámica de sistemas para la implantación de tecnologías de la información en la gestión estratégica universitaria. Tesis de doctorado, Universidad del País Vasco, España. <http://hdl.handle.net/10810/12277>

Panizza, M. (2003). Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas. <https://bit.ly/3f2JLif>

Restrepo, B. (2002). Una variante pedagógica de la investigación acción-educativa. Revista Ibero Americana de Educación, 29(1), 1-10. <https://doi.org/10.35362/rie2912898>

Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. <https://bit.ly/2RDKmyH>

Sáez, J. y Cózar, R. (2017). Pensamiento computacional y programación visual por bloques en el aula de primaria. Educar, 53(1), 129-146. <http://dx.doi.org/10.5565/rev/educar.841>

Sarmiento, D. (2018). Modelado dinámico de la práctica pedagógica y educativa en la licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca. Tesis de grado, Universidad de Cundinamarca. <https://bit.ly/3xSMUcZ>

Sicilia, M. (2007). Más allá de los contenidos: compartiendo el diseño de los recursos educativos abiertos. Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento - RUSC, 4(1), 26-35.

Suárez, M. (2002). Algunas reflexiones sobre la investigación-acción colaboradora en la educación. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 1(1), 40-56. http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen1/REEC_1_1_3.pdf

Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87. <https://www.redalyc.org/pdf/1794/179414894008.pdf>

Trujillo Pulido, C. J. (2020). *Modelación de la Práctica Pedagógica y Educativa. Un estudio de caso en educación superior*. Fusagasugá: Editorial Universidad de Cundinamarca. ISBN: 978-958-52730-4-7. <https://www.ucundinamarca.edu.co/selloeditorial/index.php/catalogo-digital/academicos/educacion/dmodelacion-de-la-practica-pedagogica-y-educativa-un-estudio-de-caso-en-ensenanza-superior>

Zapata Ros, M. (2015). Pensamiento computacional: una nueva alfabetización digital. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, (46). <https://revistas.um.es/red/article/view/240321>

Zapata Ros, M. (2018). Pensamiento computacional: una tercera competencia clave (III): ¿qué es el pensamiento computacional? Una definición. <https://bit.ly/2SrdSYy>

Propuesta didáctica para el aprendizaje de la geometría plana a través de la modelación de patrones de la naturaleza

Autores:**Luz Stella Vega Sierra**

Licenciada en Matemáticas

Magíster en Educación

Martha Lidia Barreto Moreno

Licenciada en Matemáticas y Física

Especialista en Docencia Universitaria

Especialista en Enseñanza de la Matemática

Magíster en Educación con Énfasis en Docencia Universitaria

RESUMEN

La investigación se desarrolló en la Maestría en Educación, en la sublínea *Educación ambiental para la conservación de la vida, la naturaleza y la cultura* de la Universidad de Cundinamarca. Se originó en la necesidad de crear un ambiente contextualizado para el aprendizaje de la geometría en la Institución José Celestino Mutis, puesto que el tiempo que se dedica a esta parte de las matemáticas, es muy poco y se orienta de una manera tradicional. De modo que se hace necesario propiciar un espacio que genere un aprendizaje significativo y que sea transversal con las diversas áreas del conocimiento, a partir del reconocimiento y la identificación de patrones geométricos del entorno y el medioambiente próximo de los estudiantes. En este sentido, se propone la modelación matemática como eje articulador para llevar a cabo la contextualización.

Se pensó la modelación matemática como principal estrategia didáctica para favorecer y enriquecer los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría y responder a la problemática observada, entendiéndola como la forma de explicar matemáticamente una situación real, mediada por el uso de recursos y aplicaciones tecnológicas como Paint y Geogebra. Así mismo, para disminuir la brecha percibida entre los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional (MEN) y los procesos en el aula.

Se usó la investigación cualitativa, desde un enfoque de acción-participación educativa, como manera de reflexionar sobre la propia práctica de la docente investigadora y lograr transformar algunas acciones para fortalecer en la relación enseñanza-aprendizaje un pensamiento sistémico.

Palabras claves: ambiente de aprendizaje, contexto, modelación matemática, patrones geométricos

ABSTRACT

This research was developed on the structural plan of the environmental Education Master Degree for the conservation of life, nature and culture of Cundinamarca University. It emerged on the need to create a contextualised environment for the learning of Geometry at José Celestino Mutis School since the time dedicated to this branch of Mathematics is short and taught in a traditional way.

That's why, it is mandatory to foster a good atmosphere among schoolmates that generates a significant learning and intersects the different areas of knowledge from the recognition and identification of geometric patterns around the students.

In this sense, it is proposed to restructure the subject as a main idea to carry on the contextualization.

It was thought the mathematics modelling as a main didactics strategy to assist and enrich the teaching-learning process of Geometry and answer to the difficulties observed, understanding it as the way of explaining mathematically a real situation, interceded by the use of technological resources as Paint and Geogebra.

Moreover, to reduce the gap noticed between the approaches from National Educational Ministry and the classroom processes.

It was used the qualitative investigation from an educative action participation, as a way to think on the professor 's own practice and manage to transform some actions that would allow to strengthen in the relationship learning-teaching process a systemic thought.

Keywords: Context, Geometric patterns, Learning environment, Mathematics modelling

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se refiere a la modelación matemática desde la geometría plana, entendiéndose como aquella que trata los elementos y las figuras que solo tienen dos dimensiones como base para el desarrollo de un pensamiento tridimensional; esto desarrollado desde los elementos geométricos de la naturaleza.

La investigación parte de la observación y la experiencia propia, de la enseñanza de la geometría en varias instituciones, pero especialmente en la institución educativa José Celestino Mutis de Fusagasugá, donde se ha dejado a la geometría como una asignatura más y a la que se le dedica poco tiempo y pocas veces se muestran sus aplicaciones, de modo que no se evidencia que se esté contextualizando, y por el interés de conocer la percepción del aprendizaje de dicha área desde los elementos que brinda la naturaleza.

Lo anterior en atención a que el ser humano en todas sus dimensiones siempre ha tenido diferentes necesidades y, así mismo, ha buscado soluciones, pues necesitó contar; entonces creó los números, pretendió hacer cálculos y definió las operaciones. A esto le fue sumando la lógica y obtuvo instrumentos para resolver situaciones que aparecían a diario; en algunos momentos ha admirado la naturaleza y todo lo que le rodea, de donde aparecieron conceptos de formas, figuras y cuerpos, entre otros, que han dado paso a la aparición de una parte de las matemáticas conocida como la geometría.

El presente trabajo está enfocado en la enseñanza-aprendizaje de la geometría, a partir de la representación y modelación entendida desde los estándares como:

Un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también “una estructura”– que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo (MEN, 2006, p. 13).

Análisis y representación que se puede realizar desde la admiración y observación del entorno y cada uno de sus elementos, por ejemplo, desde las plantas, las flores, las semillas y los frutos; esto apoyado desde un ejercicio de la poligrafía social, que permita a su vez reconocer el territorio y ambiente propio de la institución y de los estudiantes.

Se realiza esta propuesta para fijar recursos didácticos en el proceso de representación y que sirvan para contextualizar los temas en el aula y, así mismo, para fortalecer el reconocimiento como parte de un territorio, tanto para docentes como para estudiantes. También para fortalecer la capacidad de asombro y la conciencia por el cuidado del medioambiente, desde una visión ecopedagógica de la educación matemática.

La investigación se organiza en cuatro secciones, de la siguiente manera:

- En la **Sección I** se presenta el planteamiento del problema, que surge de la experiencia de la investigadora, al orientar el área de matemáticas, más específicamente el componente de la geometría, y evidenciar dificultades para el aprendizaje de los contenidos, ya que se han venido presentando de manera abstracta y sin aplicación. Además, al ver la necesidad de impulsar el cuidado por el entorno.
- En la **Sección II** se muestran los fundamentos teóricos, conceptuales y legales acerca del asunto investigado, y se revisa el estado del arte sobre la contextualización de la geometría desde la modelación matemática a partir de experiencias del entorno y la naturaleza en general. Así mismo, se expone la metodología empleada en el proceso de investigación para la recolección y análisis de la información.
- En la **Sección III** se hace una descripción de los aspectos generales del aprendizaje de la geometría en la Institución José Celestino Mutis, desde la visión y percepción de los estudiantes, que a su vez permite entender el problema planteado. Esta información se organiza e interpreta en subcategorías, como lo son el rol del docente, el rol del estudiante, la didáctica, los ambientes de aprendizaje y el tiempo dedicado a esta asignatura.
- En la **Sección IV** mediante un ejercicio de poligrafía social, se reconocen y caracterizan elementos del entorno, que son fuente para el aprendizaje de la geometría plana, que sirven como base para generar esquemas de modelación matemática. Llama la atención, especialmente las formas, los colores y tamaños de la diversidad de frutas. Con este ejercicio se fortalece la capacidad de asombro en los estudiantes, se verifica la influencia del contexto y se mejora el ambiente de aprendizaje para que este sea más significativo.

- En la **Sección V** se expone la propuesta para la aplicación de la modelación y representación matemática en la geometría, mediada por el uso de algunas herramientas tecnológicas, se analizan resultados y se presentan conclusiones al respecto.

Sección I

Contextualización de la problemática

Justificación

Las matemáticas en ocasiones son difíciles de comprender porque no se les muestra la aplicación ni se relaciona con el entorno. Lo que se pretende en esta investigación es relacionar una rama de la matemática, como lo es la geometría plana con el medioambiente, a través de la observación de la naturaleza, para confirmar que esta y su biodiversidad son una herramienta en el aprendizaje, de acuerdo con sus formas, tamaños y demás características. Esto con el fin de contextualizar su aprendizaje y contribuir a generar conciencia por el cuidado del entorno, según la línea de investigación *Educación ambiental para la conservación de la vida, la naturaleza y la cultura*.

Desde la escuela platónica en el siglo IV a. C., encabezada naturalmente por Platón (427- 347 a. C.), se concebía que los números y conceptos geométricos no tenían nada material y que eran distintos de los objetos físicos, por lo que impedían una comprensión en la experiencia. En algunos contextos Platón afirma que:

Aunque hacen uso de las formas visibles y razonan acerca de ellas, no piensan en estas, sino en los ideales a que ellas semejan [...] Pero están intentando realmente contemplar las cosas mismas, que solo pueden ser vistas con los ojos de la mente (Kline, 1999, p. 73).

Por ende, hasta ese momento se preferían las ideas abstractas y se consideraba que del mundo real solo se podían obtener opiniones. Las formas geométricas son un ejemplo de lo que para Platón era una idea: un plato podía ser un círculo, porque se piensa no en la forma, sino en lo que se le parece; de modo que para este autor, la experiencia y los conceptos matemáticos son independientes.

Por otro lado, Galileo Galilei menciona en una de sus premisas que:

La filosofía está escrita en ese libro enorme que tenemos continuamente abierto delante de nuestros ojos (hablo del universo), pero que no puede entenderse si no aprendemos primero a comprender la lengua y a conocer los caracteres con que se ha escrito. Está escrito en lengua matemática, y los caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas sin los cuales es humanamente imposible entender una palabra; sin ellos se deambula en vano por un laberinto oscuro (Calvino, 2009, p. 50).

Contrario a lo que consideraba Platón, Galilei otorga un papel fundamental a la experiencia y al entorno en el que se encuentra la geometría. Conviene subrayar, que el medioambiente es un libro y en él, como plantea Muñoz (2008), tanto maestros como estudiantes deben ir a la escuela a equivocarse, antes que a buscar respuestas estereotipadas y seguras, de modo que el entorno y el territorio se convierten en maestros que brindan infinitas formas de aprender. Según el pensamiento de Galileo, se afirma entonces que la geometría está presente en diversos ámbitos de la sociedad y del medioambiente, es decir, que el entorno de cada estudiante está lleno de elementos geométricos que pueden ser aprovechados en el proceso de aprendizaje de esta parte de la matemática, para así propiciar un ambiente más agradable y significativo.

Uno de los retos está en lograr que los estudiantes desarrollen de una manera práctica el pensamiento geométrico y espacial, en lo relacionado con las formas, figuras y características de ellas, y plasmarlo mediante la representación matemática y la modelación, mediado por el uso de algunas herramientas y aplicaciones tecnológicas, como es el caso de los dispositivos móviles, computadores y aplicaciones como Paint y GeoGebra. Esto resulta una forma interesante de motivar a los estudiantes y llevarlos a descubrir diferentes conocimientos y procedimientos matemáticos, para situarlos en un contexto real, de modo que se muestre la necesidad y justifique su uso en la vida cotidiana, lo cual permite aumentar el interés y la participación de los estudiantes, y rescatar así la capacidad de asombro y de observación en cada uno de los individuos desde el entorno más próximo que los rodea.

Según el MEN, las matemáticas se pueden aprender con interés y gusto si se muestran a los estudiantes de modo que sean capaces:

[...] a través de la exploración, de la abstracción, de clasificaciones, mediciones y estimaciones, de llegar a resultados que les permitan comunicarse, hacer interpretaciones y representaciones; en fin, descubrir que las matemáticas están íntimamente relacionadas con la realidad y con las situaciones que los rodean, no solamente en su institución educativa, sino también en la vida fuera de ella (Colombia Aprende, 2003, p. 4).

En la actualidad, se puede afirmar que en las cumbres ambientales realizadas en diferentes lugares del mundo, como la de Río de Janeiro, la Agenda 21 y la Carta de la Tierra, se han establecido algunos compromisos para tener en cuenta desde todos los sectores, para el cuidado del medioambiente, que han contribuido a que el ser humano se haya dado cuenta del gran daño que ha ocasionado al entorno con cada una de las acciones diarias; sin embargo, se cae en el error desde el ámbito educativo de dejar este tema solo al área de ciencias naturales, y se cree que es la única responsable de formar en este tema. No obstante, la tarea es desde todo el ámbito educativo (Presidencia de la República, 1994), ya que en el currículo de cada área se debe transversalizar y procurar la conservación, pero esto no se va a lograr haciendo lo mismo siempre: se requieren cambios en los currículos y desde el aula. Es necesario mostrar a los estudiantes las ventajas y desventajas de todo lo que se hace y las herramientas que en la naturaleza se pueden encontrar, pues se está ante “una Colombia donde la crisis medioambiental amenaza la subsistencia de los más débiles, donde la tragedia despierta nuestra conciencia lentamente y donde el precio de la sostenibilidad es demasiado alto para pagarlo individualmente”

(Soto, 2014, p. 1). Así que es hora de aportar desde todas las disciplinas un granito de arena.

Planteamiento del problema

La geometría es una rama multifacética de las matemáticas, como producto de la relación con las diferentes dimensiones de la vida cotidiana. En este sentido, convergen dos polos: el empírico y el teórico; en el primero se encuentran la percepción, la intuición y la visualización; y en el segundo está todo lo relacionado con lo abstracto, conceptual, deductivo, formal y riguroso de la geometría (Camargo y Acosta, 2012). Entre estos dos polos existe una mutua dependencia que se ha observado a lo largo de la historia por diferentes culturas del mundo, como es el caso de la cultura egipcia y griega; sin embargo, en la actualidad en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en las instituciones educativas se evidencia un fuerte distanciamiento entre estos dos aspectos, ya que se ha ocupado especialmente del aspecto teórico, y a esto se le suma, entonces, la descontextualización.

Por el contrario a lo desarrollado por las antiguas culturas, que se le ha dado aplicación directa a la geometría, en la actualidad se observa como uno de los principales problemas. La enseñanza-aprendizaje de la geometría se muestra como una ciencia de naturaleza abstracta, en la que se adquieren conocimientos de manera mecánica y conducida por el docente, pero no se enseña una aplicabilidad y el contexto resulta irrelevante; es decir, que no se da un adecuado enfoque a la didáctica de esta rama de las matemáticas en las aulas, y se encuentra desarticulación entre las áreas del conocimiento con el medioambiente y el entorno próximo de los estudiantes, pues cada una de las áreas se enfoca en una serie de contenidos que están descontextualizados. A los estudiantes con frecuencia se les presenta información que poco o nada tiene sentido

porque no encuentran una aplicación en su entorno y en el mundo real.

Lo mencionado hasta el momento lleva a que en las aulas de clase se dé el proceso de enseñanza-aprendizaje de una manera meramente de enfoque tradicionalista, enfocado al rol del docente como transmisor del conocimiento y el estudiante pasivo recibiendo información, que se encuentra desvinculada de su realidad (Cavazos, 2013), que, como ya se dijo, no es de su interés ni cobra sentido para su vida.

De modo que el escenario y ambiente del aula tradicional no es favorable ni adecuado para contextualizar los contenidos de la geometría, y persiste así en la presentación de un conocimiento que va en contravía del entorno y de lo cotidiano (Berríos, 2015), que parte desde la estructura de la planeación curricular que se realiza y se consolida, meramente disciplinar y parcelada.

Desde la antigüedad es muy común escuchar en las instituciones educativas organizar el currículo para cada una de las áreas, como se establece en la Ley General de Educación de 1994, pero esto se realiza de una manera independiente, es decir, que el conocimiento comienza a partir de esa planeación a ser fraccionado, además que no siempre se le da una aplicación; de ahí que los estudiantes se desmotivan y pierden en la mayoría de las veces el interés en el aprendizaje.

En Colombia, se establecen estándares básicos para la enseñanza de las matemáticas, en los cuales se menciona el pensamiento espacial y los sistemas geométricos (Ministerio de Educación Nacional, 2006), y al que quizás en las instituciones educativas se le dedica menos tiempo para su aprendizaje, y cuando se tiene en cuenta se toma como una isla más del conocimiento que hay que estudiar y aprender. Por eso no hay una relación con el entorno, y cuando se menciona el tema del medioambiente se considera que este solo le corresponde al área de ciencias na-

turales; no se le da una visión desde las demás áreas del conocimiento, aun cuando mediante las normas ya está establecido que se debe integrar este asunto en todas las instancias de las instituciones educativas (Presidencia de la República, 1994).

Todo lo anterior se observa en la institución José Celestino Mutis de Fusagasugá, donde en el currículo y el plan de estudios del área de matemáticas, la organización de la geometría está relegada a una sola hora de clase a la semana; por otro lado, no se dispone de recursos didácticos suficientes y adecuados para el aprendizaje, lo que obliga muchas veces a los docentes y a los estudiantes a realizar los procesos tradicionalistas que no son los más adecuados ni permiten favorables resultados. En cuanto al desempeño de los estudiantes en esta asignatura es muy bajo.

De acuerdo con lo anterior, se considera el entorno de cada estudiante, la naturaleza y junto con ella su biodiversidad, como una herramienta fundamental para el trabajo de la geometría, de modo que esta mirada de la realidad permite plantear la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo contextualizar el aprendizaje de la geometría plana y polígonos a través de patrones geométricos en la naturaleza, con estudiantes de grado séptimo en la institución educativa José Celestino Mutis del municipio de Fusagasugá?

Hipótesis

Si se emplea la modelación matemática basada en patrones y elementos geométricos de la naturaleza para el aprendizaje de los polígonos, esta se contextualiza y permite transformar el ambiente escolar y se logra que el aprendizaje sea más significativo, lo cual posibilita tener una visión de cuidado y conservación del medioambiente.

Objetivos

General

Diseñar una unidad didáctica que permita la contextualización del aprendizaje de la geometría plana a través de la modelación de patrones y elementos de la naturaleza, con estudiantes de grado séptimo en la institución educativa José Celestino Mutis del municipio de Fusagasugá.

Específicos

- Indagar sobre cómo se asumen los aspectos cotidianos en el aprendizaje de la geometría por parte de los estudiantes.
- Caracterizar elementos de la geometría plana presentes en patrones geométricos de la naturaleza, mediados por el estudio matemático de algunas frutas y ambientes naturales.
- Crear un ambiente de aprendizaje con integración de herramientas tecnológicas que favorezca el aprendizaje significativo desde la modelación matemática de elementos del medioambiente.

Sección II

Marco de referencia

Estado del arte

Las investigaciones que anteceden esta propuesta se han encontrado empleando buscadores y bases de datos, entre ellos Redalyc, Science Direct, Scielo, Latindex y repositorios de instituciones de educación superior, como la Universidad de los Andes, Universidad de Antioquia y Universidad Nacional. Estas investigaciones se enmarcan en las categorías establecidas para efectos de esta propuesta como: el aprendizaje, la contextualización de la geometría y la modelación matemática a través de patrones de la naturaleza.

En primera medida, al pensar como eje central el aprendizaje de la geometría, desde donde se presentan dificultades, en parte porque tanto docentes como estudiantes tienen la concepción de esta como un espacio abstracto y que está planeada como una serie de fórmulas, axiomas y conceptos que solo se usan para desarrollar ejercicios, pero poco o nada se muestra en una verdadera aplicación.

De ahí, que esta problemática se debe principalmente a que no se logra desde el aula contextualizar ese aprendizaje; el protagonista es el docente que presenta los contenidos y se aleja del rol activo que tiene también el estudiante.

En segundo lugar, se resalta el papel de la contextualización como base para crear conexión entre el saber y el entorno, para obtener un aprendizaje significativo y comprensivo, y facilitar entonces el desarrollo del pensamiento matemático, reflexivo y crítico, en el cual es válido involucrar experiencias cotidianas de los estudiantes, es decir, que emergen conocimientos y experiencias de contextos auténticos o el uso de situaciones en las que la imagina-

ción de estudiantes se ubica o predice.

Por otro lado, se destaca la modelación matemática como una herramienta útil en el aprendizaje de la geometría, que permite conducir a centrar el interés, encontrar aplicabilidad y significación a lo que se aprende. Teniendo en cuenta que en la mayoría de los casos los recursos didácticos son escasos, lo cual hace que los procesos se enfoquen solo al aula y no se busquen otras estrategias, y se olvide usar medios que puede propiciar el estudiante y con él sus intereses y entorno en el que se desenvuelve. Es entonces cuando se hace propicio trabajar desde el contexto y la modelación matemática.

Para dar cuenta de estas categorías, se han clasificado estudios internacionales y nacionales de la siguiente manera:

Investigaciones internacionales

En el artículo titulado *Qualitative patterns in Plane Geometry* cuyos autores son Rahim y Olson (1998), manifiestan que el objetivo principal del estudio fue identificar y expresar los procesos de pensamiento geométrico que realizan los estudiantes de grado octavo, al juzgar visualmente las áreas poligonales de diferentes formas, ya sean o no congruentes.

En los resultados manifiestan que hubo patrones de respuesta, todas interesantes y sorprendentes. Se permitió la visualización del concepto de área en las diferentes formas presentadas y al final dan recomendaciones sobre la implicación de la geometría en el currículo y las investigaciones.

De acuerdo con esta posición de los autores, se considera de especial relevancia el empleo de la visualización para el aprendizaje de la geometría, y la relación que tiene con el

entorno para el aprendizaje. Por lo tanto, en las instituciones educativas y en sus currículos es necesario implementar y fortalecer el pensamiento espacial y geométrico.

En esta perspectiva se sitúa también el artículo presentado por Arcavi (2003) titulado *The role of visual representations in the learning of mathematics*, en el que se inicia con una descripción acerca de la importancia de la visión desde el aspecto biológico y se considera como la fuente de información más importante en el mundo; en la parte cultural también cumple un papel significativo, ya que la información se trasmite por lo visual, a través de envolturas y tecnologías que influyen en la comunicación. Explica que hoy en día, la visualización ya no es solo con fines ilustrativos, sino que se reconoce como un componente clave en el razonamiento para hacer y aprender matemáticas.

Por su parte, Stevens (1983) afirma que la visualización mediante gráficos, diagramas, figuras y modelos es una forma de comunicar, desde la interacción de las personas con los objetos, es decir, que las formas de ver emergen a partir de la práctica social y la relación con el otro.

De modo que Rahim y Olson (1998) coinciden con Arcavi (2003), a la hora de resaltar el valor que surge desde la visualización para el aprendizaje de la geometría, a través de los diferentes elementos que se puedan emplear para llegar a él, dejando de lado la mera transmisión de contenidos y permitiendo un aprendizaje con mayor autonomía en el estudiante, desde sus propias observaciones y experiencias.

El trabajo titulado *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestros sobre la geometría escolar*, desarrollado por Barrantes y Blanco (2004), en la Universidad de Extremadura, España, es una caracterización sobre las concepciones y expectativas de los estudiantes hacia la geometría, para el cual organizaron las siguientes categorías de estudio:

- GE - Geometría escolar y su enseñanza
- CO - Contenidos escolares de geometría
- ME - Metodología en la geometría escolar
- MA - Materiales en la geometría escolar
- RE - Recursos en la geometría escolar
- AC - Actividades de geometría escolar
- AP - Aprendizaje en la geometría escolar
- PA - Papel del alumno
- PM - Papel del maestro
- EV - Evaluación en la geometría escolar

Para estas categorías aplicaron cuestionarios y realizaron entrevistas a los estudiantes, en los cuales, entre otras cosas, señalan que presentan dificultad porque es muy poco el tiempo dedicado a esta asignatura, es muy difícil memorizar fórmulas y resolver problemas, es una materia muy teórica y abstracta que no se deja comprender y es impartida al final de los cursos escolares.

Esto es algo que en la actualidad debería cambiar, pues hay avances curriculares; sin embargo, se observa que se persiste en los mismos errores y que estas concepciones se mantienen.

Llama la atención acá, que los juicios emitidos por los estudiantes dejan evidenciar la manera tradicionalista en la que se continúa desarrollando la clase de geometría en las instituciones, lo que es un factor de desmotivación para ellos. No obstante, esto ocurre aun cuando se tienen recomendaciones y actualizaciones del MEN, quizá por desconocimiento o por falta de interés en innovar las prácticas escolares.

En ese orden de ideas, aparece el estudio realizado en México por Guillén y Figueras (2005), titulado *Estudio exploratorio sobre la enseñanza de la geometría primaria: curso-taller como técnica para la obtención de datos*, en el cual, entre otros aspectos, señalan que los docentes sienten la carencia de recursos para la enseñanza de la geometría, ya que se imparte desde una visión tradicionalista simplemente siguiendo los contenidos de algunos textos. Según las autoras, se pudo evidenciar que los docentes contrastan lo que dice el currículo con lo que hacen. Además, deben seguir objetos del mundo real, pero no hay claridad de dónde partir ni para dónde ir.

En relación con el estudio de Barrantes y Blanco (2004), se sitúa una coyuntura entre los juicios de los estudiantes y los de los docentes, ya que desde cada uno de sus roles encuentran dificultades para la enseñanza-aprendizaje de la geometría; en algunos casos por factores externos y, en otros, por falta de disposición y capacitación.

Otro artículo muy relacionado con los anteriores es el de Abrate y otros (2006), titulado *Caracterización de las actividades de geometría que proponen los textos de matemática*, y realizado en la Universidad Villa María de Córdoba, Argentina. En este documento se muestra cómo, a menudo, la enseñanza de la geometría se fundamenta en el aspecto memorístico y cómo los docentes desplazan los contenidos de geometría para el final del año escolar, aunque haya recomendaciones de investigadores por enriquecer el aprendizaje de la matemática en otros entornos. Por otro lado, se considera que los libros son los recursos más utilizados en la enseñanza-aprendizaje de la geometría y que tienen gran influencia sobre el qué y cómo enseñar, convirtiéndose así en controladores del currículo.

En el trabajo de Barrantes y Zapata (2015) desarrollado en la Universidad de Piura, en Perú, titulado *Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas*, se hace reflexión en torno a los esquemas conceptuales mal elaborados o incompletos que realizan los estudiantes

en el aprendizaje de la geometría, por ejemplo confundir las figuras planas con los sólidos; esto en parte, afirman los autores, porque los libros y docentes presentan la geometría básicamente mediante ejercicios de memorización de los conceptos y las características de las figuras. En las recomendaciones y observaciones que hacen los autores, se encuentra que uno de los errores es forzar la conceptualización, obviando actividades concretas. Así mismo, aconsejan que la enseñanza de la geometría debe realizarse a través de actividades interdisciplinarias con las demás áreas, como es el caso del arte.

Para continuar con la perspectiva de la enseñanza-aprendizaje tradicionalista de la geometría, se ubica acá la importancia de transversalizar esta área con las demás propuestas en el currículo de las instituciones, o por lo menos crear contextos que permitan la apropiación de este aprendizaje tanto en docentes como en estudiantes.

El trabajo realizado por Guillén y Pérez (2009), en Valencia, España, titulado *Planteamiento de un proyecto de investigación sobre la enseñanza de la geometría en secundaria a través de diferentes enfoques. Utilización de un curso-taller como técnica para la obtención de datos*, es un compendio de ideas que manifiestan docentes de la comunidad valenciana sobre la geometría. Allí se indaga sobre los contenidos que imparten o no, sobre la enseñanza-aprendizaje de estos y acerca del uso de los contextos para esta asignatura. Este estudio lo realizan en tres etapas: diseño de un cuestionario, diseño de un instrumento para obtener los datos y un curso-taller para analizar los resultados. En este informe exponen principalmente lo llevado a cabo en la etapa dos, que lo desarrollaron en varias sesiones encaminadas a conocer las perspectivas de los docentes sobre la representación, las relaciones entre los contenidos y los procesos que se deben tener en cuenta en el aprendizaje de la geometría.

Según Gamboa y Ballesteros (2010), en el estudio realizado en Costa Rica titulado *La enseñanza y aprendizaje de la*

geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes, en el que aplicaron un cuestionario de 24 preguntas a los estudiantes de educación secundaria para conocer su percepción sobre la enseñanza-aprendizaje de la geometría, se encontró que se ha basado en un sistema tradicionalista, en el que el docente es quien presenta los conceptos y las teorías; además, en las clases se desarrollan ejemplos y los estudiantes resuelven ejercicios que se les plantean, en los que tiene un papel importante la memorización de fórmulas y su aplicación. No se deja espacio para procesos de visualización, argumentación, representación y justificación. Es decir, que se expone como un proceso abstracto totalmente alejado de la realidad. Los autores expresan además que la mayor dificultad está en resolver situaciones y realizar cálculos, como por ejemplo de áreas y perímetros y al interpretar las diversas situaciones.

El trabajo concluye con la afirmación que la enseñanza de la geometría debe enfocarse en el desarrollo de habilidades para explorar, visualizar, representar, argumentar y justificar.

En relación con este planteamiento, Barrantes y Blanco (2004) coinciden en los juicios de los estudiantes acerca del aprendizaje de la geometría, en los que se evidencia que es tradicionalista y con poco tiempo destinado a su estudio, además de enfocado a la memorización de fórmulas y resolución de ejercicios. Se resalta el interés por darle paso a otra forma de enseñanza-aprendizaje de la geometría y permitir el desarrollo de otras habilidades diferentes a la memorización, que lleven a ubicar a los estudiantes en contexto con lo aprendido.

Por su parte en España, Alsina y otros (2016) en el trabajo titulado *Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: aprendizaje realista de la geometría en educación infantil* hacen una apuesta a la enseñanza-aprendizaje de la geometría desde un enfoque realista, en el que, entre otras características, se menciona el uso de contextos como vínculo entre lo abstracto y lo concreto, y el uso de cons-

trucciones y producciones libres por parte de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El trabajo finaliza con una experiencia en la calle Mayor de Palencia, España, donde los estudiantes reconocieron su contexto e identificaron allí contenidos geométricos, en los cuales se concluye, de acuerdo con Reeuwijk citado por Alsina y otros (2016), que el trabajo a partir de contextos de la vida cotidiana es una manera de acercar a los estudiantes al aprendizaje de las matemáticas y, en este caso, de la geometría, teniendo en cuenta entonces su entorno, la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación y la representación.

Investigaciones nacionales

En Colombia se destacan las siguientes investigaciones desarrolladas, que están enfocadas al trabajo de la geometría desde su representación y contextualización.

Se revisó el estudio de Muñoz y otros (2011) titulado *Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares* y desarrollado en Antioquia, que es un análisis cualitativo en el que se indagó por los diferentes modelos matemáticos que aparecen de un contexto cercano y real de los estudiantes, como lo es el Metro de Medellín, sistema de transporte masivo. Los autores explican, entre otras cosas, que el estudio sugiere:

[...] que cuando se reconocen los contextos auténticos de los estudiantes como insumos para desarrollar actividad matemática escolar, no solo hay participación y empoderamiento en aspectos

como la toma de datos, producción de modelos y significados, sino que también se presenta una mayor comprensión de los fenómenos asociados al contexto mencionado (Muñoz *et al.*, 2011, p. 50).

Es decir que se produce un aprendizaje más autónomo y significativo en los estudiantes. En el estudio se destaca, que aunque el medio de transporte es común y cotidiano para los estudiantes, ninguno le había encontrado el sentido geométrico y matemático; es así como lograron reflexionar sobre su propia realidad.

En el trabajo de Marmolejo y Vega (2012) titulado *La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje*, realizado en la Universidad del Valle, se concibe parte fundamental del aprendizaje de las figuras geométricas, para intuir y lograr resolver problemas en el área de matemáticas. En el artículo se destacan procedimientos que han realizado estudiantes sobre comparación de figuras y sus respectivas áreas. De acuerdo con Duval (citado en Marmolejo y Vega, 2012), se describe que la enseñanza y el aprendizaje de la geometría involucran como mínimo tres procesos: la construcción, el razonamiento y la visualización; aunque cada uno puede ser aprendido por separado, la articulación entre ellos es lo que lleva a asegurar el aprendizaje de la geometría.

En las conclusiones de los autores está la preocupación por el abandono de la geometría en los currículos escolares, o se dedica poco tiempo.

La propuesta titulada *Geometría experimental y contextos matemáticos: estudio de la congruencia a través del diseño de logos*, de Pabón y otros (2013), realizando este proyecto en la Universidad del Valle, pretenden que se desarrolle un conocimiento en la enseñanza-aprendizaje de la geometría, fundamentado en contextos reales de una manera

significativa para que puedan servir de campos de experiencia. Es un estudio dirigido especialmente a docentes de educación básica.

Este proyecto se propone en tres etapas: en la primera muestran expectativas, motivaciones y explican algunos referentes teóricos que dan el sentido a lo que trabajan. En la segunda etapa plantean componentes para la identificación de elementos geométricos en el contexto, especialmente los que se refieren a anuncios publicitarios. Y en la tercera etapa socializan aspectos metodológicos sobre los recursos pedagógicos empleados y los procesos de modelación llevados a cabo.

Se resalta acá el interés por relacionar la geometría con contextos cercanos a los estudiantes, como el arte y la publicidad; así, de una manera experimental los familiarizan y permiten comprender contenidos que parecen no tener ninguna aplicación.

El trabajo titulado *La geometría de las plantas: una experiencia de modelación matemática en el pensamiento espacial y sistemas geométricos*, desarrollado en Medellín por Zapata (2014), explica cómo los estudiantes realizan procesos de modelación, desde la experiencia de un sendero ecológico de su propia institución, lo que permite un aprendizaje más significativo.

El desarrollo de este proyecto ayudó a los estudiantes a encontrar sentido al aprendizaje de las matemáticas, para que dejen de ser teóricas y pasen a ser aplicadas en un entorno propio y real; por otro lado, se evidencia una estrecha relación entre las demás áreas del conocimiento y las matemáticas, en este caso la geometría con la biología, y se comparan las formas de las hojas con las figuras geométricas, la distribución de los pétalos de las flores y los cortes de las frutas, entre otros aspectos, lo que forja capacidad de asombro, respeto, cuidado por la naturaleza y el medioambiente, y cooperar a construir una sociedad con responsabilidad social y ambiental.

En este sentido, se muestra un estrecho nexo en lo planteado por Pabón y otros (2013) y Zapata (2014), en cuanto a que los contextos para aprender la geometría fueron diferentes al aula y en relación con lo real y lo vivido a diario por los estudiantes, lo que permitió el desarrollo de más habilidades y un aprendizaje quizá por descubrimiento y con más sentido.

Luego está el trabajo titulado *Medida de áreas en contextos auténticos: un enfoque desde la modelación matemática*, de Rivera y otros (2016), realizado en Antioquia, que emplea el entorno de la institución y las inundaciones ocurridas por el desbordamiento del río Cauca. En el análisis los estudiantes trabajan diferentes conceptos como es el caso del área y lo relacionan con la altura del nivel del agua, de modo que así proponen modelos de construcción y alternativas de solución al impacto socioambiental del fenómeno que allí se presenta.

En el estudio de Marmolejo (2018) titulado *Maneras de atribuir sentidos y significados al contexto en actividades de modelación con estudiantes de séptimo grado*, desarrollado en el municipio de Apartadó, Antioquia, con estudiantes de grado séptimo, principalmente se indaga a los estudiantes sobre el significado de los contextos en el aprendizaje de las matemáticas mediante actividades en las que interviene la modelación; para ello se estableció el método de investigación cualitativa.

En los resultados se expresa que al plantearles una situación extramatemática a los estudiantes, ellos utilizan diferentes elementos para interpretarla. Así mismo, mediante la modelación logran darle sentido y significado acerca del contexto. El autor afirma que:

Cuando en una actividad de modelación se atiende a los intereses de los estudiantes, se favorece la atribución de

importancia subjetiva sobre las situaciones objeto de estudio. Esto permite que los estudiantes no solo inscriban la actividad en sus deseos y necesidades ante aquello que acontece en su realidad, sino que también establezcan y se apropien de los propósitos de ella. De este modo, los estudiantes presentan mayor autonomía en las acciones que realizan al desenvolverse en cada una de las fases que componen la actividad (Marmolejo, 2018, p. 127).

Entonces se puede afirmar que, de acuerdo con el contexto, los estudiantes realizan procesos de representación y emplean diferentes elementos que los conduzcan a la solución de las situaciones planteadas, forjando así un aprendizaje significativo y con mayor autonomía.

Marco teórico

Teniendo en cuenta que el tema principal de este estudio es el aprendizaje de la geometría y dentro de él la contextualización que se debe dar en el aula de clase desde los diferentes contenidos, se hace necesario abordarlo como eje articulador de esta propuesta. De esta manera, para efectos de esta propuesta, se consideran los aportes de Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele, pareja de profesores holandeses de matemáticas, quienes a partir de su experiencia en la enseñanza de la geometría, y dadas las dificultades que se presentan en los estudiantes para aprender, deciden buscar una solución que facilitará el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta rama de la

matemática. Así, formulan en 1957 la teoría *Structure and insight: a theory of mathematics education*, que apunta exclusivamente a la didáctica de la geometría y busca, por un lado, explicar cómo se produce el razonamiento en los estudiantes y, por otro, brinda ayudas para que los docentes puedan mejorar la calidad de razonamiento.

Este modelo despertó interés en la Unión Soviética y en 1963 varios investigadores y docentes lo introdujeron en el programa de geometría, al igual que en Estados Unidos (De la Torre Gómez, 2003).

Este método se describe desde dos aspectos:

- **Descriptivo:** se detectan las diferentes formas de razonamiento de los individuos y se puede evaluar su progreso.
- **Instructivo:** se dan pautas a los docentes para favorecer los niveles de razonamiento.

Además, en este modelo se describen los siguientes niveles de razonamiento:

Niveles de razonamiento Van Hiele

De acuerdo con Gutiérrez y Jaime (1991), este modelo lo conforman cinco niveles que permiten caracterizarlo:

- Nivel 0: visualización o reconocimiento
- Nivel 1: análisis
- Nivel 2: ordenación o clasificación

- Nivel 3: deducción formal
- Nivel 4: rigor

A continuación, una descripción de las características de cada uno de ellos:

Nivel 0: en este nivel los objetos se perciben en su totalidad como un todo, sin diferenciar sus características y propiedades. Las descripciones son visuales y tendientes a asemejarlas con elementos familiares.

Ejemplo: identifica paralelogramos en un conjunto de figuras. Identifica ángulos y triángulos en diferentes posiciones en imágenes.

Nivel 1: se perciben propiedades de los objetos geométricos. Los estudiantes pueden describir objetos a través de sus propiedades (ya no solo visualmente), pero no pueden relacionar las propiedades unas con otras.

Ejemplo: un cuadrado tiene lados iguales. Un cuadrado tiene ángulos iguales.

Nivel 2: ordenan, describen los objetos y figuras de manera formal, entienden los significados de las definiciones, reconocen cómo algunas propiedades derivan de otras y establecen relaciones entre propiedades y sus consecuencias. Los estudiantes son capaces de seguir demostraciones, aunque no las entienden como un todo, ya que con su razonamiento lógico solo son capaces de seguir pasos individuales.

Ejemplo: en un paralelogramo, lados opuestos iguales implican lados opuestos paralelos. Lados opuestos paralelos implican lados opuestos iguales.

Nivel 3: se realizan deducciones y demostraciones, se entiende la naturaleza axiomática, se comprenden las propiedades y se formalizan en sistemas

axiomáticos. Van Hiele llama a este nivel la esencia de la matemática.

Ejemplo: demuestra de forma sintética o analítica que las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.

Nivel 4: se trabaja la geometría sin necesidad de objetos geométricos concretos, se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se puede analizar y comparar. Se aceptará una demostración contraria a la intuición y al sentido común si el argumento es válido.

Fases del modelo Van Hiele

Es importante resaltar las características y fases de este modelo:

Información: se trata de una fase de toma de contacto: el docente debe informar a los estudiantes sobre el campo de estudio en el que van a trabajar, qué tipo de problemas se van a plantear, qué materiales van a utilizar, etc. Así mismo, los estudiantes aprenderán a manejar el material y adquirirán una serie de conocimientos básicos imprescindibles para poder empezar el trabajo matemático propiamente dicho. Esta fase sirve para dirigir la atención de los estudiantes y permitirles que sepan qué tipo de trabajo van a hacer, y para que el docente descubra qué nivel de razonamiento tienen sus estudiantes en el nuevo tema y qué saben de él.

Orientación dirigida: en esta fase los estudiantes empiezan a explorar el campo de estudio por medio de investigaciones basadas en el material que les ha sido proporcionado. El objetivo principal de esta fase es conseguir que los estudiantes descubran,

comprendan y aprendan cuáles son los conceptos, las propiedades, las figuras, etc., principales en el área de la geometría que están estudiando. Las actividades que se les propongan deben estar convenientemente dirigidas hacia los conceptos, las propiedades, etc., que deben estudiar. El trabajo que vayan a hacer estará seleccionado de tal forma que los conceptos y las estructuras características se les presenten de forma progresiva.

Explicitación: entre las finalidades principales de esta fase está hacer que los estudiantes intercambien sus experiencias, que comenten las regularidades que han observado y que expliquen cómo han resuelto las actividades, todo ello en un contexto de diálogo en el grupo. Es interesante que surjan puntos de vista divergentes, ya que el intento de cada estudiante por justificar su opinión hará que tenga que analizar con cuidado sus ideas (o las de su compañero), y que deba ordenarlas y expresarlas con claridad.

Orientación libre: en este momento los alumnos deberán aplicar los conocimientos y el lenguaje que acaban de adquirir a otras investigaciones diferentes de las anteriores. El docente debe plantear problemas que, preferiblemente, puedan desarrollarse de diversas formas o que puedan llevar a diferentes soluciones, para de esta forma perfeccionar los conocimientos que los estudiantes poseen sobre el campo de estudio. En estos problemas se incluirán indicios que muestren el camino por seguir, pero de forma que el estudiante tenga que combinarlos adecuadamente, aplicando los conocimientos y la forma de razonar que ha adquirido en las fases anteriores.

Integración: en esta fase los estudiantes deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos que tienen a su disposición, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente; se trata de condensar

en un todo el dominio que ha explorado su pensamiento. En esta fase el docente puede fomentar este trabajo al proporcionar comprensiones globales, pero es importante que estas no le aporten ningún concepto o propiedad nuevos al estudiante: solamente deben ser una acumulación, comparación y combinación de cosas que ya conoce.

De acuerdo con el modelo Van Hiele, se puede tener claridad en el nivel de razonamiento que encuentran los estudiantes y, así mismo, el docente debe plantear actividades afines para ir avanzando durante todo el proceso.

Concepciones acerca del contexto

Una de las preocupaciones en la enseñanza de la geometría se encuentra ubicada desde la perspectiva que los estudiantes le den sentido a los contenidos planteados y presentados, es decir, que el aprendizaje sea significativo y le distingan una aplicabilidad en su cotidianidad. Una de las maneras de lograrlo es al relacionar las temáticas con su entorno, contexto y hechos reales.

Hay que mencionar acá un posible acercamiento a la idea de contexto, ya que como lo plantea Marmolejo (2018), “no existe una comprensión homogénea del contexto en la literatura matemática, es un concepto utilizado de diferentes formas (situación, entorno, ambiente, etc.) y con diferentes significados” (p. 27). Sin embargo, se relacionan algunos puntos en común para este caso.

Martínez (2003), citado por Muñoz y otros (2011), considera que el contexto en matemáticas puede tener las siguientes acepciones:

Contexto real: es cuando se lleva el enfoque y la práctica real de las matemáticas al entorno socio-cultural donde se desarrolla esa práctica.

Contexto simulado: se origina del real, y se presen-

ta cuando se reproduce algo del entorno real, por ejemplo una tienda escolar.

Contexto evocado: tiene lugar cuando en la clase se plantea una situación en la que se permite imaginar un marco donde ocurre.

Por otra parte, Valero (2002) considera que el contexto “es aquello que ‘acompaña’ a un ‘texto’, es decir, la serie de circunstancias que rodean un evento” (p. 50), por ejemplo, cuando se trata una investigación en un colegio de Fusagasugá, el contexto acá se refiere al espacio de ese lugar. Esta autora distingue el contexto como:

De un problema: se entiende como el conjunto de nociones, elementos y medios matemáticos con los cuales se logra situar una situación problema, es decir, todas las referencias a las que acude el estudiante para llegar a la solución (Valero, 2002). En este mismo sentido, el contexto de un problema es relevante, en cuanto a que involucra al estudiante en la construcción activa del conocimiento y le permite realizar conexiones entre lo que ya conoce y lo nuevo que se presenta.

Otra forma de entender el contexto es desde la **interacción**. No solo se trata de llegar a soluciones de problemas, sino que es preciso tener en cuenta la forma como se afrontan en el aula, desde las relaciones entre los estudiantes, estudiante-docente, estudiante-objeto de aprendizaje y la colaboración entre todos los sujetos.

Una tercera forma de concebir el contexto, para esta autora, es el **situacional**, entendido como el conjunto de las relaciones, desde todas dimensiones (histórica, social, cultural y psicológica, entre otras) que conduzcan a la producción de conocimiento y aprendizaje (Wedege, 1999, citado por Valero, 2002).

Tabla 2.1. Acepciones acerca del contexto

Acepción del contexto	Elementos o características	Vínculos con las matemáticas escolares
Real	Problemas del mundo real.	Modelación matemática.
Auténtico		
Vida cotidiana	Situaciones cotidianas.	Conocimiento matemático.
Evocado	Situaciones o problemas propuestos por el profesor	
Interacción	Problemas de la vida real.	Solución de problemas.
Simulado	Entornos didácticos: transformación de problemas o situaciones procedentes de la realidad.	Conceptos matemáticos.
Problema	Situaciones procedentes de la realidad. Situaciones idealizadas.	Procedimientos matemáticos.
Situacional	Relaciones históricas, sociales, culturales y psicológicas que constituyen el aprendizaje.	Conocimiento matemático.
		Aprendizaje de las matemáticas.

Fuente: Marmolejo, 2018, p. 35.

Entonces, desde los estándares de matemáticas se establecen pautas para el desarrollo de los contenidos, se indica que la educación matemática deberá estar ligada a contextos históricos y culturales, de modo que permiten la construcción y transformación de las prácticas, los saberes y los conocimientos (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Frente al empleo de contextos en el aprendizaje de esta área, los estándares plantean tres contextos para el aprendizaje de las matemáticas:

Se refiere tanto al contexto más amplio –al *entorno sociocultural*, al ambiente local, regional, nacional e internacional– como al *contexto intermedio* de la institución escolar –en donde se viven distintas situaciones y se estudian distintas áreas– y al *contexto inmediato* de aprendizaje preparado por el docente en el espacio del aula, con la creación de situaciones referidas a las matemáticas, a otras áreas, a la vida escolar y al mismo entorno sociocultural, o a situaciones hipotéticas y aun fantásticas, a partir de las cuales los alumnos puedan pensar, formular, discutir, argumentar y construir conocimiento en forma significativa y comprensiva (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 70).

Con lo mencionado anteriormente, se pretende lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes, que esté relacionado con sus intereses y experiencias cotidianas; de

ahí se parte que cada situación sea interpretada, solucionada o construida desde la relación que entabla cada uno de ellos con la situación presentada, es decir, también está de por medio el contexto en el que se viva e interactúe.

En este orden de ideas, se reconoce que la realidad no es estática, está susceptible a cambios y, por lo tanto, a que se materialice de diversas formas, cuando de estudiar en las aulas de clase se trata. Lo fundamental en este apartado se centra en generar espacios para que todos los agentes involucrados en el aprendizaje puedan reflexionar e interactuar, no solo desde lo abstracto sino desde lo experimental, como se menciona en los estándares:

Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución [...] (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 70).

Es propicio también relacionar a Freudenthal (1971), citado por Bressan y otros (2016), que definen el contexto como:

Un evento o situación derivada de la realidad, la cual es significativa para los alumnos o la pueden imaginar, y conduce a usar métodos matemáticos desde

su propia experiencia. Provee significado concreto y apoyo para las relaciones y operaciones relevantes de la matemática [...] (Bressan et al., 2016, p. 4).

Entonces para este autor, los contextos realistas son los que tienen sentido en el aprendizaje de las matemáticas, permiten relacionar con el entorno real y son de interés para los estudiantes.

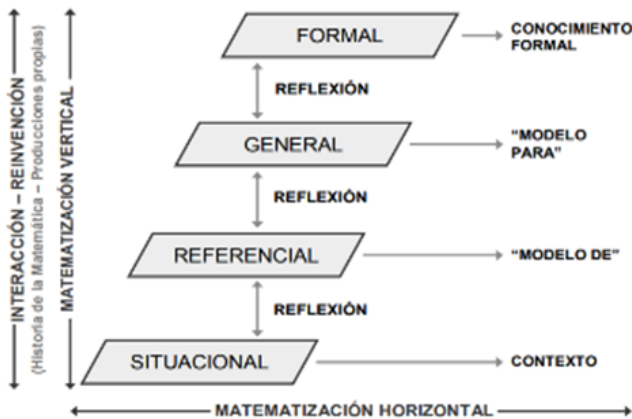
De acuerdo con lo expuesto anteriormente, es válido afirmar que la definición de contexto es muy variante y posee diversas significaciones e implicaciones en la práctica de la educación. Se trata entonces de brindar diversas opciones de llegar con los contenidos, de brindar la posibilidad de integrar el aprendizaje de un área específica con todas las dimensiones humanas y sociales, y que los estudiantes desde el aula generen procesos de apropiación, no solo de contenidos, sino de su territorio.

La modelación matemática

Para continuar con los ejes centrales de esta propuesta, es pertinente tratar la modelación matemática, también entendida como matematización. Para Freudenthal (1973), citado por Bressan y otros (2016), el aprendizaje de la matemática es una actividad social. La interacción lleva a diversos niveles de comprensión, las interacciones verticales (docente-estudiante) y las interacciones horizontales (estudiante-estudiante) son ejes claves para la producción, el intercambio y la apropiación de las ideas por parte de los estudiantes. Para este autor, fue fundamental estudiar la organización matemática, al pasar de situaciones cotidianas hasta llegar a la matemática formal, a lo que llamó

matematización. En este aspecto admite que existen diferentes niveles de comprensión, sin ser una regla pasar por alguno para llegar al siguiente, es decir, no constituyen una jerarquía entre sí. Estos niveles son: situacional, referencial, general y formal.

Figura 2.1. Niveles de matematización



Fuente: Bressan et al., 2016, p. 7.

En el nivel situacional se da la interpretación a un problema y se usan estrategias vinculadas al contexto de la misma situación. Los estudiantes al apoyarse en sus conocimientos informales y en su experiencia, pueden identificar y explicar la situación que aparece en el contexto, visualizar, esquematizar y formular el problema de diferentes formas, descubrir relaciones y regularidades, y reconocer analogías con otros problemas; a este proceso se le denomina

matematización horizontal, lo que implica que el estudiante va del mundo real al de los símbolos.

La inclusión de este término en Colombia se presenta en los *Lineamientos curriculares del área de matemáticas* del MEN en 1998, en los que además se plantean procesos como el razonamiento, la comunicación, la comparación, el planteamiento y la resolución de problemas; es decir, que es un tema planteado ya hace varios años y en diversos documentos del MEN. Sin embargo, en esta investigación se observa que la institución educativa no se ha apropiado de estos planteamientos, y que prevalece la idea de las matemáticas meramente como un área formal y abstracta, constituida por definiciones, axiomas, procesos e ideas que poco tienen que ver con la realidad.

Por lo general en matemáticas se entiende por modelación el hecho de construir un modelo o una representación a partir de situaciones problema para buscar la solución. Por su parte, el término de modelación matemática es entendido desde los estándares del MEN:

Como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también “una estructura”– que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 52).

En una situación problema, la modelación permite establecer las variables y la relación que hay entre ellas, lo que facilita fijar modelos en diferentes niveles de complejidad, a partir de los cuales se pueden hacer predicciones, utilizar procedimientos numéricos, obtener resultados y verificar qué tan razonable son estos respecto a las condiciones iniciales. De ahí que, la modelación se puede entender como el descubrimiento de representaciones o esquemas que se presentan y repiten en situaciones cotidianas u otras para reconstruirlas mentalmente.

Por otro lado, Giordano (1997) citado por Villa Ochoa (2007) define un modelo matemático como una construcción matemática dirigida a estudiar un sistema o fenómeno particular del “mundo real”; así mismo, afirma que este modelo puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales. Por eso, se trata de darle sentido a la matemática, en este caso a la geometría, desde la realidad.

Como se mencionó antes, Freudenthal (1971) trata la contextualización y la modelación matemática, y crea una corriente didáctica que denominó Educación Matemática Realista (EMR), que más que ser una corriente, son ideas básicas sobre el qué y el cómo se enseña en esta área. Igualmente, considera a la matemática como una actividad humana, en la cual no se trata de poseer solo los conocimientos, sino de buscar y resolver situaciones.

La didáctica realista está fundamentada principalmente en los principios de: uso de contextos, uso de modelos, producciones libres de los estudiantes, interacción en el proceso de enseñanza-aprendizaje e interrelación entre los diferentes actores del currículo (Bressan *et al.*, 2016).

Como se muestra en la Tabla 2.2., se aclaran y especifican los principios de la EMR desde diferentes principios.

Tabla 2.2. Principios de la Educación Matemática Realista

Principio	¿Qué es?	¿Cómo puede trabajarse?
De actividad	<p>Las matemáticas se consideran una actividad humana. La finalidad de las matemáticas es matematizar (organizar) el mundo que nos rodea, incluyendo a la propia matemática. La matematización es una actividad de búsqueda y de resolución de problemas, pero también es una actividad de organización de un tema.</p>	<p>Matematizar involucra principalmente generalizar y formalizar. Formalizar implica modelizar, simbolizar, esquematizar y definir, y generalizar conlleva reflexión.</p>
De realidad	<p>Las matemáticas se aprenden haciendo matemáticas en contextos reales. Un contexto real se refiere a situaciones problemáticas de la vida cotidiana y a situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos.</p>	<p>El contexto de los problemas que se presentan a los alumnos puede ser el mundo real, pero esto no es necesariamente siempre así. Es necesario que progresivamente se desprendan de la vida cotidiana para adquirir un carácter más general, o sea, para transformarse en modelos matemáticos.</p>

Principio	¿Qué es?	¿Cómo puede trabajarse?
De niveles	<p>Los estudiantes pasan por distintos niveles de comprensión:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Situacional: en el contexto de la situación. - Referencial: esquematización a través de modelos, descripciones, etc. - General: exploración, reflexión y generalización. - Formal: procedimientos estándares y notación convencional. 	<p>Esquematización progresiva (profesor) y reinención guiada (aprendiz): las situaciones de la vida cotidiana son matematizadas para formar relaciones más formales y estructuras abstractas.</p>
De reinención guiada	<p>Proceso de aprendizaje que permite reconstruir el conocimiento matemático formal.</p>	<p>Presentar situaciones problemáticas abiertas que ofrezcan una variedad de estrategias de solución. Permitir que los estudiantes muestren sus estrategias e invenciones a otros. Discutir el grado de eficacia de las estrategias usadas.</p>

Principio	¿Qué es?	¿Cómo puede trabajarse?
De interacción	La enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social. La interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y los profesores puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión.	La negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendizaje son usados como una plataforma para alcanzar los formales. En esta instrucción interactiva, los estudiantes son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar, cuestionar alternativas y reflexionar.
De interconexión	Los bloques de contenido matemático (numeración y cálculo, álgebra, geometría) no pueden ser tratados como entidades separadas.	Las situaciones problemáticas deberían incluir contenidos matemáticos interrelacionados.

Fuente: Alsina et al. (2016).

Se puede resaltar aquí el rol que tiene el empleo de los contextos en el proceso de aprendizaje, convirtiéndose en el centro de interés para los estudiantes y permitiendo acceder al conocimiento de una manera informal y desde los niveles de razonamiento en los que está cada uno. Es de aclarar que el hecho de que un contexto sea realista también depende de la experiencia de los estudiantes. En este sentido, también es válido aclarar que un modelo no significa algo ya establecido y fijo, sino a aquel que emerge de la interacción con el problema, que surge en la organización y el análisis de la realidad, y en el que se hacen procesos de pensamiento, como comparación, explicación y comprobación, entre otros.

El docente en este proceso es el guía y ordenador de las interacciones que se han de ir realizando; por último, en la interacción con la realidad van apareciendo conexiones que exigen la ayuda interdisciplinar y con los demás ejes del currículo en general.

De acuerdo con lo antes mencionado, la EMR involucra diferentes procesos de pensamiento, como:

- Reconocer características esenciales en situaciones, problemas, procedimientos, algoritmos, formulaciones, simbolizaciones y sistemas axiomáticos.
- Descubrir características comunes, similitudes, analogías e isomorfismos.
- Ejemplificar ideas generales; encarar situaciones problemáticas de manera paradigmática; la irrupción repentina de nuevos objetos mentales y operaciones; buscar atajos y abreviar estrategias y simbolizaciones iniciales con miras a esquematizarlas, algoritmizarlas, simbolizarlas y formalizarlas; y reflexionar acerca de la actividad matematizadora, considerando los fenómenos en cuestión desde diferentes perspectivas (Alsina *et al.*, 2016, p. 2).

Lo anterior relacionado también con el pensamiento computacional (TC), que es un proceso de resolución de problemas, que incluye elementos como:

- **Descomposición:** que consiste en desglosar datos, procesos o problemas en partes más pequeñas y manejables.
- **Reconocimiento de patrones:** observación de patrones, tendencias y regularidades en los datos.
- **Abstracción:** identificación de los principios generales que generan estos patrones.
- **Diseño de algoritmos:** desarrollo de instrucciones paso a paso para resolver este y otros problemas similares.

En este apartado se hace necesario diferenciar algunos momentos de la modelización como actividad científica y como herramienta en el aula de clase, según lo establece Villa Ochoa (2007), en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3. Algunas diferencias entre los procesos de modelización y de modelación en las matemáticas

Criterio	Como actividad científica	Como herramienta en el aula de clase
Propósito del modelo	El modelo se construye para solucionar un problema de otras ciencias (naturales, sociales, humanas) o para avanzar en una teoría o ciencia.	El modelo se elabora para construir un concepto matemático dotado de un significado y con la intención de despertar una motivación y un interés por las matemáticas debido a su carácter aplicativo.
Los conceptos matemáticos	Emergen de la situación a través de un proceso de abstracción y simplificación del fenómeno.	Deben haber sido considerados <i>a priori</i> con base en la preparación y selección del contexto por parte del maestro y de acuerdo con los propósitos de la clase.
Contextos	Obedecen a problemas que comúnmente no han sido abordados o se abordan de una manera diferente en la ciencia.	Deben obedecer a problemas abordados previamente por el docente de la clase con el objeto de evaluar su pertinencia con los propósitos educativos.
Otros factores	Se presenta generalmente en un ambiente propio de la ciencia en la cual se aplica y generalmente es externo a factores educativos.	Ocurre regularmente en el aula de clase con una motivación propia de contextos cotidianos y de otras ciencias.

Fuente: Villa Ochoa, 2007, p. 69.

Aprendizaje significativo

Por otro lado, en esta investigación se hace fundamental resaltar las características del aprendizaje significativo, dado que el ser humano ha creado cosas que son desconocidas para la naturaleza y que no se mezclan, de lo cual ha empezado una ruptura entre la realidad y las matemáticas. Esta ha sido quizá una constante en las instituciones educativas: mostrar solo lo que la mente supone, pero sin estar relacionado a una realidad, sin tener un verdadero sentido; entonces se pretende que al aprendizaje de la geometría tenga sentido, por lo que se considera que tiene un papel importante el aprendizaje significativo, como lo planteó Ausubel (1963), citado por Moreira (1997), "el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento" (p. 20). De acuerdo con esto, se entiende que el conocimiento o los conceptos nuevos se relacionan en la estructura cognitiva con los ya existentes, con los saberes previos de cada individuo, para que este tenga sentido y se organice en su estructura cognitiva; así cada estudiante es activo en su aprendizaje.

Desde tiempos pasados, en la enseñanza de la matemática se ha afirmado que es fundamental su aplicación en la vida cotidiana y del mundo real; es por esto que en medio de las continuas transformaciones, no basta con tener un conocimiento específico sobre un asunto y ejercer su mera transmisión, sino que es fundamental, cada día, obtener nuevos conocimientos y habilidades en la aplicación y socialización de ellos. Y con ese pretexto, la modelación matemática viene siendo muy defendida como método de enseñanza (Salett y Hein, 2004), entendido el mundo real como "todo aquello que tiene relación con la naturaleza, la sociedad o la cultura, incluyendo tanto lo referente a la vida cotidiana como a los temas escolares, universitarios

y disciplinas curriculares diferentes de las matemáticas” (Villa Ochoa *et al.*, 2009, p. 162).

De ahí que la planeación curricular en las instituciones educativas se realiza de una manera parcelada e independiente, cada área hace lo que considera propio con sus contenidos y se olvida de lo demás y, en ocasiones, debido a esto se dejan de tratar y abordar aspectos importantes de este mundo real; por ejemplo, desde la primaria se enseña la clasificación de los animales y plantas, y que estos son beneficiosos y perjudiciales para el ser humano, sin tener en cuenta que cada uno de ellos contribuye al equilibrio de un ecosistema, es decir, la educación, y con ella su planeación, ha estado centrada en el antropocentrismo, en el abordaje de la naturaleza (Berríos, 2015).

Por otro lado, en la naturaleza, como ya se mencionó, es común encontrar patrones matemáticos maravillosos, desde las formas de algunas plantas, sus frutos y semillas, en los animales y en general en cada uno de los componentes de cada ecosistema, que lleva a generar miles de preguntas, como, por ejemplo, ¿cómo puede aparecer toda esta estructura, en medio de un mundo que vive en caos, si detrás de esto está la intervención humana? De modo que Albert Einstein alguna vez se cuestionó: **“¿cómo es posible que las matemáticas, producto del pensamiento humano, independiente de la experiencia, se ajusten excelentemente a los objetos de la realidad?”**.

En los diferentes sectores de la sociedad están ocurriendo cambios, desde los ámbitos social, político, económico y educativo; cambios que desde luego lo que dejan en evidencia es que cada vez dependemos más del conocimiento y de la creatividad. Aunque con el afán del presente y de enfrentar estos cambios, también se deja de lado algunas capacidades, como la capacidad de admirar el entorno y asombrarse ante la maravilla de la creación, para así reconocer que desde allí se logra encontrar el conocimiento y se alcanza con más apropiación y conciencia.

Concepciones de didáctica y unidad didáctica

En la relación de enseñanza-aprendizaje se hace fundamental que haya una correlación entre la teoría y la práctica, además que se tenga en cuenta el mundo real del estudiante, de ahí que es necesario que el docente en su planeación tenga muy en cuenta estos aspectos, entre otros.

Por lo que es pertinente afirmar que la práctica resulta muy importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje; de este modo el ser humano aprende de manera más significativa, mediante la exploración, la observación y la experiencia. En palabras de Lucio (1989), la didáctica “es el saber que tematiza el proceso de instrucción, método y estrategias” (p. 3).

Hablar de didáctica lleva a realizar una mirada integradora de los procesos educativos, y tiende a ser aún más complejo cuando se trata de didáctica de la matemática por su desarrollo histórico y la relación con las demás áreas del conocimiento. Brousseau (1989), citado por Godino (2003), define la didáctica de la matemática desde el enfoque sistémico como “una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos” (p. 17).

Sin embargo, el mismo autor Brousseau (1989), citado por Godino (2009), desde una mirada como disciplina y quizá complementando la posición anterior, define la didáctica como el “arte de enseñar - conjunto de medios y procedimientos que tienden a hacer conocer, en nuestro caso, la ciencia matemática” (p. 3).

En este sentido, se hace necesario mencionar la transposición didáctica de la que habla Chevallard (1985), citado por Godino (2003), al referir cómo el proceso en el que se adecua, adapta o modifica un concepto o conocimiento determinado para transformarlo en conocimiento para ser

enseñado y que sea de fácil comprensión e interpretación. Pues en ocasiones el docente no enseña algún contenido en determinados grados, porque lo considera difícil para los estudiantes y no dispone de una adecuada transposición didáctica, que es parte de lo que se pretende en el objeto de estudio de esta investigación.

Una manera de organizar estas relaciones de aprendizaje en el aula es mediante la planeación, organización y desarrollo de Unidades Didácticas (UD), como herramienta y propuesta de trabajo del docente, en la que concreta y operativiza todo aquello que debe y quiere enseñar, de una forma planificada y secuencial, de modo que conecta diversos aspectos del currículo de un área. De manera, que la UD se convierte también en un mecanismo que vincula contenidos curriculares, con problemas de investigación, que se generan en el medio sociocultural (Gallego *et al.*, 2014).

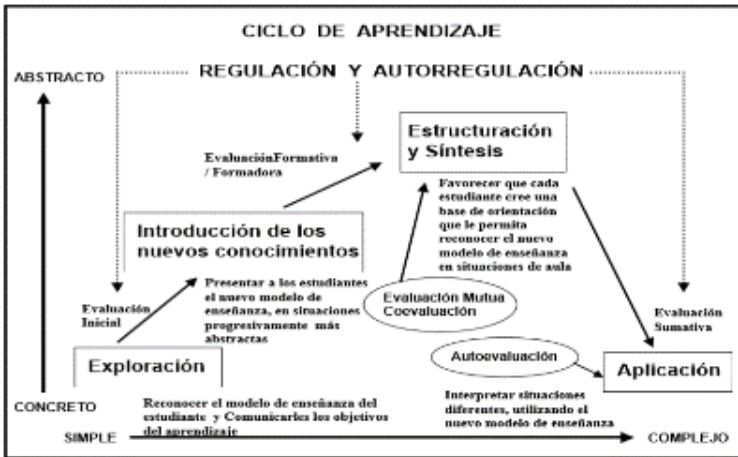
En educación ambiental desde el uso del agua (Tabares Serna, 2013), una unidad didáctica se encuentra referenciada por Jorba y Sanmartí (1996) como un instrumento que contribuye a la regulación y autorregulación del conocimiento. Estos autores proponen que en ellas se desarrollen distintos tipos de actividades, que las organizan en:

- **Actividades de exploración:** con las que se persigue como objetivo, que el estudiante se ubique en el tema de estudio a partir de conocimientos previos.
- **Actividades de inducción a conocimientos nuevos:** estas actividades se orientan a observar, comparar y relacionar el tema de estudio, con los pares y docentes, elaborando así conocimientos más significativos.
- **Actividades de estructuración y síntesis de los nuevos conocimientos:** son actividades dirigidas a que el estudiante ajuste su conocimiento, como

resultado de su interacción con otros.

- **Actividades de aplicación:** con ellas se pretende que el estudiante esté en la capacidad de aplicar en situaciones reales y cotidianas lo que ha aprendido.

Figura 2.2. Esquema del ciclo del aprendizaje de acuerdo con Sanmartí (1996)



Fuente: Gallego et al., 2014, p. 926.

De esta manera, la Unidad Didáctica propuesta en esta investigación se ha organizado siguiendo las orientaciones de estos autores y articulada a la plantilla de Computational Thinking Workshop for Educators (pensamiento computacional para educadores), para llegar a un aprendizaje más significativo y en relación con la naturaleza y el entorno de los estudiantes.

Marco legal

Para efectos de esta investigación, se apoyará legalmente en la siguiente normatividad:

Constitución Política Nacional

Los artículos 27 y 67 de la Constitución otorgan prioridad en aspectos de la enseñanza-aprendizaje y establecen el derecho a la educación como función social, que el Estado debe brindar y apoyar.

Artículo 27. El Estado garantiza las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra.

Artículo 67. La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.

La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente.

El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica. La educación será gratuita en las instituciones del Estado, sin perjuicio del cobro de derechos académicos a quienes puedan sufragarlos.

Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo.

La Nación y las entidades territoriales participarán en la dirección, financiación y administración de los servicios educativos estatales, en los términos que señalen la Constitución y la ley (Constitución Política Nacional, 1991).

Ley General de Educación

Establece y regula aspectos de la educación colombiana. Para efectos de esta investigación se relaciona con el artículo 5°, sobre los fines de la educación, especialmente en los literales 7 y 10, en los cuales se tiene como fin el fomento de la investigación y el acceso al conocimiento, lo que se desarrolla con este trabajo. Así mismo, la relación que debe tener la educación con el cuidado del medioambiente.

Artículo 5.- Fines de la educación, en los literales 7 y 10.

7. El acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y demás bienes y valores de la cultura, el fomento de la investigación y el estímulo a la creación artística en sus diferentes manifestaciones.

10. La adquisición de una conciencia para la conservación, protección y mejoramiento del medioambiente, de la calidad de la vida, del uso racional de los recursos naturales, de la prevención de desastres, en una cultura ecológica y del riesgo y de la defensa del patrimonio cultural de la Nación (Congreso de la República de Colombia, 1994).

Estándares de matemáticas

En los cuales se establecen los criterios para el aprendizaje de las matemáticas y se organizan por pensamientos, en los que se nombra el pensamiento espacial y sistemas geométricos (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Decreto 1743 de 1994

Por el cual se instituye el Proyecto de Educación Ambiental para todos los niveles de educación formal, se fijan criterios para la promoción de la educación ambiental no formal e informal y se establecen los mecanismos de coordinación entre el Ministerio de Educación Nacional y el Ministerio del Medioambiente.

Artículo 2.- Principios rectores. La educación ambiental deberá tener en cuenta los principios de interculturalidad, formación en valores, regionalización, de interdisciplina y participación y formación para la democracia, la gestión y la resolución de problemas. Debe estar presente en todos los componentes del currículo (Presidencia de la República, 1994).

Marco conceptual

“Sin un medioambiente saludable, no podremos acabar con la pobreza ni fomentar la prosperidad. Todos tenemos una función en la protección de nuestro único hogar: Podemos utilizar menos plástico, manejar menos, desperdiciar menos alimentos y enseñarnos

*unos a otros a cuidarlo”, Antonio Gutiérrez,
secretario general de la ONU.*

La *educación* entendida como un proceso permanente y una práctica social, como lo afirma Natorp citado por Caride *et al.* (2015), no es la educación del individuo aislado, sino la del hombre que vive en una comunidad, educación que hace a la comunidad, porque su fin no es solo el individuo. Desde esta perspectiva no se pretende enfocar una educación solo en contenidos, sino que vaya más allá para aportar a un contexto y a una comunidad.

Actualmente se observa que las comunidades no tienen un sentido de pertenencia por su territorio, parece que no forman parte de él, de ahí que urge tener en cuenta la *educación ambiental* que es asumida:

Como un proceso educativo integral, que expresa continuidad a través de sus experiencias y saberes útiles sobre la naturaleza y su conservación ecológica, mediante la construcción de metas en espacios que abarquen la educación de las personas desde el inicio de su formación intelectual (Avendaño, 2012, p. 97).

Para abordar la problemática que se nota en cuanto al aprendizaje de las matemáticas, se requiere que se use la realidad del *contexto*, con:

[...] situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Lograr interpretar, aprender y abordar dicha problemática en el aula de una manera transversal es posible mediante el manejo de los *ambientes de aprendizaje* que, según Irais (2014), se entiende como un sistema integrado por varios elementos que interactúan entre sí. Elementos físicosensoriales, como la luz, el mobiliario, el sonido y el espacio donde se ha de realizar el aprendizaje; elementos sociales, como las relaciones interpersonales entre estudiante-docente y estudiante-estudiante. La organización y disposición de estos elementos llevan al aprendizaje.

Diseño metodológico

Enfoque metodológico de la investigación

Las fuentes documentales para dar cuenta de esta propuesta están distribuidas de diferentes tipos: se han consultado fuentes académicas, de prensa, artículos de revista; lo cual se lista en las referencias.

Por otra parte, la recolección de la información se realizará en la institución educativa José Celestino Mutis del municipio de Fusagasugá, de carácter urbana y oficial, con estudiantes de grado séptimo, mediante diálogo directo y la aplicación de encuestas para verificar el comportamiento y los conceptos de los estudiantes y docentes, en cuanto al aprendizaje de la geometría y en relación con los patrones matemáticos de la naturaleza, que permitirá evidenciar la descontextualización de esta área con el cuidado del medioambiente. Se desarrollarán unidades didácticas o guías para encontrar elementos en la naturaleza que se puedan asociar y estudiar por medio de la geometría. Con los datos obtenidos a manera experimental, con algunos grupos se realizarán representaciones matemáticas de los patrones encontrados, a través de la poligrafía social, experiencias vivas y observaciones, en las que se muestren los beneficios y recursos que se encuentran en la naturaleza.

De acuerdo con las características de esta propuesta, se desarrolla e inscribe basada en un enfoque cualitativo, entendido como aquel que tiene en cuenta relaciones de los participantes. Según lo manifiesta Zapata (2014), se trata de tener en cuenta las relaciones de los estudiantes, la producción matemática y la relación con su propio contexto.

Para Gómez y Gil (1996):

La investigación cualitativa se plantea, por un lado, que observadores competentes y cualificados pueden informar con objetividad, claridad y precisión acerca de sus propias observaciones del mundo social, así como de las experiencias de los demás. Por otro, los investigadores se aproximan a un sujeto real, un individuo real, que está presente en el mundo y que puede, en cierta medida, ofrecernos información sobre sus propias experiencias, opiniones, valores... etc. Por medio de un conjunto de técnicas o métodos como las entrevistas, las historias de vida, el estudio de caso o el análisis documental, el investigador puede fundir sus observaciones con las observaciones aportadas por los otros (Gómez y Gil, 1996. p. 62).

Para Hernández (2010), citado por Marmolejo (2018, p. 70), se comprende que al asumir esta investigación desde este paradigma, se estudian los sujetos a partir de las relaciones que fijan entre su contexto y cotidianidad, además que se intenta dar sentido a los fenómenos y hechos que configuran la realidad. En este sentido, en este análisis se explica cómo el estudio de la naturaleza, los elementos de ella y sus patrones contribuyen a un ambiente de aprendizaje por descubrimiento que sea más significativo.

Tipo de estudio

El estudio se realiza con el enfoque cualitativo, de acción-participación educativa, puesto que tiene como propósito describir, interpretar y entender los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje de la naturaleza que proporcionan herramientas para el aprendizaje de la geometría, en el que se participará.

Según Kurt Lewin, citado por Colmenares y Piñero (2008), la investigación-acción constituye una opción de mucha riqueza, pues permite pensar los problemas y desde la práctica reflexionar y transformar; así mismo, admite la expansión del conocimiento y a su vez va dando respuestas a las problemáticas que plantean los participantes de la investigación. De esta manera para efectos de este estudio, se tiene en cuenta el desarrollo de las prácticas educativas desde el aprendizaje de la geometría y la relación del conocimiento con las situaciones del entorno. Atendiendo a esto, se afirma que la finalidad principal de este tipo de investigación es aportar información que guíe la toma de decisiones y los procesos de cambio, con el objetivo principal de mejorar las prácticas educativas mediante la reflexión sistémica en la acción.

Basado en el enfoque de acción-participación educativa, se desarrolla en las siguientes fases:

Fase I: revisión bibliográfica y de literatura relacionada con la problemática y la realidad educativa, para conocer opiniones desde diferentes puntos de vista.

Fase II: se indaga a los estudiantes sobre la percepción acerca de la clase de geometría y se observan algunas clases para así reconocer las necesidades, fortalezas y debilidades de los estudiantes de

grado séptimo en el reconocimiento de patrones y elementos geométricos en su entorno. Esta información se obtiene mediante diálogo, encuestas y bitácoras de clases. Los datos recogidos en esta etapa fundamentan la propuesta de esta investigación.

Fase III: se parte de la creación de una UD, que lleve a caracterizar elementos de la geometría plana, relacionados con polígonos y patrones geométricos presentes en la naturaleza. Se inicia con un recorrido guiado por la institución y por barrios cercanos al sector al cual pertenece, mediante un ejercicio de poligrafía social.

Fase IV: se tuvo en cuenta la creación de un ambiente de aprendizaje mediado por el uso de herramientas tecnológicas como celulares y aplicaciones como Paint y Geogebra, con miras a favorecer el aprendizaje significativo desde la modelación matemática.

Fase V: se realizará el análisis de los datos obtenidos en cada una de ellas y la sistematización de ellos, de modo que se puede medir y verificar su impacto en la contextualización del aprendizaje de la geometría plana.

Contexto y participantes

La investigación tuvo lugar en la institución educativa José Celestino Mutis, sede comuneros, de Fusagasugá (Cundinamarca), que se encuentra ubicada en el sector urbano, en la comuna Sur-Oriental; es una institución de carácter público y ofrece educación en todos los niveles de escolaridad (preescolar, básica primaria, secundaria y media)

a estudiantes que hacen parte de grupos familiares de estratos 1, 2 y 3.

Tabla 2.4. Identificación de la institución

Código Dane	Establecimiento	NIT
125290001355	Institución Educativa José Celestino Mutis	808001150-2
Dirección	Teléfono	Barrio
Cra. 1 Este n.º 22-03	872 6021	Comuneros
<p>Reconocimiento oficial: Resoluciones 0024 del 10 de enero de 2002 y 3317 de septiembre de 2002 de la Secretaría de Educación de Cundinamarca; Decreto 062 del 3 de marzo de 2003 de la Secretaría de Educación de Fusagasugá; Decreto 084 del 19 de abril de 2005 de la Secretaría de Educación de Fusagasugá y Resolución 0680 del 2 de diciembre de 2011.</p>		

Fuente: tomada del PEI José Celestino Mutis, 2017.

La principal actividad económica del sector es la comercial: tiendas de barrio; la mayoría de las familias viven en arriendo y un sector pequeño en vivienda propia de interés

social. Lo que lleva a que se presenten condiciones económicas precarias y restringidas en los estudiantes.

Socialmente, la comuna presenta problemáticas en las que se resalta venta y consumo de drogas psicoactivas, violencia, ausencia del núcleo familiar tradicional y falta de oportunidades laborales, aspectos que amenazan el bienestar de los estudiantes y de la comunidad en general. En la comunidad parece no existir conciencia ambiental por parte de los habitantes: se arrojan las basuras en los espacios públicos, por este lugar atraviesa una quebrada, la cual no se cuida y se observa contaminada; es decir, no se preservan los recursos naturales del contexto.

La institución cuenta con cinco sedes:

Sede Yira Castro: ofrece educación preescolar, y en 2019 tuvo matriculados 160 estudiantes, distribuidos en dos jornadas, con el apoyo de cinco docentes.

Sede Macarena: ofrece educación básica primaria, desde el grado primero hasta el tercero, y en 2019 tuvo matriculados 419 estudiantes, distribuidos en dos jornadas y con el apoyo de trece docentes.

Sede Fusacatán: ofrece educación básica primaria, para los grados cuarto y quinto, y en 2019 tuvo matriculados 405 estudiantes, con actividades en jornada única y el apoyo de trece docentes.

Sede Sardinias: es una sede rural que cuenta con los grados preescolar a quinto de primaria, trabaja la escuela unitaria, y en 2019 tuvo matriculados 25 estudiantes, orientados por una sola docente.

Sede Comuneros: es la sede principal donde se desarrolla la presente investigación. Ofrece educación para los niveles de sexto a once de bachillerato, desarrolla actividades en la jornada de la ma-

ña y en 2019 tuvo matriculados 780 estudiantes, apoyados por 30 docentes.

La institución posee una planta física restringida, ya que no tiene los espacios suficientes para que los estudiantes desarrollen plenamente actividades recreativas. No hay polideportivo, las baterías de baños no son suficientes para el total de matriculados (se tienen tres para las mujeres y tres para los hombres). A esto se le suma que no están en las mejores condiciones: las aulas son estrechas, sin la adecuada ventilación e iluminación, y hay hacinamiento.

De acuerdo con el problema y los objetivos de investigación planteados, se consideró necesario que este proceso tuviera lugar en la institución, en las aulas, y apoyado en el entorno y los hogares de los estudiantes. Dichos escenarios se consolidaron como espacios en los que se involucraron procesos de exploración y explicación, llevándose a cabo en las clases de matemáticas y geometría.

El trabajo se desarrolló y aplicó con estudiantes de grado séptimo, específicamente con el curso 701, con 37 estudiantes con edades entre los 12 y 14 años. Se eligió este grupo ya que se venía realizando el trabajo desde el año anterior en el grado sexto.

Instrumentos

En este apartado se presentan los medios o técnicas utilizadas en la obtención de los datos del estudio.

Observación participante

La observación es el método más antiguo usado por los investigadores para describir y comprender la naturaleza y el ser humano. Como técnica para la recolección de información puede ser participante y no participante. Para efectos de este estudio se opta por la participante, de modo que se tiene contacto directo con los participantes.

Según Sandoval (2002), citado por Marmolejo (2018), es una herramienta flexible de apertura y cierre en los problemas de investigación con referencia a la vida cotidiana (p. 72), en la cual el investigador se convierte en parte de la situación observada e interactúa durante todo el proceso, es decir, que debe ser parte de la población estudiada y del problema analizado (Martínez, 2007).

En este estudio se realiza observación al desarrollo de algunas clases de geometría en los grados sexto (2018) y en séptimo (2019), prestando especial atención al proceso de enseñanza-aprendizaje, la didáctica y la relación entre los temas, el entorno, los estudiantes y el docente. Para dejar constancia se usan los diarios de campo.

Diario de campo

Es uno de los instrumentos que permite registrar y sistematizar hechos susceptibles de la investigación para ser interpretados y analizados. Si se trata de las prácticas educativas admite reflexionar, para mejorarlas, enriquecerlas, fortalecerlas y transformar los diversos procesos de ella. Según Bonilla y Rodríguez, citados por Martínez (2007):

El diario de campo debe permitirle al investigador un monitoreo permanente del proceso de observación. Puede ser especialmente útil [...] al investigador, en él se toma nota de aspectos que considere importantes para organizar, analizar e interpretar la información que está recojiendo (Martínez, 2007, p. 77).

El diario de campo se convierte en una fuente principal para relacionar la teoría y la práctica, que requiere de una planeación, pasando más allá de una descripción para enriquecer el análisis.

Para efectos de esta investigación, se utilizó el diario de campo para observar, registrar y analizar algunas clases y actividades de geometría desarrolladas con los grados sexto (2018) y séptimo (2019). En ellos se registró y exploró sobre la didáctica, las relaciones de enseñanza-aprendizaje y otros aspectos relevantes, que contribuyeron a alcanzar los objetivos propuestos.

Encuesta

Este instrumento facilitó establecer información en relación con los siguientes aspectos: tiempo dedicado en la institución a la clase de geometría, recursos con los que cuenta la institución y características de la evaluación. Así mismo, permitió reconocer las percepciones y opiniones de los estudiantes acerca de la clase de geometría, sus intereses y sugerencias para aprender dicha área.

Estaba estructurada con preguntas abiertas de selección múltiple (Anexo 1).

Guías

Se puede entender como una serie de orientaciones que establecen metas y permiten indagar sobre los intereses, las percepciones y los conocimientos de los estudiantes acerca de un tema propuesto, en este caso sobre elementos de la geometría.

Las guías aquí desarrolladas permiten la visualización y el reconocimiento del entorno, además de la relación de la geometría con la vida cotidiana.

Categorías analíticas/variables

Para efectos de la investigación y al tratarse de un estudio con enfoque cualitativo, se tienen en cuenta las siguientes categorías analíticas, definidas anteriormente en el marco teórico:

Tabla 2.5. Categorías analíticas

Categorías	Subcategorías	Código
Aprendizaje de la geometría (NAG)	Ambientes de aprendizaje	AA
	Contextualización del aprendizaje	CA
	Aprendizaje significativo	AS
Enseñanza de la Geometría (EG)		
Didáctica		
DG		
	Modelación y representación geométrica	MGM
Aspectos de la Educación Básica Colombiana (AEBC)	Enfoque y organización de los contenidos	EC
	Transversalidad	TRV
Innovación Pedagógica (IP)	Elementos geométricos en la naturaleza	EGN
	Unidad didáctica	UDG
	Pensamiento computacional	TC

Fuente: elaboración propia.

Sección III

Aspectos cotidianos en el aprendizaje de la geometría plana por parte de los estudiantes

El problema del cual se ocupa esta investigación se relaciona con señalar los principales aspectos en los que centra el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la institución José Celestino Mutis, especialmente en el grado séptimo. Por lo tanto, en este apartado se hace énfasis en indicar la importancia de los aspectos cotidianos en la clase y si se tiene en cuenta el contexto de los estudiantes.

Para esta experiencia se tomó como punto de partida la observación participante de la docente investigadora, que se realizó a algunas clases de geometría, con registros en diarios de campo, para reflexionar acerca de aspectos metodológicos y didácticos sobre dicha asignatura. Por otro lado, se aplicó una encuesta de creación propia, con preguntas cerradas de selección múltiple, para conocer las opiniones de los estudiantes acerca de la clase de geometría.

De acuerdo con lo anteriormente mencionado, se puede afirmar que en la educación matemática se hace necesario abrir posibilidades para que los estudiantes reflexionen acerca de las condiciones que generan la apropiación del conocimiento y la relación con su contexto próximo, vinculando así situaciones reales en la matemática.

Descripción del docente y la clase

La docente que aplica las actividades y es autora de este documento es licenciada en Matemáticas de la Universidad del Tolima y estudiante de la Maestría en Educación de la Universidad de Cundinamarca, en Fusagasugá.

Tras un proceso de observación y autorreflexión, la docente caracteriza su práctica de la siguiente manera:

Generalmente explica un tema en el aula de clase asignada para el grupo. Dada la escasez de recursos de la institución, siempre usa el tablero, donde poco o nada se les permite la participación a los estudiantes, adquiriendo así ellos un rol pasivo y meramente receptor en el desarrollo de las clases. Luego de su exposición, que dura aproximadamente 15 minutos, propone una actividad a los estudiantes, con ejercicios sobre lo que acaba de explicar, Los estudiantes se muestran inquietos en las explicaciones, algunos no alcanzan a ver bien al tablero o este les brilla por su posición. No todos llevan el cuaderno en el cual se desarrolla la actividad asignada, ni tienen esferos o los demás implementos para hacer la tarea propuesta. El objetivo de la clase de geometría es que los estudiantes caractericen los polígonos y los clasifiquen.

Los estudiantes que intentan llevar a cabo la actividad tardan alrededor de 20 minutos. Cuando se empiezan a acercar a la docente para presentarla o aclarar dudas, suena el timbre que avisa que el tiempo para esta asignatura ha terminado y que ya llegará otro docente con otra área y tarea para ejecutar.

Por lo anterior, la docente considera que su clase se enmarca en una metodología tradicional, y concluye también que por el poco tiempo no puede prestar la suficiente atención a todos los estudiantes y que casi siempre solo logra revisarles a los primeros 5 o 10 que terminan en clase la actividad, por lo cual los demás deben desarrollarla en

casa y no lo hacen de manera autónoma y se copian de los pocos que ya trabajaron.

Es una de las razones por las que se decide iniciar un trabajo de investigación, para generar un ambiente de aprendizaje diferente, en el que los estudiantes interactúen entre sí, tengan mayor participación y sobre todo se motiven por aprender, expresando sus ideas y llegando a un conocimiento más significativo, no solo pensado para cumplir un horario y llevar un cuaderno con una temática determinada.

Resultados y análisis de la encuesta: aprendizaje de la geometría

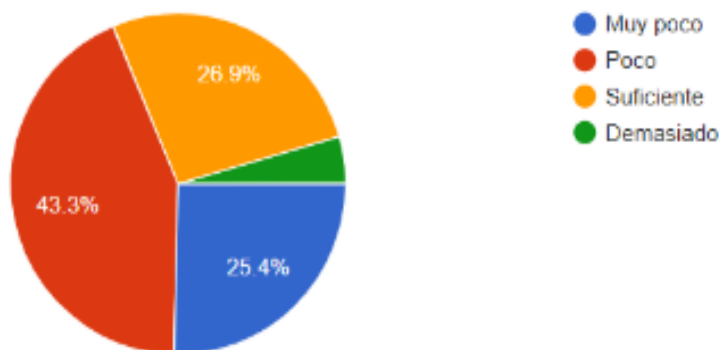
La encuesta se diseñó en 2018 y se aplicó en 2019 a estudiantes de grado séptimo, utilizando el muestreo aleatorio simple como técnica de muestreo probabilístico, en la cual, según Scheaffer y Mendenhall (2007), citados por Serna (2013), “se selecciona un grupo de n unidades de muestreo de modo que cada muestra de tamaño n tenga la misma oportunidad de ser seleccionada” (p. 54).

En este sentido, se seleccionaron estudiantes al azar de cada grupo de los cuatro séptimos, se les comentó acerca del trabajo y quienes desearon escribir y diligenciar la encuesta fueron 16 estudiantes de tres grupos (7-2, 7-3 y 7-4) y 17 del grupo 7-1, que es el piloto de trabajo en esta propuesta de unidad didáctica.

Los resultados obtenidos permitieron validar el problema de investigación, hacer análisis y reflexionar frente a las categorías establecidas previamente; así mismo, estos resultados permiten tener un panorama de la situación actual en el aprendizaje de esta asignatura, evaluar la metodología y didáctica actual y concluir qué tan importante es la implementación de nuevas estrategias.

En la institución, el tiempo dedicado a aprender geometría es...

Figura 2.3. Tiempo dedicado a aprender geometría



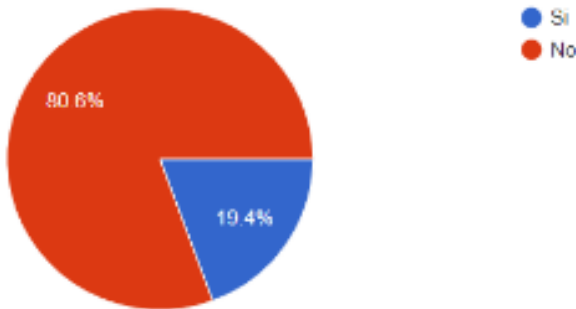
Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con las respuestas aportadas por los estudiantes encuestados, se puede afirmar que en la institución José Celestino Mutis el tiempo dedicado a la asignatura de geometría es poco, ya que un porcentaje alto de ellos lo reafirman.

Esto, en relación con la observación en el desarrollo de las clases, se evidencia en el momento que no se alcanza a revisar a todos los estudiantes, ni se puede dedicar tiempo a la participación.

¿En la institución hay suficientes recursos para el aprendizaje de la geometría?

Figura 2.4. Recursos de la institución para aprender geometría

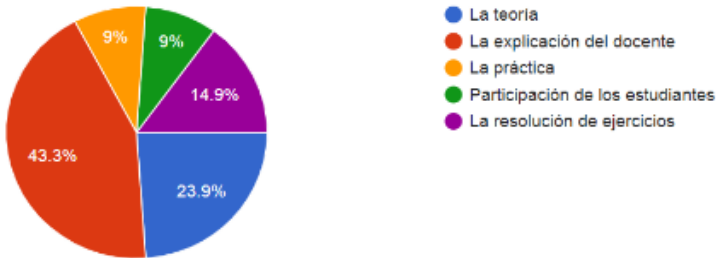


Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, al responder esta pregunta sobre los recursos con los que cuenta la institución para el desarrollo de la clase de geometría, se observa que no se cuenta con recursos, pues en la encuesta la mayoría de los estudiantes así lo afirma; en este sentido, los docentes deben ingeniar-se cómo llevar a cabo la clase.

La clase de geometría se desarrolla basada principalmente en...

Figura 2.5. Aspectos sobre los que se desarrolla la clase de geometría



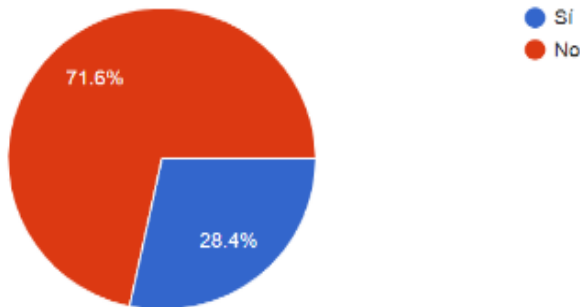
Fuente: elaboración propia.

A la pregunta ¿en qué se centra el desarrollo de la clase de geometría?, un alto porcentaje de los estudiantes indica que esta se ubica en las explicaciones de la docente. Esto relacionado con las anteriores cuestiones, como los escasos recursos con los que se cuenta, hace que el docente oriente sus clases de una manera tradicional, convirtiéndose en el papel más importante en la clase y las actividades programadas y ejecutadas.

Esta forma de abordar los conceptos geométricos poco o nada contribuye a que hay un aprendizaje significativo en los estudiantes, pues entonces está reducido a una forma memorística.

La clase de geometría tiene en cuenta aspectos cotidianos

Figura 2.6. La clase de geometría tiene en cuenta aspectos cotidianos



Fuente: elaboración propia.

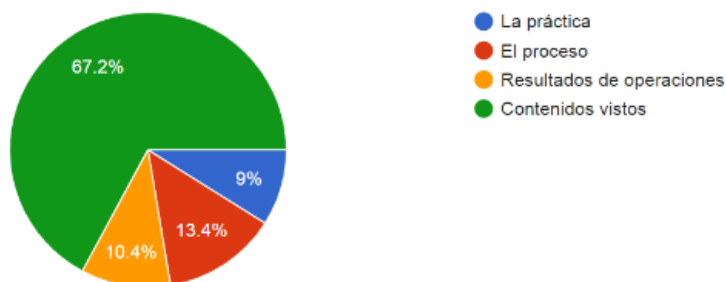
Sumado a los aspectos anteriores, se encuentra que por el poco tiempo, los pocos recursos y el estilo tradicionalista, en la clase de geometría poco o nada se relacionan aspectos cotidianos para el aprendizaje; así, se deja de lado el contexto en el que se halla ubicada la institución y en el que se desenvuelven los estudiantes, haciendo de esta un área difícil de comprender y vista quizá solo de manera abstracta y sin mostrar aplicaciones concretas.

Alsina y otros (2016) argumentan que entre las estrategias que poco se utilizan está la vinculación de los contenidos geométricos con el medio, la cultura o con otras áreas, que pueden ser innumerables si se conocen las aplicaciones de la geometría en la realidad, ajustando estas aplicacio

nes a los problemas elementales que pueden observar los estudiantes.

La evaluación de geometría se enfoca en...

Figura 2.7. Evaluación de geometría

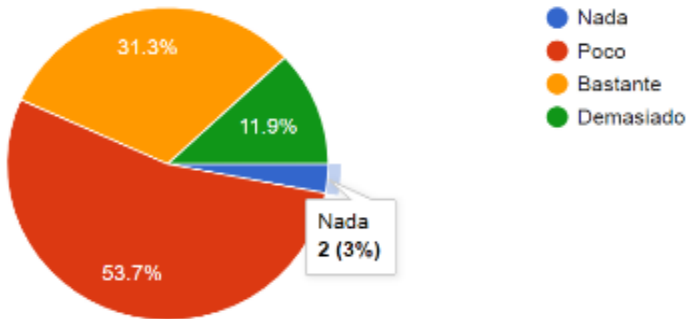


Fuente: elaboración propia.

Todo proceso requiere de una evaluación que permita determinar en qué nivel se han alcanzado los objetivos; para este caso, los estudiantes encuestados reiteran en sus respuestas que la clase de geometría es llevada a cabo desde el modelo pedagógico tradicionalista, que solo busca llenar mentes de conceptos y conocimientos sin ir más allá o revisar su aplicación, de modo que la mayoría expresa que la evaluación es al final y se centra en los contenidos vistos, que previamente han sido explicados por la docente.

¿Le gusta aprender geometría?

Figura 2.8. Gusto por aprender geometría

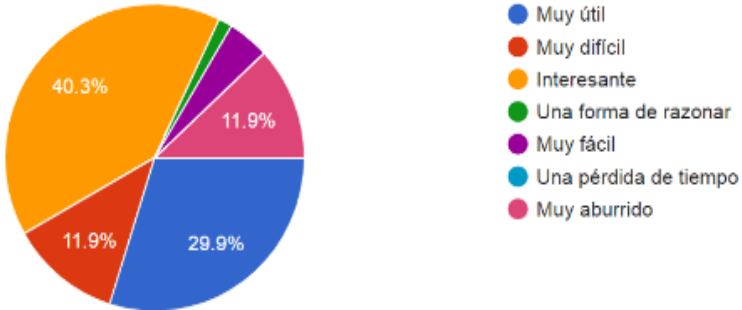


Fuente: elaboración propia.

En consecuencia a los anteriores aspectos encontrados, relacionados con la clase de geometría, se percibe que a un alto porcentaje de estudiantes poco les gusta aprender geometría, y se puede entender que no hay motivación.

Para usted aprender geometría es...

Figura 2.9. Para usted aprender geometría es...



Fuente: elaboración propia.

En contraste con el ítem anterior, en cuanto a que no les gusta actualmente la geometría, la mayoría de los estudiantes considera que es interesante aprender esta área, por lo cual se hace necesario implementar otras estrategias que los motive y les permita interpretar la realidad desde la geometría como base, para hacer representaciones de su mundo. Puede ser desde construcciones elementales, actividades con rompecabezas, armar y desarmar figuras y, en general, acciones que lleven a los estudiantes a hacer manipulaciones de las visualizaciones reales para la resolución de problemas sencillos que los ponen en contacto con la realidad de su entorno.

¿Cómo le gustaría aprender geometría?

De acuerdo con las respuestas obtenidas, la información se clasifica en cinco subcategorías que sugieren los estudiantes:

Didáctica: se refiere inmediatamente a la enseñanza y al aprendizaje, que históricamente ha significado instruir, enseñar o explicar. Ahora bien, enseñar y aprender es un asunto práctico, que requiere de la combinación de la teoría y de la práctica, combinando el hacer y el saber.

Por eso, la práctica resulta muy importante, el ser humano aprende de manera más significativa mediante la exploración, observación y experiencia; en palabras de Lucio (1989), la didáctica “es el saber que tematiza el proceso de instrucción, método y estrategias” (p. 3).

Aquí los estudiantes sugieren que para las clases se empleen diversas estrategias, tipos de actividades, como salidas, uso de otros materiales, juegos y prácticas de lo aprendido y presentado por los docentes. Además piden observaciones, rompecabezas, representaciones reales de las cosas, y hasta se atreven a proponer una transversalización con la naturaleza y el arte.

Rol del docente: en el proceso de enseñanza-aprendizaje tiene un papel primordial el rol que desempeña el docente. Se evidencia que hasta el momento es un rol de autoridad y es quien imparte el conocimiento y evalúa. Sin embargo, los estudiantes encuestados sugieren que sea un mediador y guía en la clase de geometría, que permita la participación

de todos y promueva la interacción con el entorno y los conocimientos.

De modo que el docente se convierta en la persona que invita a investigar, a ir más allá, a aprender y a construir conocimiento, que su rol no sea solo proporcionar información, sino, por el contrario, sea un mediador entre el conocimiento y el ambiente o entorno de los estudiantes.

Rol del estudiante: en el desarrollo de las clases de geometría, el estudiante asume un papel pasivo y receptivo, aunque en ocasiones no es disciplinado ni atiende a las explicaciones del docente.

En este aspecto proponen que cada estudiante sea quien participe de una manera más directa en su proceso de aprendizaje, para así fortalecer habilidades de autoaprendizaje y ser más autónomo en la toma de decisiones, asumiendo con responsabilidad su proceso de formación, despertando y forjando su capacidad de asombro y conciencia de cuidado por su entorno a partir de su realidad.

Tiempo: el tiempo dedicado a la clase de geometría es un factor importante, ya que por más interés tanto del estudiante como del docente en desarrollar la clase, el tiempo que se dedica en la institución no es suficiente.

Los estudiantes proponen que se dedique más tiempo, ya que les parece que aprender geometría es útil e interesante.

Indiferencia: para cuatro de los estudiantes encuestados les es indiferente la manera como se aprende geometría, y afirman que así como se está realizando está bien.

Las anteriores subcategorías se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 2.6. Resumen subcategorías de acuerdo con encuesta

Categorías	Subcategorías	Código	Descripción	Observaciones	Registros
Enseñanza	Didáctica	D	Desde Brousseau (1989), entendida como el arte de enseñar en relación con los medios y procedimientos que tienden a hacer conocer, esto interconectado con la transposición didáctica.	Se sugiere emplear diferentes estrategias, como salidas, observaciones y representaciones.	Diario de campo. Encuestas.
	Rol del docente	RD	De acuerdo con lo planteado en el marco teórico, con el aprendizaje significativo, el docente no solo es trasmisor de conocimiento, sino que se convierte en mediador entre el estudiante y el contexto.	Hasta el momento el docente es simplemente una autoridad que imparte conocimiento; se sugiere sea un mediador y guía en todo el proceso.	Diario de campo. Encuestas.
	Tiempo dedicado a la clase de geometría	TDG	Desde las percepciones de los estudiantes y las observaciones realizadas, se hace necesario dedicar más tiempo a la clase de geometría.	Es evidente que el tiempo para la clase de geometría es muy poco, los estudiantes sugieren mayor tiempo y relación con otras áreas.	Diario de campo. Encuestas.

Categorías	Subcategorías	Código	Descripción	Observaciones	Registros
Aprendizaje	Rol del estudiante	RE	Siguiendo los planteamientos de Ausubel, es un sujeto activo, responsable, que está constantemente reelaborando sus estructuras y representaciones, capaz de emplear en diversas situaciones lo aprendido.	Hasta el momento es pasivo y receptivo, se sugiere tenga más participación e interacción entre pares.	Diario de campo. Encuestas.
	Ambiente de aprendizaje	AA	En este aspecto debe haber conexión de varios elementos como los físicos, sensoriales, didácticos, emocionales y sociales.	Para lo que algunos estudiantes sugieren cambiar de espacio para aprender y desarrollar las clases.	Diálogo, encuesta.
	Indiferente	I	Cuando un estudiante manifiesta que le es indiferente, genera ambigüedad, o está de acuerdo o no le interesa para nada su proceso de aprendizaje, quizás ha perdido el interés.	Para cuatro estudiantes encuestados les es indiferente la manera como se enseña y aprende geometría.	Diario de campo. Encuestas.
Innovación pedagógica	Uso de otros recursos	IUR	El empleo de diversos recursos en geometría permite una apropiación más clara y adecuada de los conocimientos.	Se emplean recursos muy tradicionales, como es tablero y cuaderno.	Experiencia propia, observación.

Fuente: elaboración propia.

Sección IV

Elementos de la geometría plana presentes en patrones geométricos de la naturaleza mediados por el estudio matemático de algunas frutas y ambientes naturales

De acuerdo con la información presentada anteriormente en esta investigación, se han fijado unas categorías y subcategorías para evaluar la metodología que responden a la intención principal, que han servido para profundizar en la experiencia y analizar los procesos que han llevado a cabo los estudiantes.

Se considera adecuado un cambio en el ambiente de aprendizaje, centrado en revisar el entorno próximo de la institución y de los estudiantes, pues con anterioridad se ha descrito que no se sale del aula de clase y los procesos de enseñanza-aprendizaje están basados en lo tradicional, aspectos que desde esta propuesta se han pretendido cambiar. Lo anterior, según los resultados de las observaciones, encuestas y diálogos con los estudiantes, que manifiestan falta de variedad de actividades y espacios para aprender la geometría.

Para la recopilación de estos datos, en esta fase se ha realizado una salida, con previo consentimiento de los directivos de la institución educativa y de los padres de familia de los estudiantes participantes, acompañados por la docente investigadora. El recorrido por el entorno cercano al colegio estuvo orientado por unas preguntas en una guía titulada *Recorro mi entorno y lo represento*.

Durante la experiencia se realizaron las siguientes actividades.

Organización de los equipos de trabajo

Se establecieron equipos de trabajo de tres o cuatro estudiantes, en los que cada uno aportó desde sus habilidades, intereses y capacidades para el desarrollo de la actividad, fortaleciendo así las relaciones interpersonales entre el grupo. En cada equipo se llevaba mínimo un celular para tomar fotografías y grabar entrevistas como medio de recolección de la información. Al inicio de la actividad, se generó una especie de competencia entre los equipos por ser los primeros en obtener los datos y una especie de egoísmo en la obtención de las fuentes de información. Sin embargo, con anterioridad se habían acordado unos puntos de reunión, en los que la docente hacía revisión, escuchaba dudas y daba sugerencias para el resto del recorrido; en uno de ellos se aclaró que no era competencia y que se trataba de un espacio de aprendizaje y como tal también se hacía necesario compartir fuentes de información, y acordar turnos, a lo que en adelante fueron más receptivos y organizados.

Aprendiendo desde la realidad y la interacción

Desde la categoría de enseñanza-aprendizaje de la geometría, y específicamente desde la subcategoría Contextualización del Aprendizaje (CA), se le apostó a un proceso fuera del aula y fuera de la institución, pues los espacios en el colegio son pocos y se aprovechó para reconocer el entorno donde se encuentra ubicado el colegio. Así como lo plantea Valero (2002), se hizo uso del contexto por interacción y, acorde a Marmolejo (2018), al contexto real y auténtico. Esto llevó a reconocer el entorno, la comunidad, las problemáticas y, sobre todo, a observar con ojos matemáticos el espacio próximo, a reconocer en situaciones

extramatemáticas la aplicación de dicha área y en especial de la geometría, resaltándose acá la importancia de una Educación Matemática Realista (EMR), que propicia los ambientes para acercarse a la modelación.

Recorrer estos espacios, entre otras cosas, permitió volver a rescatar y fortalecer la capacidad de asombro en los estudiantes, y generó más dudas e ideas sobre los recursos naturales y su conservación, lo que llevó a plantearse metas para cuidar y tener más conciencia sobre el medioambiente que los rodea. Además favoreció la transversalización de las matemáticas con las demás áreas del conocimiento.

Fotografías y videos

Son herramientas que permiten la recolección y el registro de información. Para el caso de esta actividad, los estudiantes organizados por grupos llevaban un celular con el que tomaron fotos y grabaron pequeños videos del entorno, para luego hacer una representación y reconstrucción más cercana a la realidad, por lo que el uso de estas herramientas audiovisuales acercó más a los estudiantes a conocer el medio y tener más elementos para su comprensión. Así mismo, generaron conciencia en los estudiantes sobre el uso de este material y el hecho de pedir el consentimiento a las personas para que se dejaran grabar.

A través de estos instrumentos, los estudiantes lograron registrar variedad de imágenes y entrevistas a las personas del sector, que se convirtieron en un insumo fundamental para analizar y extraer información acorde al tema de investigación.

Organizando los datos y representando el entorno

Seguidamente a la realización del recorrido y la recolección de la información por parte de los equipos establecidos entre los estudiantes, se procede a realizar la representación haciendo uso de la poligrafía social, en pliegos papel bond, y con la ayuda de diversos materiales se representa el recorrido, resaltando diversas características y aspectos como lo físico, social, ambiental y económico, según lo sugerido en la Guía 1 (ver Anexo 2).

Resultados

De acuerdo con la anterior información, el desarrollo de la Guía 1 es el inicio a la modelación matemática, con la premisa principal que se debe partir del mundo real, desde la observación, descripción y explicación de una realidad, de modo que la matematización permite entender y relacionar las matemáticas con la realidad.

En la actividad *Recorro mi entorno y lo represento*, los estudiantes estuvieron de cerca con su propio entorno y contexto, ya que en ese sector habita la mayoría de ellos con sus familias. Fue una oportunidad para dar una mirada crítica y reflexiva a la cotidianidad y sobre todo darle una mirada matemática a lo que los rodea.

A continuación, se presenta el mapa tomado desde Google Maps y la representación hecha por los estudiantes del recorrido, en la que resaltaron los aspectos que a ellos les llamaron la atención.

Figura 2.10. Mapa del sector



Fuente: tomado de la aplicación Google Maps y con desarrollo de los estudiantes.

Fue un recorrido guiado y acompañado por la docente investigadora. Inicialmente se dio una mirada general al entorno, resumiendo los aspectos físicos, sociales, ambientales y económicos.

Tabla 2.7. Aspectos físicos, sociales, ambientales y económicos

Físicos	Sociales
<p>Durante la salida se recorrió por un terreno plano en el sector urbano del municipio, en la comuna Sur Oriental; al iniciar cruzamos por un caño, que lo rodean varios árboles, sin embargo, ha sido intervenido por el hombre, pues se encuentra canalizado, se observa bastante contaminación, el agua es sucia y alrededor se arrojan basuras.</p> <p>En el trayecto se pudo observar variedad de plantas, sobre todo ornamentales en los antejardines de las casas y algunas mascotas.</p> <p>Es evidente que al ser un terreno urbano, ya ha sido totalmente intervenido por el hombre, buscando satisfacer sus propios necesidades e intereses.</p>	<p>Las viviendas en su mayoría son casas y edificios multifamiliares, y los habitantes viven en arriendo.</p> <p>Se observa que las personas que permanecen en las casas son de la tercera edad, mientras los demás miembros trabajan.</p> <p>En el sector está ubicada principalmente la Institución José Celestino Mutis, con la sede de bachillerato. Durante el recorrido pasamos por las sedes Yira Castro y Macarena. Por otro lado, se ubica un jardín del Bienestar Familiar en el barrio Obrero, que presta el servicio en el salón comunal. En este sector también está ubicado un puesto de salud y un CAI de la policía.</p>

Ambientales	Económicos
<p>En el sector que se recorrió se encuentran ubicados los barrios Comuneros, Santa Bárbara, Obrero y Macarena, por allí y muy cerca al colegio pasa una quebrada llamada Manila, que ha sido canalizada y los habitantes la conocen como el caño porque presenta bastante contaminación.</p> <p>Siguiendo el recorrido, se evidencia que las calles están pavimentadas, no hay unos lugares aptos para la disposición de los residuos, las personas sacan las basuras al frente de sus casas cuando pasa el carro recolector, que es tres veces a la semana; sin embargo, no todos lo hacen así, por lo que hay basuras arrojadas en las calles o los perros causan estos desórdenes.</p>	<p>El sector es de tipo residencial y se observan: tiendas de barrio, cuarterías, peluquerías, restaurantes, panaderías, almacenes de ropa y papelerías, entre otros, por lo que la mayoría de los habitantes tienen empleos informales.</p> <p>A los estudiantes les llamó la atención que existen varias cuarterías, todas relativamente muy cerca y al indagar por los precios estos varían considerablemente entre una y otra, aun cuando son los mismos productos.</p> <p>Se observó que comercializan variedad de productos, entre ellos verduras y frutas.</p> <p>Según la información obtenida, poco se desperdician.</p>

Fuente: elaboración propia.

De esta experiencia, los estudiantes centraron la mirada principalmente en las frutas, y llamó la atención que hay gran variedad y que poseen diversidad de formas, tamaños y colores. A continuación se presentan las frutas seleccionadas por los estudiantes en los distintos grupos.

- Grupo 1: la naranja

Figura 2.11. Naranja



Fuente: fotografía tomada por estudiantes.

Características: pertenece al grupo de los cítricos y proporciona vitaminas, especialmente la C. Se puede consumir así o en jugo.

Aspectos geométricos: es redonda y amarilla; al partirla sus partes se ven proporcionales, y si unimos sus puntos obtenemos un polígono regular.

- Grupo 2: la fresa

Figura 2.12. Fresa



Fuente: fotografía tomada por estudiantes.

Características: es una fruta muy llamativa, de sabor dulce. Se preparan diversos postres con ella y proporciona vitaminas para el ser humano.

Aspectos geométricos: tiene aspecto triangular y es roja. Se pueden sacar rodajas que empiezan a conservar su aspecto y forma y van creciendo a medida que realiza el corte.

- Grupo 3: la piña

Figura 2.13. Piña



Fuente: fotografía tomada por estudiantes.

Características: esta fruta está cubierta por una cáscara de textura áspera, su pulpa es dulce y amarilla. Proporciona bastante fibra al organismo.

Aspectos geométricos: se observan rombos, posee ángulos y en la distribución de las partes de la cáscara se forma un espiral.

- Grupo 4: la sandía

Figura 2.14. Sandía



Fuente: fotografía tomada por estudiantes.

Características: la fruta completa es ovalada y grande, y la recubre una cáscara fuerte. Por dentro está la pulpa, y posee muchas semillas. Es dulce y proporciona líquido.

Aspectos geométricos: es ovalada, al cortarla puede tomar diversas formas, como círculos o triángulos que a su vez se convierten en elementos repetitivos.

- Grupo 5: el kiwi

Figura 2.15. Kiwi



Fuente: fotografía tomada por estudiantes.

Características: está cubierta por una cáscara de textura áspera, es un poco ácida pero deliciosa, y por dentro es de color verde.

Aspectos geométricos: en su mayoría son ovaladas, al cortarla en su interior se observan rayos, que reflejan ángulos agudos; al cortarla en rodajas se empieza a repetir el patrón de circunferencias con los rayos de los ángulos.

Figura 2.16. Cortes de Kiwi



Fuente: fotografía tomada por estudiantes.

- Grupo 6: La papaya

Figura 2.17. Papaya



Fuente: fotografía tomada por estudiantes.

Características: es dulce, muy blanda y facilita la digestión.

Aspectos geométricos: es ovalada, al cortarla se observa la formación de una figura, puede ser un círculo o una estrella, entre otras.

Conclusiones e interpretación

Mediante el desarrollo de esta actividad, se está haciendo uso de un contexto auténtico como el entorno de los estudiantes, y situaciones cotidianas para estudiar y aprender geometría, ya que la mayoría de los estudiantes habitan en el sector, y salir con otra intención permite comprender de una manera más contextualizada y didáctica las matemáticas. Es favorable para implementar una didáctica realista, como afirma Bressan (2016), en la cual los estudiantes son artífices de diversas producciones en la EMR. En este sentido, es válido afirmar que el desarrollo de estas actividades se convierte en un medio para acercarse a procesos de modelación.



Por otro lado, se evidencia que la mayoría de los estudiantes se encuentran en nivel de razonamiento entre análisis y ordenación, de acuerdo con los planteamientos de Van Hiele, enmarcado en la fase de orientación dirigida. Los estudiantes han explorado el entorno, a través de una guía con la que han llegado a descubrir, comprender y aprender o reforzar conceptos geométricos, siguiendo fases como lo planteado en el pensamiento computacional (TC) de descomposición de una situación, en este caso el entorno y su complejidad, para observar especialmente características matemáticas. De allí se fue centrando en el interés de la mayoría de los estudiantes, como lo fue la situación ambiental y los aspectos geométricos de las frutas. Seguidamente pasaron a reconocer patrones o elementos propios de la geometría.


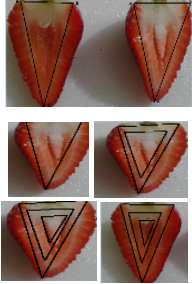

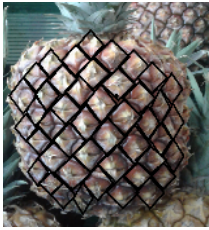
Otro aspecto favorable y de resaltar es el cambio de ambiente de aprendizaje (AA), los estudiantes están acostumbrados a recibir la clase en un aula de cuatro paredes y escuchando a la docente. Esta fue una oportunidad para salir e interactuar entre ellos, con otras personas y otros elementos; así mismo, fueron gestores de su propio aprendizaje, lo que permitió una mejor disposición en la clase.


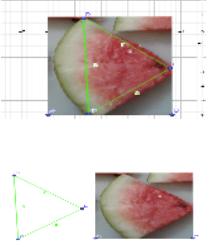

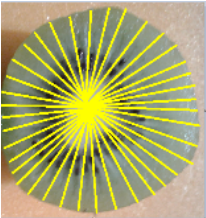
Para hacer transversal esta actividad, en una sesión se hizo uso del *software* Geogebra, que los estudiantes desconocían hasta el momento; los que cuentan con teléfonos móviles descargaron la aplicación, sin embargo, en la institución se solicitó el aula de informática y allí se llevó a cabo la actividad de la *Guía 2* (ver Anexo 3).

Luego con ayuda de Paint y Geogebra, se han representado los elementos geométricos obtenidos en las frutas seleccionadas, como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 2.8. Presentación de resultados de esquemas realizados en Paint por los estudiantes

Fotografía/ contexto	Esquematización	Interpretación
		<p>Involucrar al estudiante en el proceso de modelación es parte fundamental para que él obtenga y analice información. Además que hace parte de su aprendizaje significativo (AA), logra relacionar conceptos previos con su realidad, como se menciona en la bitácora (B5) (ver anexos). Que esto ocurra, en gran parte se debe a la implementación de la Educación Matemática Realista (EMR). En la imagen se analiza y traza con la ayuda de Paint el polígono, que se encuentra en el endocarpo de la naranja, es decir, la pulpa que se consume, que a la vez se subdivide en septas, y geoméricamente se compone de triángulos, lo que permite reforzar términos, como segmento y punto.</p>

Fotografía/ contexto	Esquematación	Interpretación
		<p>De acuerdo con las observaciones en el entorno, se encontró que en la fresa está presente el triángulo (EGN) usando Paint, se esquematizó y permite hallar semejanzas con el triángulo isósceles. Con este esquema se puede ver cómo el proceso de Modelación Matemática (MM) de la forma lleva a realizar una descripción del objeto desde las características geométricas.</p>
		<p>En esta fruta, los estudiantes se aproximaron más a la identificación de un patrón geométrico, desde el Pensamiento Computacional (TC); señalaron que es repetitivo el rombo y a su vez genera la forma de la piña. En este proceso relacionaron una realidad con la forma, aunque manifestaron que fue una de las que se les dificultó un poco esquematizarla.</p>

Fotografía/ contexto	Esquemmatización	Interpretación
		<p>El uso de otros recursos (UR) ha permitido a los estudiantes explorar y relacionar sus conocimientos previos, generando capacidad de asombro y mirando la realidad con ojos matemáticos; a través del proceso de modelación, se teje una estrecha relación entre el mundo externo y las matemáticas, en el cual los resultados son razonables en el contexto real (CA) de los estudiantes. Con la sandía, se pasó de ver la fruta como un todo hasta llegar a encontrar en sus partes la relación con el triángulo.</p>
		<p>En la observación del kiwi los estudiantes resaltan varios aspectos geométricos, como es el caso de asociarlo con una circunferencia, tener ángulos agudos y entre ellos formarse pequeños triángulos. De modo que hay EGN.</p>

Fuente: elaboración propia.

Sección V

Ambiente de aprendizaje mediado por Geogebra para favorecer el aprendizaje significativo desde la modelación matemática de elementos del contexto

Tradicionalmente, el ambiente de aprendizaje se ha entendido solo como desarrollar una actividad de aprendizaje en un aula de clase y dirigida por un docente a un grupo de estudiantes, es decir, que ese ambiente no trasciende de las cuatro paredes de un salón y se podría afirmar que lo establece el docente acorde a la temática que se va a desarrollar, generando así un estilo tradicionalista y mecanicista.

De acuerdo con las observaciones y reflexiones de las clases, uno de los aspectos en los que se hace énfasis en este estudio es precisamente el ambiente de aprendizaje que se tiene en cada una de ellas. De acuerdo con Irais (2014), y cambiando esa visión tradicional, se entiende como el vínculo que debe existir entre todos los elementos que se puedan disponer como apoyo para que el educando desarrolle un problema, lo interprete, lo plantee y llegue a posibles soluciones; ese vínculo debe reunir diversas herramientas y circunstancias físicas, humanas, sociales y culturales. De este modo se contribuye a la generación de un aprendizaje significativo.

En el marco del desarrollo de esta propuesta, se busca precisamente propiciar ambientes de aprendizaje adecuados para el desarrollo y fortalecimiento de competencias en el área de matemáticas y, específicamente, desde la asignatura de geometría, encaminadas a la construcción y aplicación de los saberes en diferentes contextos y realidades, por un lado, cambiando el rol del docente, siendo este guía y mediador y, por el otro, el rol del estudiante siendo más

responsable, participativo y autónomo, con desarrollo de competencias comunicativas y humanas en la interacción con el otro.

En este sentido, se empleó la mediación de recursos tecnológicos como es el caso de Paint y Geogebra, para ir en contravía de lo meramente instruccional, buscando transformar las prácticas y, sobre todo, atendiendo a los intereses y motivaciones de los estudiantes.

Para el desarrollo de esta fase se siguió esta metodología de acuerdo con el recorrido realizado con los estudiantes. Tras el registro y la caracterización de elementos geométricos, se procede a desarrollar una serie de actividades empleando recursos tecnológicos que fortalecieran la modelación, es decir, que se pudieran explicar sus atributos desde la geometría, observando cómo se producen algunos patrones geométricos y cómo es su comportamiento. Con cada uno de los grupos se seleccionó una fruta con características geométricas, que luego fue plasmada y modelada en diversas herramientas, desde el lápiz y papel, hasta el uso de Paint y Geogebra.

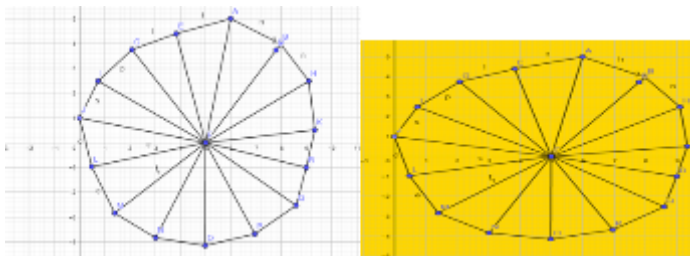
Análisis y resultados

El proceso de matematización horizontal, como lo plantea Freudenthal (1991), implica ir de la realidad al mundo matemático, pasando por diferentes actividades, entre ellas identificar en el entorno un problema o situación llamativa y representarla de diferentes maneras. En este aspecto se hace relevante la participación directa del estudiante, desde que sea él quien seleccione los datos de su interés hasta quien realice su propia representación, lo que lo mantiene interesado y motivado; caso contrario cuando el docente es quien le lleva y le suministra los datos, que es precisamente lo que se realizó en este estudio: el estudiante fue involucrado siempre en todas las actividades.

El proceso de matematización se empieza a visualizar cuando el estudiante selecciona la fruta con patrones geométricos, es decir, que posee figuras de la misma forma y que se repiten en series, hasta el momento que plasma dichos patrones en la creación y representación de su modelo, como se resume en B 6 (Anexo 1).

Para el caso de la naranja, en su corte se puede observar directamente que está formada por triángulos y que la sucesión (PG) de ellos lleva a una sola figura, lo cual está asociado con los procesos de (TC), como es el caso de la descomposición que se mencionan en otro apartado de este trabajo y la esquematización, que llevaron a los estudiantes a descubrir regularidades y diferenciarlas.

Figura 2.18. Modelo de la naranja realizado por el grupo 1

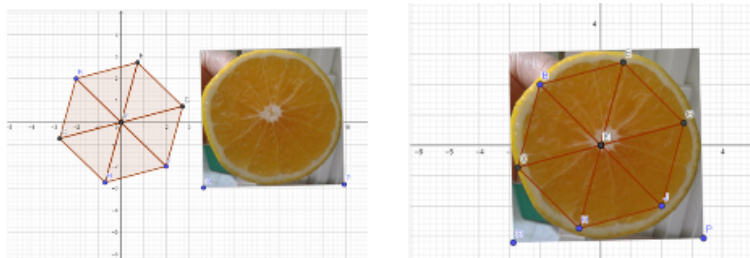


Fuente: estudiantes del grupo 1.

En la Figura 2.18. se puede evidenciar cómo los estudiantes lograron hacer uso de las TIC y graficar el modelo matemático de la naranja. De este modo, se aproximaron a la abstracción por medio de una comparación entre la fruta

real y la gráfica obtenida, así que el estudiante debió hacer dicha comparación en referencia a cómo se distribuyen los triángulos en la naranja y asociarlo con el modelo creado por ellos mismos.

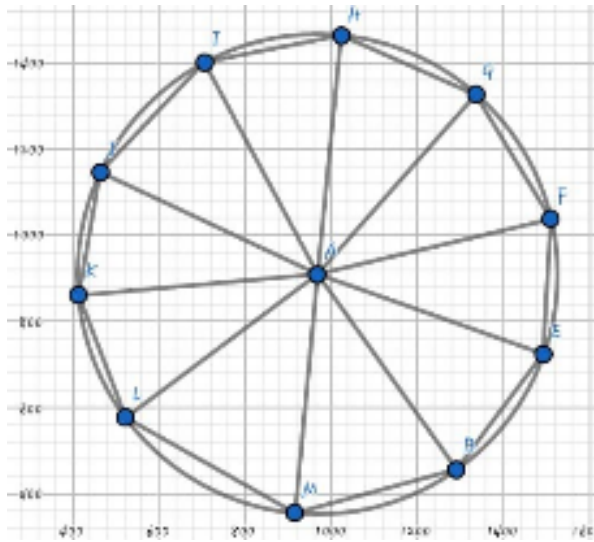
Figura 2.19. Modelo de la naranja realizado por el grupo 2



Fuente: estudiantes del grupo 2.

En la Figura 2.19. se observa otro modelo de las formas presentes en la naranja. En este caso los estudiantes optaron por agrupar varios triángulos, lo que a su vez lleva a la obtención de la naranja. Acá no solo relacionaron los triángulos sino que concluyeron que la reunión de varios permite dar origen a un hexágono, que está ubicado en el corte de la fruta.

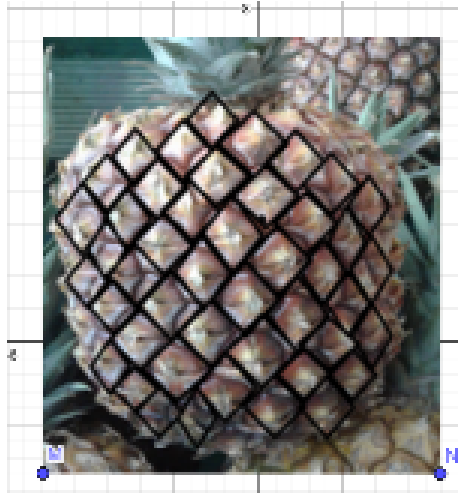
Figura 2.20. Modelo de la naranja realizado por el grupo 3



Fuente: estudiantes del grupo 3.

Para este caso los estudiantes contaban con la aplicación Geogebra en su dispositivo móvil, y observaron que está compuesta por una circunferencia que a la vez la componen internamente varios triángulos y que todos guardan proporcionalidad y semejanza.

Figura 2.21. Modelo geométrico de la piña realizado por estudiantes del grupo 4



Fuente: estudiantes del grupo 4.

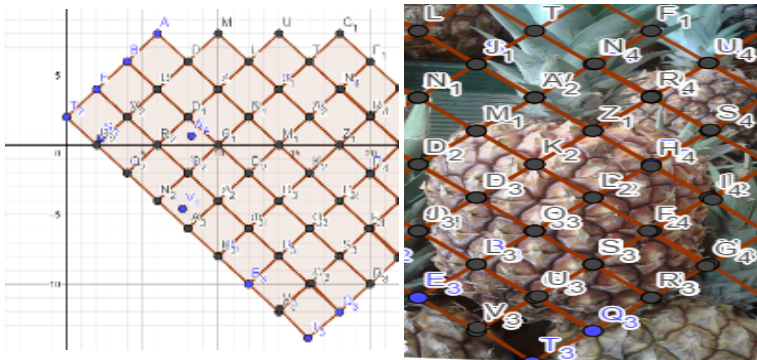
Los estudiantes que seleccionaron la piña afirman que posee diversos elementos geométricos en la formación de su cáscara, están muy bien distribuidas las formas y son muy semejantes, además de los espacios que quedan entre ellos que son simétricos.

Las formas geométricas que más les permitieron aproximarse a la distribución de la piña fueron los rombos, determinado así mismo las características de ellos, como lo son lados paralelos y ángulos iguales. El estudio de las formas de objetos de la realidad (EMR) es uno de los componentes de los patrones geométricos, dado que favorece la descripción de las características por partes hasta llegar

al todo de la figura; por otro lado, tiene aplicaciones en diversas áreas, es decir, es transversal puesto que se ajusta este aspecto al énfasis de la institución como lo es diseño gráfico para la construcción.

Figura 2.22.

Modelo matemático de la piña, grupo 5



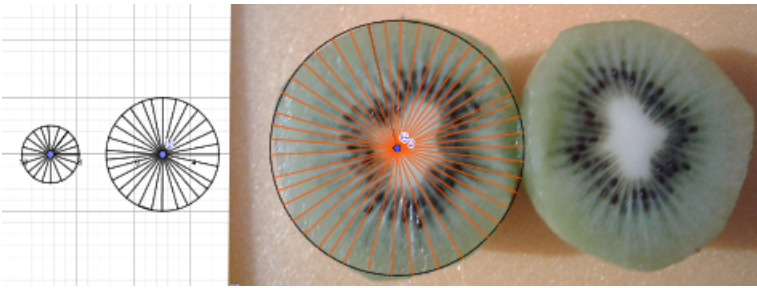
Fuente: estudiantes del grupo 5.

En otro grupo, el modelo de la piña también se asoció con los rombos, y en este caso se quiso mostrar cómo la secuenciación de varios de ellos conduce a la formación de la fruta completa, aunque afirmaron que construirlo manualmente fue fácil, pero llevarlo a Geogebra resultó un poco engorroso, quizá por la falta de habilidad en el manejo de la aplicación.

En este sentido, los elementos de la geometría como lo son los puntos, las líneas y los planos pueden asumirse

como los más complicados, puesto que son los que dan origen a todos los demás sistemas geométricos, que fueron los que los estudiantes emplearon.

Figura 2.23. Modelo geométrico del kiwi, por estudiantes del grupo 6



Fuente: estudiantes del grupo 6.

En este caso, los estudiantes identificaron la sucesión de los ángulos y a la vez pequeños triángulos que se originan en cada corte del kiwi; aun cuando se hacen cortes pequeños o grandes esta sucesión se mantiene.

Acá se puede mencionar que esta experiencia permitió realizar modelado a partir de las formas y los patrones que estas conservan en algunas frutas, de manera que la modelación facilitó la obtención de las características, explicando una realidad, a lo que se puede afirmar que la geometría explica o moldea las formas para luego buscarle aplicaciones.

De acuerdo con lo anterior, otro factor relevante en este estudio es la mediación que ejerce el uso de herramientas tecnológicas como el celular, que hoy en día se ha vuelto una necesidad en el ser humano, aunque por falta de educación o conciencia no se emplea de manera adecuada, especialmente por los adolescentes que se la pasan solo en redes sociales compartiendo fotos e información que en la mayoría de las veces carece de sentido y veracidad, desconociendo la ayuda en el aprendizaje que pueden ofrecer.

Se logró en este ejercicio incorporar algunas de estas herramientas para fortalecer y ayudar en la motivación y creación de ambientes de aprendizaje más agradables, además de realizar la esquematización de los patrones geométricos observados en el entorno.

Al mismo tiempo esa mediación es un eje fundamental para transformar las prácticas pedagógicas. Por un lado, el estudiante tiene una herramienta y recurso distinto, se ubica en otro espacio, revisa y reflexiona sobre su propio entorno y realidad, empieza a cambiar el rol (RE) que antes cumplía como un simple receptor a ser un agente activo y autónomo en el proceso de enseñanza-aprendizaje y le permite la interacción con el docente y con sus pares. Simultáneamente ocurre con el rol del docente (RD), quien ahora es un guía que acompaña dicho proceso.

Lo anterior, de acuerdo con el compromiso pedagógico de las instituciones educativas de acompañar en un proceso de formación integral a los estudiantes, que encierra el desarrollo del pensamiento crítico, la capacidad para comunicar, tomar decisiones, explorar, crear, proponer y seleccionar información, es decir, abarca todas las dimensiones humanas. Una manera de estar a la vanguardia con la tecnología es enseñar a emplearla y mostrar sus ventajas y desventajas. En el caso concreto de la modelación de patrones de la naturaleza, el uso de las herramientas tecnológicas favorece procesos de visualización, abstracción y comprobación.

En este capítulo se analizan las categorías planteadas para efectos de esta investigación, en relación con la Unidad Didáctica (UD) diseñada y desarrollada con los estudiantes de grado séptimo (701) y se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 2.10. Análisis de categorías

Categoría	Subcategorías	Autores	Análisis
Aprendizaje - enseñanza de geometría	Ambientes de aprendizaje	Van Hiele establece fases en el aprendizaje de la geometría.	La relación de enseñanza-aprendizaje ha cambiado la visión tradicionalista de la educación, dejando de ser meramente antropocéntrica y haciendo énfasis en una visión de cuidado se podría hablar de un bioaprendizaje, a partir de entornos naturales que lleven a la conciencia y apropiación de los territorios como la máxima riqueza, desde donde se hace ideal iniciar el aprendizaje y este será más significativo. En lo que se refiere a la geometría facilita identificar el nivel en el que se encuentra el estudiante (Van Hiele) y así relacionar los conceptos.
Contextualización del aprendizaje		Villa Ochoa (2007) y Valero (2002) aportan clasificación de contextos y su importancia en el aprendizaje.	La expresión "contexto" suele tener diferentes interpretaciones, y para este caso se ubicó desde la utilización de entornos reales y a partir de situaciones que surgieron de la interacción, que luego permitieron ser simuladas y modeladas en el aula de clase, como fue el caso de la observación de las frutas. Por lo que el aprendizaje no fue mecánico y dirigido meramente por el docente, fue de reflexión, interacción y aplicación.
Modelación y representación matemática		Freudenthal (1971) y Villa Ochoa (2007), brindan significados y resaltan la importancia de la modelación matemática en el aprendizaje de la geometría. EMR.	Partiendo del contexto general y real, los estudiantes lograron esquematizar y organizar información que fuera de su interés, y establecieron relaciones y regularidades en algunas frutas y otros elementos del entorno. Se hace propicio aplicar diferentes estrategias desde la EMR, en la cual la idea central es que la matemática y la geometría deben ser conectadas con la realidad, hacerse interesantes a los estudiantes y ser fuentes relevantes para la sociedad. Aquí tiene un papel primordial la matematización, que se caracteriza por ser ese proceso que va de la realidad fuera del mundo matemático a la formulación matemática. De acuerdo con Villa Ochoa (2007), la matematización horizontal en este estudio ocurrió cuando del entorno (frutas) se llegó a la construcción de símbolos, para dar explicaciones.

Categoría	Subcategorías	Autores	Análisis
	Didáctica	Lucio (1989) y Brousseau (1989) se interesan en definir la didáctica; este último da especificaciones desde el área propia de las matemáticas.	<p>Una de las dificultades presentadas y que dio origen a este estudio fue la monotonía en las estrategias empleadas en la enseñanza-aprendizaje de la geometría, por lo que se hizo una reflexión en torno a esto y se realizó una transposición didáctica propia del área, en la que se basará a partir del nivel de razonamiento e intereses de los estudiantes.</p> <p>Con elementos del medio y uso de herramientas tecnológicas, basadas en el pensamiento computacional (TC), se facilita el aprendizaje iniciando por la descomposición de situaciones e identificación de regularidades.</p>
Aspectos de la educación básica colombiana (AEBEC)	Enfoque de los contenidos	MEN: estándares y DBA	<p>Desde el Ministerio de Educación Nacional se orienta todo el proceso educativo en cada una de las instituciones, como se mencionó en otro capítulo; artículos como los estándares y los Derechos Básicos de Aprendizaje en cada una de las áreas pretenden orientar lo que debe aprender un estudiante en cada nivel; sin embargo, a veces los docentes caen en el error de no ir más allá y enfocar de una manera distinta a la tradicional e integrar ese conocimiento. Con el desarrollo de la unidad didáctica (UD), se evidenció que es posible tratar varios temas y de manera transversal involucrando la parte legal y las necesidades propias de cada institución.</p> <p>Aquí surgió de algún modo otra categoría interesante para tener en cuenta en la actualidad, con la crisis ambiental que está viviendo el planeta y se podría denominar como el ecoaprendizaje, enfatizando en el cuidado de lo que rodea al ser humano y generando conciencia por no ser dueño del universo, sino tan solo una pequeña parte de él.</p>
	Transversalidad	Decreto 1743	
Innovación pedagógica	Elementos geométricos en la naturaleza	Van Hiele Freudenthal	<p>En este apartado, de manera explícita se centra la atención en la geometría, que como rama de las matemáticas favorece la transversalidad con otras áreas y permite desarrollar procesos de modelación.</p> <p>Por otro lado, siguiendo las palabras de Galileo Galilei en cuanto afirma que la naturaleza está escrita en lenguaje matemático y que ese lenguaje son las</p>

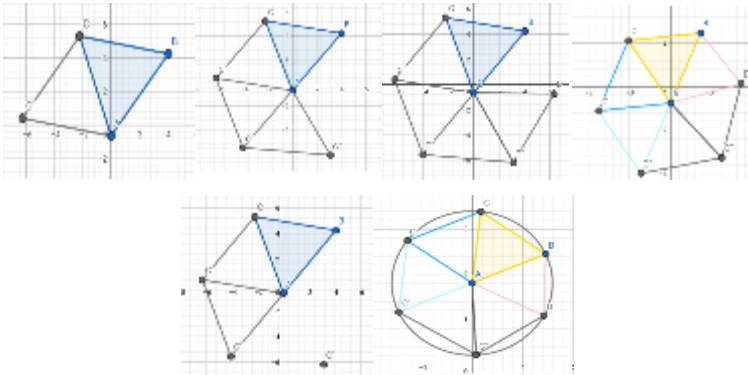
Categoría	Subcategorías	Autores	Análisis
			figuras, es una de las premisas para haber desarrollado este estudio, puesto que desde el entorno se estudió la geometría y miró con ojos matemáticos todo lo que nos rodea, descubriendo regularidades, reconociendo semejanzas y diferencias en los modelos creados de las frutas.
	Unidad didáctica	Jorba y Sanmartí (1996) destacan la importancia de sistematizar actividades en unidades didácticas.	En ocasiones surgen ideas para desarrollar con los estudiantes, sin embargo no se sistematizan. Una forma de tener una planeación organizada y secuencial resulta ser la unidad didáctica que favorece la creación de ambientes de aprendizaje, además facilita la conexión con todas las dimensiones humanas. En este estudio, la unidad didáctica contribuyó a la integración de aspectos actitudinales, cognitivos y procedimentales ligados al pensamiento computacional y el uso de herramientas tecnológicas, como lo fueron Paint y Geogebra.
	Integración de herramientas tecnológicas	Pensamiento computacional (TC) software Geogebra	El pensamiento computacional contiene habilidades que también son propias de las matemáticas como lo son moldear y descomponer una situación, reconocer patrones, procesar datos y presentar resultados; es decir que TC y geometría están relacionadas. Para este estudio se empleó Paint y Geogebra, con los cuales los estudiantes llevaron a cabo la esquematización y representación de las regularidades identificadas en el entorno, más específicamente en algunas frutas, como la naranja, el kiwi y la piña, analizando entre otras cosas sus aspectos isomorfos que tienen su origen en las figuras geométricas, como triángulos, rombos, y otros elementos como puntos, ángulos y segmentos.

Fuente: elaboración propia.

Para continuar con la aplicación de la Unidad Didáctica (UD) y en relación con lo expuesto en el Pensamiento Computacional (TC) y los niveles según Van Hiele, se construye la estructura de la naranja, teniendo en cuenta la posición de los estudiantes y el nivel de abstracción, en cuanto que el endocarpio y con él las septas internas de la naranja forman triángulos equiláteros; es decir, se observa

un polígono regular con varios lados, como una sucesión de triángulos equiláteros, que al aplicarle transformaciones geométricas, como es el caso de la rotación, se llega a un polígono compuesto, como se muestra en la siguiente secuencia de imágenes logradas por algunos estudiantes.

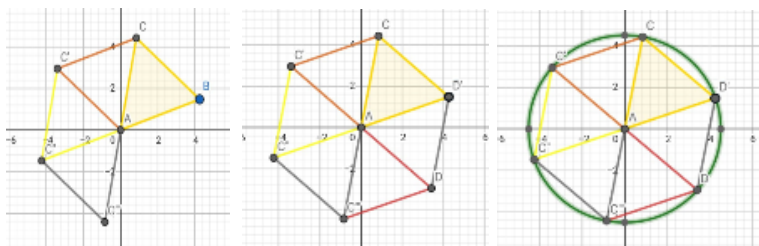
Figura 2.24. Rotación de polígonos, grupo 1



Fuente: estudiantes grupo 1.

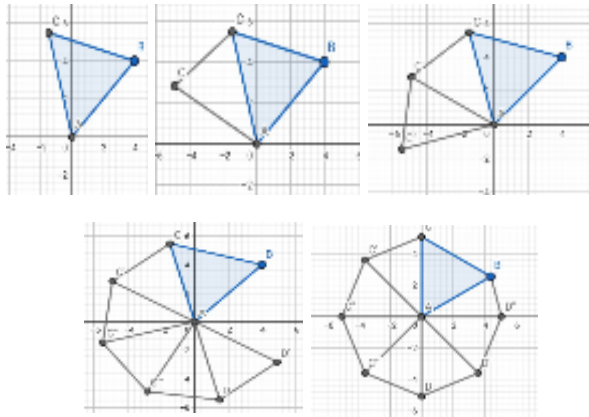
Para este grupo, la naranja la componen triángulos equiláteros. Al realizar la rotación a uno de los puntos en sentido antihorario, se logra con esta secuencia llegar a la estructura total de la naranja, que sería otro polígono regular inscrito en una circunferencia. En este aspecto los estudiantes se están aproximando a un nivel de abstracción superior e inicial en lo que sería el diseño de algoritmos (TC).

Figura 2.25. Rotación de polígonos, grupo 2



Fuente: Estudiantes del grupo 2.

En este grupo se observa un mayor dominio de las herramientas de Geogebra. Los estudiantes quisieron ambientar con color cada uno de los triángulos que componen la estructura interna de la naranja, también indicaron que este polígono es regular y se encuentra inscrito en una circunferencia; por otro lado, aplicaron una programación de 60° antihorario para realizar la rotación y con esta secuencia alcanzar la totalidad de la fruta.

Figura 2.26. Rotación de polígonos, grupo 3

Fuente: estudiantes grupo 3.

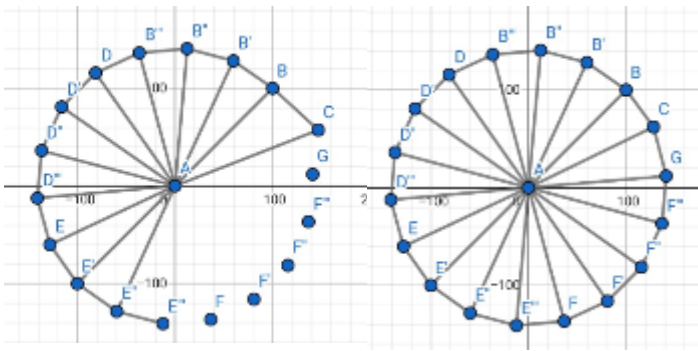
En la ilustración anterior, se observa que los estudiantes aplicaron un nivel de pensamiento diferente a los anteriores grupos, no usaron la programación de los 60° , sino que intentaron con 45° , según ellos presentando dificultad para que les coincidiera la figura; a pesar de esto expresan que en la morfología de las naranjas no siempre son circulares totalmente.

Por parte de los diferentes grupos, se concluye que al esquematizar la naranja se pueden obtener diversas cantidades de triángulos y que esto se aproxima a la realidad, pues no todas las naranjas tienen siempre el mismo número de septas en su interior.

En estos casos se inició de una situación sencilla como lo fue el polígono regular de tres lados, que al aplicarle una transformación geométrica como la rotación, con un punto fijo y un vértice rotaba cada vez la misma cantidad de gra-

dos, se logra encontrar una secuencia (patrón geométrico) en la totalidad de un polígono regular con mayor número de lados que a su vez estaba inscrito en una circunferencia.

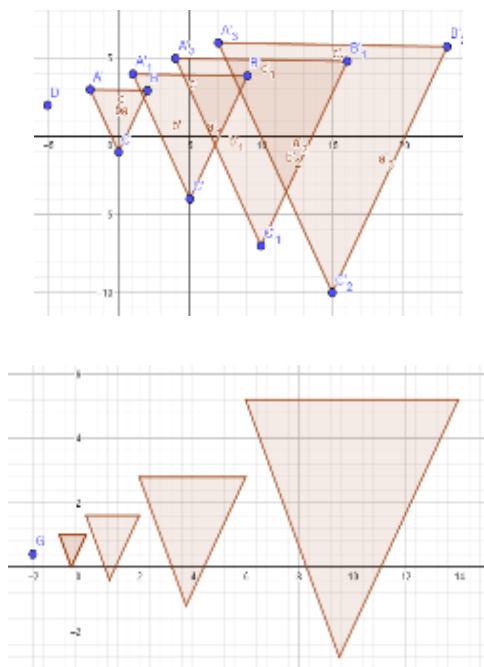
Figura 2.27. Rotación de polígonos, grupo 4



Fuente: estudiantes grupo 4.

Para este caso los estudiantes trazaron un triángulo de la composición inicial del kiwi y fueron asignando rotaciones a uno de los vértices con un punto fijo; así, desde esta visualización les permitió llegar a la generalización de la estructura interna del kiwi.

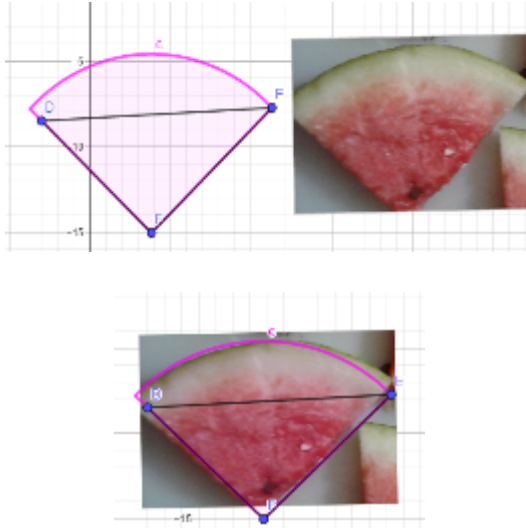
Figura 2.28. Esquematización de la fresa, grupo 5



Fuente: estudiantes grupo 5.

En este grupo, a través de una homotecia aplicada a un triángulo mediante el que se modelaba la fresa, visualizaron que al hacer cortes a la fruta se mantiene su estructura.

Figura 2.29. Esquematación de la sandía, grupo 6



Fuente: estudiantes del grupo 6.

Este grupo avanzó a un nivel diferente de abstracción y modelizó la sandía, y a partir de las herramientas de Geogebra, como lo es la de sector circular, esquematizó la estructura de una tajada de sandía, integrando diversos elementos de la geometría.

En este apartado se resalta la importancia de trabajar la geometría desde la realidad (EMR), desde donde se crean esquemas, se formulan y visualizan situaciones, se descubren relaciones y regularidades, se hallan semejanzas entre objetos y problemas cotidianos, de modo que esa realidad es la misma que permite validar información y hacer el aprendizaje más significativo.

Por otro lado, se resalta el uso de las herramientas tecnológicas como mediadores en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría. Su adecuada utilización permite la motivación y la comprensión de conceptos que en ocasiones parecen ser meramente abstractos, favoreciendo la creación de Ambientes de Aprendizaje (AA) en los que tanto estudiantes como docentes aprenden y se comunican por medio del desarrollo de las distintas actividades.

De acuerdo con Alsina y otros (2016), con el desarrollo de actividades en las que se analiza la forma y los patrones geométricos de situaciones del entorno se genera interés por aprender la cultura del espacio que a su vez favorece las conexiones con otras áreas, es decir, permite la transversalización entre otros aspectos con lo ambiental, lo histórico y lo artístico enriqueciendo el uso de diversos lenguajes, tecnologías y modelos.

Conclusiones y recomendaciones

Pensar la educación en la actualidad implica interconectar diversos aspectos, dar una mirada desde la complejidad y olvidarnos por un momento del ego como seres humanos; pensar en la educación implica reconocernos como ciudadanos planetarios, que como tal supone el reconocimiento del mundo como un bien común, con una serie de derechos en corresponsabilidad con unos deberes. Para tal caso, se requiere fortalecer aspectos como la autonomía en el sentido individual y de orden social, la responsabilidad y la libertad.

En el mundo han surgido diversos tratados y acuerdos en pro de generar conciencia y empezar una cultura de cuidado de lo que nos rodea, sin embargo, a pesar de su divulgación a muchos pareciera no importarles o no cuentan con la suficiente conciencia de la crisis por la que la Tierra

está atravesando. El ser humano se considera dueño de cuanto lo rodea y piensa que es el único ser con poder en el planeta. Esta falta de conciencia ha desencadenado un acelerado deterioro de los recursos y con ello de la salud del ser humano.

En la *Carta de la Tierra* (2000) se hace un desafío y una invitación a buscar aspectos en común en medio de la diversidad cultural y adoptar una ética global para aprender y actuar en torno al cuidado pensando en el presente y en las generaciones futuras. En sus principios, cabe resaltar el llamado a “integrar en la educación formal y en el aprendizaje a lo largo de la vida, las habilidades, el conocimiento y los valores necesarios para un modo de vida sostenible” (p. 5). Es decir, que no es un tema que solo le corresponda al área de ciencias naturales, sino que se hace el llamado a la transversalidad en las instituciones educativas con tal de fortalecer la cultura del cuidado y la responsabilidad social y ambiental. Esto sería un llamado a aprender con la naturaleza que se convierte en un maestro, como el que se encuentra en un aula de clase.

Por otro lado, el tema tratado a partir de las formas y los patrones geométricos desde las frutas permitió realizar una revisión y reflexión acerca de la alimentación, entendiéndose que la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación (FAO) y Friedrich (2014) se refieren a la seguridad alimentaria como un estado que “existe cuando todas las personas tienen, en todo momento, acceso físico, social y económico a alimentos suficientes, inocuos y nutritivos que satisfacen sus necesidades energéticas diarias y preferencias alimentarias, para llevar una vida activa y sana” (p. 319).

Acá se menciona cómo gran número de la población sufre de hambre, aun cuando en el mundo se producen suficientes alimentos, pero que quizá por las políticas y la distribución inequitativa de los recursos en la sociedad, no todos pueden acceder a ellos. Desde la salida con los estudiantes, y en la recolección de la información, se evidencia

cómo muchas veces se dañan en este caso las frutas y no se aprovechan de la mejor manera.

Con el desarrollo de esta investigación, se buscó aportar a la creación de conocimiento desde la naturaleza y pensando en la conservación y cuidado de ella, apuntando a esa responsabilidad social y ambiental que debe tener todo ser humano. Aquí el docente se convirtió en un mediador para ver la naturaleza de otra manera, no solo como aquella que proporciona alimento y hábitat, sino como aquella de la cual se debe aprender, pensando en cuidar para el presente y el futuro de todas las generaciones.

Según los planteamientos de Galileo Galilei mencionados en el transcurso de este estudio, la matemática es una herramienta útil y aplicable para estudiar los fenómenos, hechos y composición de la naturaleza, lo cual se incluyó en el planteamiento de los objetivos al buscar contextualizar el aprendizaje de la geometría desde el entorno de los estudiantes, que permitiera desencadenar diversas interpretaciones, aprendizajes y reflexiones integradas a la geometría y a la conciencia por cuidar no solo la integridad física, sino la del entorno y de la de la naturaleza que los rodea.

Es así como los estudiantes en la implementación de esta unidad didáctica se observan motivados, al introducir un cambio de escenario que les permitiera el desarrollo de la capacidad de asombro, de observación y de reconocimiento de su entorno, respondiendo con mayor autonomía en su proceso de aprendizaje e incluso proponiendo temas de futuros estudios. A los estudiantes les asombró encontrar una dualidad entre la naturaleza y las matemáticas, específicamente la geometría, como es el caso de lo que la mayoría a diario consume: las frutas se aproximarán a las formas geométricas.

Estudiar la geometría desde el contexto de los estudiantes permitió la transversalidad entre distintas áreas del conocimiento, como las ciencias naturales, al indagar por el proceso de producción de las frutas; de sociales al ubicarse y

recorrer el entorno en el que se encuentra la institución; de español al redactar y presentar los resultados obtenidos; artística al representar las observaciones; tecnología en el uso de diferentes herramientas para recolectar la información y la modelación de las formas encontradas.

Por otro lado, en los comentarios y entrevistas realizadas por los estudiantes, se refleja el interés por el cuidado del medioambiente; de cierto modo el ejercicio los ha llevado a la toma de conciencia hacia el cuidado del medioambiente, como forma de pensar en el bienestar propio y del entorno, acercándose a los principios de la ética medioambiental.

Establecer relaciones a partir de situaciones de representación matemática, entre el contexto y los procesos cognitivos, hace que los estudiantes estén involucrados en la generación de una mirada reflexiva entre la modelación y el entorno próximo. Así mismo, permite una conexión entre lo teórico y lo práctico, lo que resulta fructífero y significativo tanto para docente como estudiante, para dar una explicación al mundo real.

Esta propuesta llevó a la generación de procesos de modelación integrando el uso de recursos tecnológicos y desarrollando procesos elementales en los estudiantes, como la exploración, desde el momento que se realiza el recorrido y se inicia a observar todo lo que allí se encuentra, lo que coincide con los aportes de Van Hiele y cada una de las etapas del proceso de aprendizaje de la geometría.

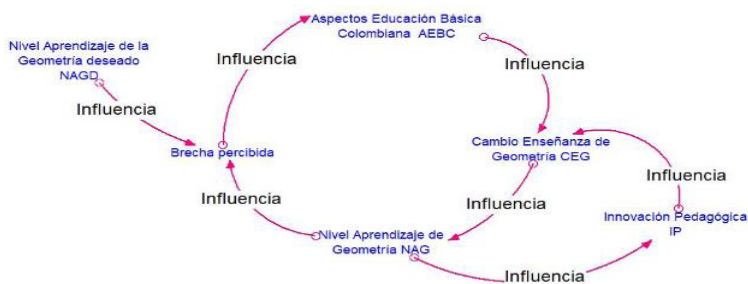
Se evidenciaron procesos de pensamiento computacional al descomponer una situación y llegar a la representación de ella, haciendo diversos esquemas para descubrir las relaciones y diferencias entre las formas y los patrones que allí se forman, entretejiendo así procesos cognitivos más complejos y aproximándose a procesos de abstracción de las características geométricas de las frutas. Los estudiantes lograron asociar las formas y las regularidades de algunas frutas, a través de la representación manual y de las herramientas Paint y Geogebra.

La modelación matemática, ya incluida y sugerida por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), es una herramienta metodológica que favorece la resolución y comprensión de situaciones, desde una mirada y aplicación real acorde al contexto de los estudiantes y desde los intereses de ellos, como bien lo afirma Freudenthal (1989), al referirse a la matematización como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para ser reconstruidas mentalmente.

Relaciones de influencia

Al recordar en este apartado la hipótesis planteada para efectos de esta investigación, surge la idea de verificar los elementos allí planteados y en relación con las categorías abordadas a lo largo del trabajo desde una perspectiva sistémica; es decir, vista como una totalidad y no meramente de manera lineal. En la Figura 2.30. se representan las relaciones de influencia entre las categorías analíticas de la Tabla 2.5. Esta estructura permite visualizar el patrón de conducta del presente proceso investigativo que ha direccionado las acciones y la toma de decisiones en cada uno de los momentos de su desarrollo.

Figura 2.30. Relaciones de influencia entre categorías deductivas



Fuente: Mg. Martha Lidia Barreto.

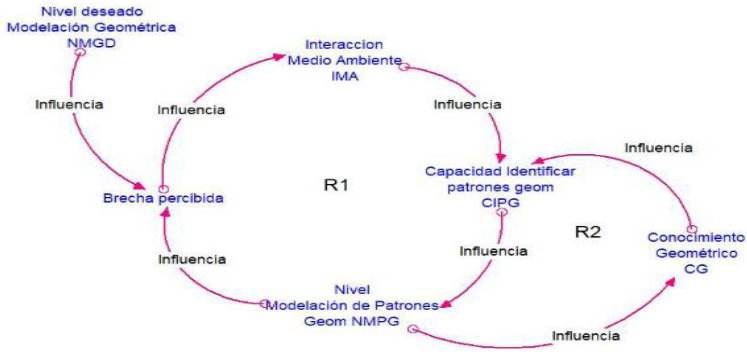
La estructura de la Figura 2.30. puede ser comprendida tomando como punto inicial cualquier categoría analítica representada a través de las relaciones esquematizadas en los círculos causales, siguiendo la dirección de las flechas que representan la influencia entre ellas.

Las acciones de la docente-investigadora determinan el punto de partida, en este caso fue la selección y determinación de referentes clave existentes en los Aspectos de la Educación Básica Colombiana (AEBC) que tienen relación con las temáticas que han sido objeto de estudio en esta investigación. Esta influencia generó cambios sobre la planificación y acción en el Proceso de Enseñanza de la Geometría (CEG), cuya influencia también implicó cambios en el Nivel de Aprendizaje de la Geometría (NAG) en los estudiantes participantes y observados.

El proceso de observación y evaluación continua de los logros alcanzados por los estudiantes permitió identificar el nivel actual de aprendizaje de la geometría (NAG), y percibir la brecha (es decir, la diferencia entre el NAGD deseado y el NAG actual). Ese Nivel de Aprendizaje Deseado (NAGD) es la meta para alcanzar a largo plazo. En ese proceso continuo en la búsqueda de lograr la meta, es decir, al incrementar el Nivel de Aprendizaje de la Geometría (NAG) en los aspectos relacionados con la modelación de patrones geométricos en la naturaleza, se impulsa a la reflexión continua sobre la acción con una mirada retrospectiva y prospectiva para introducir los procesos de Innovación Pedagógica (IP), que genera un segundo círculo causal en la Figura 2.30. Este proceso se representa por la relación de influencia entre las categorías analíticas de Innovación Pedagógica (IP), cuya influencia también ocasiona cambios en el Proceso de Enseñanza de la Geometría (CEG), y su influencia sobre el Nivel de Aprendizaje de la Geometría (NAG) actual, produciendo un ciclo de realimentación reforzadora al impulsar nuevas acciones de Innovación Pedagógica (IP), garantizando la evolución del sistema y dotándolo de características propias que evoluciona en el tiempo.

En la Figura 2.31. se presenta la estructura dinámica lograda en el presente proceso de investigación, facilitando la visualización del patrón de conducta desde el cual se ha configurado el diseño de la Unidad Didáctica (UD).

Figura 2.31. Relaciones de influencia entre categorías inductivas



Fuente: Mg. Martha Lidia Barreto.

En la Figura 2.31. se observa que, como producto del desarrollo del proceso investigativo, surgieron las siguientes categorías inductivas:

Tabla 2.11. Categorías inductivas

Categorías inductivas	Código	Descripción
Interacción con el medioambiente	IMA	Se convirtió en eje central de la propuesta didáctica, pues desde la influencia del entorno se despertaron intereses de los estudiantes por aprender. El entorno es el principal maestro y a su vez posee todo un lenguaje matemático para redescubrir.
Conocimiento geométrico	CG	Referido al estudio y la comprensión de las formas y el espacio con sus respectivas características y regularidades, que favorece el desarrollo de habilidades en los estudiantes para desenvolverse en un mundo que cada vez demanda más creatividad e ingenio.
Capacidad para identificar patrones geométricos	CIPG	Como resultado de integrar la IMA y el CG antes mencionados, se fortalece el desarrollo de procesos cognitivos para establecer regularidades en elementos del entorno y explicarlos desde la geometría.
Nivel de modelación de patrones geométricos	NMPG	Los textos en la mayoría de los casos están alejados de la aplicación a la realidad de los estudiantes, por esto desde la IMA se conocen habilidades y se cierra la brecha entre lo abstracto y lo real.
Nivel deseado de modelación geométrica	NMGD	Proceso clave para apreciar y comprender el mundo real, de una manera asequible a los estudiantes, logrado a través de una transposición didáctica.

Fuente: elaboración propia.

Al concebir el diseño y la implementación de la Unidad Didáctica como una estructura circular que relaciona en forma dinámica las categorías inductivas descritas en la Tabla 2.8., se concluye que el proceso didáctico tiene como punto de partida las Interacciones con el Medio Ambiente (IMA) y el acceso gradual y continuo al Conocimiento Geométrico (CG). La influencia de estas dos categorías inductivas se verá reflejada en cambios en la Capacidad de los estudiantes para Identificar Patrones Geométricos (CIPG) y, por consiguiente, en la variación en el Nivel de desarrollo de habilidades para Modelar Patrones Geométricos (NMPG).

Durante el proceso a través de la observación, monitoreo del proceso de aprendizaje de los estudiantes y reflexión continua sobre la acción, se percibe una brecha que con el paso del tiempo se espera disminuya en la medida que el nivel de las habilidades para modelar patrones geométricos se aproxime a la meta o nivel deseado de modelación geométrica.

Es importante destacar que este proceso percibido en forma cíclica evoluciona en el tiempo y genera nuevos patrones de conducta que enriquecerán los resultados actuales de la investigación abriendo la posibilidad para abordar en el futuro próximos procesos de sistematización y planificación que conduzcan a la estructuración de nuevas Unidades Didácticas (UD).

Como recomendación, se abre la invitación a trabajar la modelación matemática desde la educación preescolar y primaria, para que de este modo los estudiantes se motiven, afiancen y desarrollen habilidades en esos niveles, de modo que cada vez se les potencialice más.

En este sentido, también se requiere que en las instituciones se den espacios y recursos tecnológicos para todas las áreas, no solo en informática y tecnología.

Perspectivas futuras de la investigación

Con este trabajo de investigación se permitió contextualizar el aprendizaje de geometría desde una mirada matemática al entorno real, lo cual requirió una serie de esfuerzos para conseguir los espacios y recursos. Se pretende que se generen recursos y espacios tecnológicos para el área de matemáticas y continuar realizando un trabajo transversal.

Queda latente la posibilidad al trabajo de modelación dinámica desde el mismo reconocimiento de los patrones geométricos del entorno, no solo de frutas sino entre diversidad de situaciones del entorno real.

REFERENCIAS

- Abrate, R., Delgado, G. y Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de geometría que proponen los textos de matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), 1-9. <https://doi.org/10.35362/rie3912598>
- Alsina, Á., Novo, M. L. y Moreno, A. (2016). Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: aprendizaje realista de la geometría en educación infantil. *Educación Matemática en la Infancia*, 5(1), 1-20. <http://funes.uniandes.edu.co/8423/>
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241. <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1024312321077>
- Avendaño, W. R. (2012). La Educación Ambiental (EA) como herramienta de la responsabilidad social. *Luna Azul*, (35), 94-115. <http://www.redalyc.org/pdf/3217/321727349006.pdf>
- Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestros sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didáctica*, 22(2), 241-250. <https://bit.ly/33xtUD6>
- Barrantes, M. y Zapata, M. (2015). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto*, 27(1), 55-71. <https://masc-vuex.unex.es/revistas/index.php/campoabierto/article/view/1985>

- Berríos, F. C. (2015). Formas de concebir a la naturaleza desde los enfoques curriculares. *Revista Integra Educativa*, 8(3), 101-114. http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1997-40432015000300008
- Borda, O. F. (1985). *El problema de cómo investigar la realidad para transformarla por la praxis*. <https://bit.ly/3uDFyrP>
- Bressan, A. M., Gallego, M. F., Pérez, S. y Zolkower, B. (2016). Educación matemática realista. Bases teóricas. <https://docer.com.ar/doc/18c0xc>
- Calvino, I. (2009). El libro de la naturaleza en Galileo. *Ciencias*, (95), 50-53. <https://bit.ly/3xYIYaF>
- Camargo, L. y Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*(32), 4-8. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142012000200001
- Caride, J. A., Gradaïlle, R. y Caballo, M. B. (2015). De la pedagogía social como educación, a la educación social como pedagogía. *Perfiles Educativos*, 37(148), 4-11. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982015000200016
- Colmenares, A. M. y Piñero, L. (2008). La investigación acción: una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socio-educativas. *Laurus*, 14(27), 96-114. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=76111892006>
- Colombia Aprende. (2003). *¿Qué hay que saber de las competencias matemáticas?* <http://colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-103987.html>

- Congreso de la República de Colombia. (1994, 8 de febrero). *Ley 115 de 1994, por la cual de expide la Ley General de Educación*. Diario Oficial 41.214., Bogotá. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-85906_archivo_pdf.pdf
- Constitución Política de Colombia [Const.]. (1991). *Constitución Política de Colombia 1991*. <http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=4125>
- De la Torre Gómez, A. (2003). El método socrático y el modelo de Hiele. *Lecturas Matemáticas*, 24, 99-121. <http://www.valenciad.com/Conferencias/ComunicMetodoSocrat.pdf>
- Friedrich, T. (2014). La seguridad alimentaria: retos actuales. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 48(4), 319-322. <http://www.redalyc.org/pdf/1930/193033033001.pdf>
- Gallego, D., Quiceno, Y. y Darlin, P. (2014). Unidades didácticas: un camino para la transformación de la enseñanza de las ciencias desde un enfoque investigativo. *Tecné Episteme y Didaxis TED*, (Extra), 923-934. <https://doi.org/10.17227/01203916.3460>
- Gamboa, R. y Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14(2), 125-142. <https://www.redalyc.org/pdf/1941/194115606010.pdf>
- García Chato, G. I. (2014). Ambiente de aprendizaje: su significado en educación preescolar. *Revista de Educación y Desarrollo*, (29), 63-72. https://www.cucs.udg.mx/revistas/edu_desarrollo/anteriores/29/029_Garcia.pdf

- Godino, J. D. (2003). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*. https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf
- Godino, J. D. (2009). Paradigmas, problemas y metodologías de investigación en didáctica de la matemática. En J. D. Godino, *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*. <https://bit.ly/3tFhFyF>
- Guillén, G. y Figueras, O. (2005). Estudio exploratorio sobre la enseñanza de la geometría en primaria: curso-taller como técnica para la obtención de datos. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (eds.), *Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM* (pp. 227-234). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. <http://funes.uniandes.edu.co/1316/>
- Guillén, G. y Pérez, S. (2009). *Planteamiento de un proyecto de investigación sobre la enseñanza de la geometría en secundaria a través de diferentes enfoques. Utilización de un curso-taller como técnica para la obtención de datos*. <https://www.uv.es/apregeom/archivos2/PerezGuillen09.pdf>
- Gutiérrez, Á. y Jaime, A. (1991). El modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: los giros. *Educación Matemática*, 3(2), 49-65. <https://bit.ly/3w0WOr>
- Hernández, D. M. (1999). Una propuesta para la enseñanza de la geometría fractal en el bachillerato. Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- Kline, M. (1999). *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días*. Alianza Editorial.

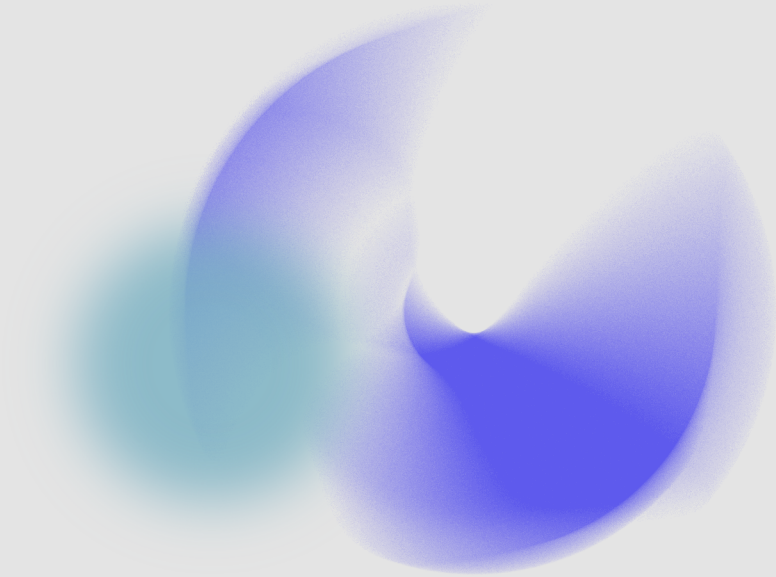
- Lucio, R. (1989). Educación y pedagogía, enseñanza y didáctica: diferencias y relaciones. *Revista de la Universidad de la Salle*, (17), 35-46. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6643617>
- Mandelbrot, B. (2014, 14 de marzo). Fractales y el arte de la fracturación por Benoît Mandelbrot (TED 2010). *Didactalia.net*. <https://bit.ly/33wmKyP>
- Marmolejo, D. (2018). *Maneras de atribuir sentidos y significados al contexto en actividades de modelación con estudiantes de séptimo grado* [Tesis de Maestría, Universidad de Antioquia, Apartadó]. <https://bit.ly/3o2eLmG>
- Marmolejo, G. y Vega, M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, 24(3), 7-32. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262012000300002
- Martínez, L. A. (2007). La observación y el diario de campo en la definición de un tema de investigación. *Revista Perfiles Libertadores*, 4(80), 73-80. <https://bit.ly/3xWs64B>
- Merayo, F. G. (2011, 18 de noviembre). Descubre el nacimiento de la geometría. *Tutellus.com*. <https://bit.ly/3xUtch0>
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Moreira, M. A. (1997). *Aprendizaje significativo: un concepto subyacente*. <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubesp.pdf>

- Muñoz, C. (2008). Del mapa escolar al territorio educativo. Diseñando la escuela desde la educación. *Formación Universitaria*, 7(4), 1. <https://doi.org/gbzh>
- Muñoz, L. M., Londoño, S. M., Jaramillo, C. M. y Villa Ochoa, J. A. (2011). Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (42), 48-67. <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/download/494/1028>
- Organización de las Naciones Unidas [ONU]. (1992). *Declaración de Río sobre el Medio Ambiente y el Desarrollo*. <https://www.un.org/spanish/esa/sustdev/documents/declaracionrio.htm>
- Pabón, O., Moreno, G. y Pineda, L. (2013). geometría experimental y contextos matemáticos: estudio de la congruencia a través del diseño de logos. En P. Perry, *Memorias de 21° Encuentro de geometría y sus Aplicaciones* (pp. 163-166). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional. <http://funes.uniandes.edu.co/9207/1/Geometria2013Pabon.pdf>
- Presidencia de la República. (1994, 5 de agosto). *Decreto 1743 de 1994, por el cual se instituye el Proyecto de Educación Ambiental para todos los niveles de educación formal, se fijan criterios para la promoción de la educación ambiental no formal e informal y se establecen los mecanismos de coordinación entre el Ministerio de Educación Nacional y el Ministerio del Medio Ambiente*. Diario Oficial 41.476. Bogotá. <https://bit.ly/2Rc9L2F>
- Rahim, M. y Olson, A. (1998). Qualitative patterns in Plane Geometry. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(3), 373-389. <https://bit.ly/3uC81h0>

- Rivera, S., Londoño, S. M. y Jaramillo, C. M. (2016). Medida de áreas en contextos auténticos: un enfoque desde la modelación matemática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (48), 79-99. <http://funes.uniandes.edu.co/10562/>
- Rodríguez, J. (2013). Una mirada a la pedagogía tradicional y humanista. *Presencia Universitaria*, 3(5), 36-45. <https://bit.ly/3bh9T7S>
- Rodríguez Gómez, G., Gil, J. y García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. <https://bit.ly/3bgCWIU>
- Salett, M. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125. <https://www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf>
- Tabares Serna, J. H. (2013). *Educación ambiental desde el uso del agua potable en la Institución Educativa Sol de Oriente a partir de la implementación de una unidad didáctica con integración de TIC* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Medellín]. <https://bit.ly/3eFpkJr>
- Soto, S. (2014, 22 de agosto). Responsabilidad climática, conciencia de un desequilibrio anunciado. *El Espectador*. <https://bit.ly/3bhdp1Y>
- Stevens, P. (1983). Augustin Augier's Arbre Botanique (1801), a remarkable early botanical representation of the natural system. *Taxon*, 33(2), 203-211. <https://doi.org/10.2307/1221972Citations>
- Valdés Vásquez, P. A. (2016). *Introducción a la geometría fractal* [Memoria de grado, Universidad del Bío-Bío, Chile] http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1998/3/Valdes_Vasquez_Patricio.pdf

- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, 11(1), 33-40.
- Villa Ochoa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, (19), 63-85. <http://funes.uniandes.edu.co/959/>
- Villa Ochoa, J., Bustamante, C., Berrío, M., Osorio, A. y Ocampo, D. (2009). Sentido de realidad y modelación matemática: el caso de Alberto. *Alexandria, Revista de Educación en Ciencia y Tecnología*, 2(2), 159-180. <http://funes.uniandes.edu.co/890/>
- Zapata, F. N. (2014). *La geometría de las plantas: una experiencia de modelación matemática en el pensamiento espacial y sistemas geométricos* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Medellín]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/51913>

Modelado dinámico de la Práctica Pedagógica y Educativa en la formación de docentes

**Autores:****Diego Fernando Sarmiento Soto**

Licenciado en Matemáticas

Martha Lidia Barreto Moreno

Licenciada en Matemáticas y Física

Especialista en Docencia Universitaria

Especialista en Enseñanza de la Matemática

Magíster en Educación con Énfasis en Docencia Universitaria

César Javier Trujillo Pulido

Lic. en Matemáticas y Física

Esp. en Orientación Educativa y Desarrollo Humano

Esp. en Informática y Telemática

Esp. en Enseñanza de la Matemática

Magíster en Administración y Planificación Educativa

RESUMEN

En este capítulo se presenta la implementación del modelado dinámico de sistemas para lograr una mejor comprensión de la experiencia acumulada en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, en los procesos de Práctica Pedagógica y Educativa para la formación de docentes y proyectar las acciones futuras apoyados en la Simulación.

La recopilación de soportes del archivo documental del programa y la experiencia adquirida por los docentes y estudiantes que participaron en estos procesos, permitieron abordar inicialmente la fase cualitativa del modelado a través de la construcción de diagramas causales que facilitaron la comprensión del dinamismo de este tipo de actividades en la formación de los licenciados(as) en Matemáticas. Para posteriormente abordar la fase cuantitativa caracterizada por la construcción de diagramas de Stock y Flujos que permiten visualizar el cambio por medio de la experimentación con el simulador, utilizando el programa STELLA.

Palabras claves: modelado, dinámica, sistemas, práctica, pedagógica.

ABSTRACT

This chapter presents the implementation of the dynamic modeling of systems to achieve a better understanding of the experience accumulated in the Mathematics Degree of the University of Cundinamarca, in the processes of Pedagogical and Educational Practice for the training of teachers and to project future actions. supported by the Simulation.

The compilation of supports from the documentary archive of the program and the experience acquired by the teachers and students who participated in these processes, allowed initially approaching the qualitative phase of the modeling through the construction of causal diagrams that facilitated the understanding of the dynamism of this type of activities in the training of graduates in Mathematics. To later address the quantitative phase characterized by the construction of Stock and Flow diagrams that allow visualizing the change through experimentation with the simulator, using the STELLA program.

Keywords: modeling, dynamics, systems, practice, pedagogy

INTRODUCCIÓN

La dinámica de sistemas ha permitido llevar varios de los problemas más abstractos a tener una mirada más abierta y generalizada, brindando la oportunidad de estudiar más a fondo los eventos que intervienen y cómo pueden influir las variables de una forma concreta dentro de un modelo que no permite el uso de variables exactas, sino que pueden ir fluctuando a través del tiempo. Por tanto, en el proceso de Práctica Pedagógica y Educativa que desarrolla la Universidad de Cundinamarca en su programa de Licenciatura en Matemáticas, este tipo de modelado computacional brinda la oportunidad de mostrar los avances a un nivel mucho más generalizado y cumplir con las expectativas puestas por el Ministerio de Educación Nacional.

Sección I

Definición del problema

Planteamiento

Como resultado de las observaciones recibidas de los pares que evaluaron el actual programa de Licenciatura en Matemáticas en 2017, y ante las exigencias expresadas en la normatividad actual sobre los procesos dirigidos a la obtención del registro calificado y la acreditación de calidad

de los programas de licenciatura, se destaca la importancia de introducir la modelación computacional como herramienta multidisciplinar de investigación en educación, que contribuya a la comprensión del comportamiento de actividades y prácticas educativas, identificando los diferentes factores que influyen en la realización de una práctica pedagógica y educativa, y cómo todo se conecta para lograr una unidad académica en el programa de formación de licenciados.

Fundamentados en el conocimiento y la experiencia acumulada en la Licenciatura en Matemáticas y con la ayuda del programa para modelado dinámico STELLA, se lleva a cabo la construcción de un prototipo de simulador que represente el funcionamiento de los diferentes niveles que conforman la totalidad del proceso de Práctica Pedagógica y Educativa (PPyE), por supuesto teniendo en cuenta que en los resultados pueden existir variaciones dependiendo de los factores que se estudien y los datos con los que se cuente, según el valor de importancia que se le asigne, para así obtener los resultados más acertados en los que se espera en un futuro reflejar la Licenciatura en Matemáticas a la comunidad educativa y por supuesto a los agentes interesados en esta.

Formulación

A partir de la reflexión hecha por la Resolución 18583 del 15 de septiembre de 2017, la cual ajusta las características específicas de calidad de los programas de licenciatura para la obtención del registro calificado, en relación con los estándares asociados a la Práctica Pedagógica y Educativa, se formula la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo mostrar los avances del programa de Licenciatura en Matemáticas en el área de la práctica pedagógica, para obtener el nuevo registro calificado, basándose en

las modalidades de pensamiento computacional, más exactamente mediante la modelación dinámica de sistemas, atendiendo a las exigencias del Ministerio de Educación Nacional?

Delimitación

La modelación por medio de la dinámica de sistemas permite interpretar y ayudar a entender varios fenómenos que se presenten en algún determinado campo de estudio, para este caso, debido a la urgencia de lograr resultados demostrando los procesos que se llevan a cabo en la Universidad de Cundinamarca, sede Fusagasugá en el programa de Licenciatura en Matemáticas, se proyecta el modelo dinámico sobre el proceso de práctica pedagógica y educativa que se realiza durante el transcurso de la carrera, y que vienen dados en los pensamientos (pensamiento numérico, pensamiento geométrico, pensamiento lógico, pensamiento funcional y variacional, pensamiento aleatorio), seguidos de dos etapas de práctica pedagógica, identificadas como práctica docente I y práctica docente II, y culmina con el proceso de construcción de una tesis pedagógica para los estudiantes que así lo deseen, en el cual se muestra el resultado final de todo el trabajo que se realizó durante el transcurso de la carrera.

Justificación

Debido a los procesos que se han realizado en el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, y teniendo en cuenta lo requerido para obtener el nuevo registro calificado dictaminado por el Ministerio de Educación Nacional, se hace pertinente mostrar los avances que se vienen desarrollando en el ítem de la

práctica pedagógica.

De acuerdo con lo estipulado en la Resolución 18583 de 2017, la cual determina en su párrafo 3.2 lo siguiente:

La práctica pedagógica y educativa hace referencia a los procesos de apropiación de saberes y prácticas que conforman el ejercicio profesional del licenciado. Se entiende por práctica pedagógica el proceso de formación, conceptualización, observación, transposición, interacción o intervención, investigación, innovación y experimentación en escenarios escolares. En ella se reconocen la observación, la inmersión y la investigación, como ejercicios a partir de los cuales el futuro docente se apropia y comprende el sentido formativo de los escenarios propios del desempeño profesional. Se entiende por práctica educativa el proceso de formación, conceptualización, investigación e intervención adelantadas en múltiples contextos socioculturales y con diversos grupos poblacionales.

La práctica docente, ejercida mediante la experiencia directa en aula, hace parte de la práctica pedagógica. A través de ella, los educadores en formación deben comprender y apropiarse las dinámicas en diversos ambientes de aprendizaje, en el aula y su contexto, para reconocer las diferencias y modalidades de la formación de niños, niñas, adolescentes, jóvenes y adultos, y asociarla con el campo de formación y la disciplina que se enseña.

La práctica pedagógica y educativa puede tener en cuenta, igualmente, el desarrollo de experiencias formativas que involucren tanto el ejercicio docente en el aula como el diseño y cualificación de los proyectos educativos institucionales, los manuales de convivencia, los proyectos de carácter transversal o la formación específica en am-

bientes comunitarios.

Para obtener, renovar o modificar el registro calificado, las instituciones de educación superior deben demostrar la celebración de convenios con instituciones educativas para el desarrollo de las prácticas pedagógicas, o contar con escenarios propios para el desarrollo de dichas prácticas; vale decir, escuelas, colegios o institutos adscritos a las universidades como espacios formativos pertinentes y relacionados con el futuro desempeño profesional y laboral de los licenciados.

La práctica pedagógica y educativa requiere por lo menos 40 créditos presenciales del plan de estudios del programa académico, los cuales se pueden desarrollar en escenarios y actividades que posibiliten los siguientes tipos de práctica:

- La contextualización y reconocimiento de los procesos formativos que se desarrollan en diversos escenarios y proyectos educativos.
- Los procesos de conceptualización y análisis de la práctica pedagógica y educativa.
- La sistematización de las experiencias de la práctica pedagógica y educativa.
- La evaluación y formulación de transformaciones que cualifiquen las prácticas pedagógicas y educativas.
- El diseño de ambientes de aprendizaje incluyentes sustentados en referentes pedagógicos, disciplinares y didácticos.
- El análisis y cualificación de procesos de organización, gestión y administración de instituciones educativas.

- La comprensión y transformación de ámbitos educativos no formales y de organizaciones comunitarias y sociales.
- La apropiación y el uso pedagógico de mediaciones educativas propias de la educación abierta y a distancia, con el uso de medios masivos de comunicación y tecnologías de la información y la comunicación.
- El ejercicio docente basado en la conceptualización en torno a los procesos pedagógicos en instituciones de los distintos niveles y modalidades del sistema educativo nacional (MEN, 2017, p. 8).

Según las anteriores consideraciones, al momento de presentar el desarrollo que se viene realizando por parte del programa de Licenciatura en Matemáticas, se hace pertinente un modelo en el que se describan los eventos utilizados a través de un periodo determinado para lograr avanzar en el desarrollo de la práctica pedagógica como uno de los ejes principales para obtener el registro calificado. Pensando en eso y considerando las posibilidades que existen, se debe tener en cuenta que si se interviene con un modelo que presente de manera acertada y sencilla el control que se viene desarrollando por parte del programa a la práctica pedagógica, las conclusiones que se presenten al final serán más acertadas y creíbles gracias a todos los factores que se necesitan analizar para proceder con la construcción de la simulación.

Es de resaltar que un modelo dinámico cumple ampliamente con los requerimientos, pues permite resaltar, especificar e implementar aspectos en un sistema para lograr relacionar sucesos y estados presentes a lo largo de un sistema en determinada cantidad de tiempo, permitiendo obtener resultados afines a lo esperado en el programa para el enfoque de la práctica pedagógica.

Objetivos

Objetivo general

Simular el proceso de práctica pedagógica y educativa del programa de Licenciatura en Matemáticas, implementando el modelado dinámico de sistemas, a través del programa STELLA que permita visualizar y comprender su comportamiento y evolución en el campo de la formación para la educación.

Objetivos específicos

- Reconstruir el proceso de práctica pedagógica y educativa a partir de la experiencia acumulada en el programa para dar soporte al proceso de modelado.
- Modelar el proceso de práctica pedagógica a través de la implementación del programa STELLA para garantizar su coherencia con la reglamentación vigente.
- Construir un simulador que permita en el futuro explorar los factores que poseen más alto impacto en el programa de Licenciatura en Matemáticas, en el área de práctica pedagógica y educativa.

Sección II

Marco referencial

Marco geográfico

Figura 3.1. Cobertura Departamental
UCundinamarca.



Fuente: Universidad de Cundinamarca

Cundinamarca es uno de los 32 departamentos de Colombia y tiene una superficie de 24.210 km²; su población es de aproximadamente 2.680.041 habitantes (excluyendo Bogotá) y 10.558.824 incluyendo Bogotá. El departamento fue creado el 5 de agosto de 1886 y está situado en el centro del país con Bogotá como capital.

La Universidad de Cundinamarca tiene presencia en nueve puntos estratégicos del departamento. La sede principal y administrativa está ubicada en el municipio de Fusagasugá, en donde nació la institución hace más de 45 años como Instituto Técnico Universitario de Cundinamarca (ITUC), mediante la Ordenanza 045 del 19 de diciembre de 1969. A partir de entonces ha extendido su oferta académica a lo largo del territorio cundinamarqués con dos seccionales (Girardot y Ubaté) y cinco extensiones (Chía, Chocontá, Facatativá, Soacha y Zipaquirá), permitiendo que cada vez más personas puedan acceder a los diversos programas académicos de las siete facultades que tiene la universidad. Además, tiene ubicadas las direcciones de Proyectos Especiales, Relaciones Interinstitucionales y Control Interno Disciplinario en Bogotá (UDEEC, 2018).

La Universidad de Cundinamarca, en las disposiciones legales y los fundamentos institucionales, presenta el Proyecto Educativo Institucional (PEU) Cundinamarca, que se constituye en el marco que guía el quehacer de la institución y consagra su compromiso con la sociedad colombiana hacia el futuro, en un contexto epistemológico, social y político que responde a las necesidades de formación de ciudadanos con sólidos principios éticos, humanos y altamente calificados, aspectos que serán la impronta de una institución que trabaja por el desarrollo de Cundinamarca y de Colombia, con un aporte significativo al contexto global.

Marco legal

En lo establecido por la ley durante los últimos años, se han realizado varios cambios a los estatutos de ley en cuanto al diseño y alcance que deben tener las prácticas pedagógicas en las instituciones de educación superior, al ser estas las encargadas de generar los cambios pertinentes para el futuro de sus respectivas carreras. Se hace imperativo señalar en los límites legales, lo especificado para las prácticas pedagógicas y educativas descritas en la Resolución 18583 del 15 de septiembre de 2017, la cual en su apartado 3.2 contempla nuevos horizontes para que las licenciaturas cumplan con las expectativas requeridas por el MEN. Debido a lo anteriormente mencionado y especificando en la Universidad de Cundinamarca, sede Fusa-gasugá, se considera reestructurar el manejo interno que se le da a los procesos de la práctica pedagógica y educativa, tomando como base el trabajo de maestría del docente César Trujillo, y se publica un acuerdo el 20 de octubre de 2017, el cual dice:

EL CONSEJO DE LA FACULTAD DE EDUCACIÓN DE LA UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA, en el ejercicio de sus atribuciones legales y reglamentarias, en especial las conferidas por la Ley 30 de 1992 y el Acuerdo 010 del 2002 Estatuto General y,

CONSIDERANDO

Que según la Constitución Política de Colombia la educación es “un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura” (art. 67).

Que la Ley 30 de 1992 en sus artículos 28, 29, 57 y 120 reconoce la Autonomía Universitaria consagrada en la Constitución Política de Colombia y el derecho de las universidades a dar y modificar sus estatutos; a designar sus autoridades académicas, docentes, científicas y culturales; definir y organizar sus labores formativas, académicas; a adoptar el régimen de alumnos y docentes; a arbitrar y aplicar sus recursos para el cumplimiento de su misión social y de su función institucional.

Que el artículo 109 de la Ley 115 de 1994 establece la formación de un educador de la más alta calidad científica y ética; el desarrollo de la teoría y la práctica pedagógica como parte fundamental del saber del educador; y el fortalecimiento de la investigación en el campo pedagógico y en el saber específico, para los programas de pregrado y posgrado en los diferentes niveles y formas de prestación del servicio educativo.

Que la Resolución 18583 del 15 de septiembre de 2017 del Ministerio de Educación Nacional, por la cual se ajustan las características específicas de calidad de los programas de licenciatura para la obtención, renovación o modificación del registro calificado y se deroga la Resolución 2041 de 2016, en el artículo 2 numeral 3.2 establece los lineamientos para la Práctica Educativa y Pedagógica.

Que la Facultad de Educación de la Universidad de Cundinamarca requiere crear un Reglamento de Práctica Educativa y Pedagógica que se aplique al programa de Licenciatura en Matemáticas acorde con las normas constitucionales, legales, reglamentarias, y con los compromisos para con la sociedad como universidad pública.

Que la Práctica Educativa y Pedagógica del pro-

grama de Licenciatura en Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Cundinamarca en su carácter teórico y práctico hace parte de la formación de maestros y se apoya en la pedagogía como disciplina fundante y en las didácticas específicas.

ACUERDA

Que las prácticas educativas y pedagógicas se desarrollan con asistencia de estudiantes y supervisión de docentes en distintas partes o zonas de Cundinamarca a nombre de la Universidad de Cundinamarca.

Que es necesario establecer normas y mecanismos de planificación, ejecución, evaluación y control que permitan el normal desarrollo de cada una de las prácticas educativas y pedagógicas que se realicen (UCundinamarca, 2017, p. 1).

En los acuerdos del Estado colombiano, y tomando como base la Ley General de Educación Nacional, se brinda una mirada amplia sobre las leyes que protegen este tipo de trabajos y brindan en su totalidad la justificación de los procesos que se llevan a cabo en las instituciones educativas de educación superior. Se toma la siguiente cita:

La Ley General de Educación, Ley 115 de 1994, en su artículo 109 establece como propósito de la formación de educadores, “formar un educador de la más alta calidad científica y ética, desarrollar la teoría y la práctica pedagógica como parte fundamental del saber del educa-

dor, fortalecer la investigación en el campo pedagógico y el saber específico; y preparar educadores a nivel de pregrado y posgrado para los diferentes niveles y formas de prestación del servicio educativo” (MEN, 1994, p. 20).

En este marco, la práctica pedagógica se concibe como un proceso de autorreflexión, que se convierte en el espacio de conceptualización, investigación y experimentación didáctica, en el cual el estudiante de licenciatura aborda saberes de manera articulada y desde diferentes disciplinas que enriquecen la comprensión del proceso educativo y de la función docente en él. Este espacio desarrolla en el estudiante de licenciatura la posibilidad de reflexionar críticamente sobre su práctica a partir del registro, análisis y balance continuo de sus acciones pedagógicas, en consecuencia, la práctica promueve el desarrollo de las competencias profesionales de los futuros licenciados.

En el *Sistema Colombiano de Formación de Educadores y Lineamientos de Política* (2013), el MEN reconoce la pedagogía, la investigación y la evaluación como ejes de articulación que son transversales a la formación inicial, en servicio y avanzada de los educadores, en los cuales la práctica pedagógica, el diseño curricular, la identidad y el rol del docente actúan como puntos de confluencia. Particularmente, en formación inicial se da relevancia a la necesidad de involucrar la comprensión reflexiva de la práctica pedagógica con la finalidad de contribuir en la consolidación y conformación del saber y el conocimiento pedagógico y didáctico fundamentales en la labor educadora.

Marco de antecedentes

En el PEU Cundinamarca se expresan los postulados o referentes esenciales que definen la naturaleza e identidad de la Universidad de Cundinamarca. Así mismo, el PEU es un acuerdo pluriestamental, producto de la reflexión crítica y la discusión colegiada, en unas instancias de participación legítima que garantiza en todo momento el respeto por la diferencia entre los estamentos que integran la comunidad universitaria.

La resignificación del Proyecto Educativo Institucional (PEI) surge de la necesidad de lograr acuerdos en la institución, de ahí que en este se intente reflexionar con el ánimo de clarificar las convicciones y sus alcances; se trata de acordar y fijar propósitos, intenciones y también formas particulares de organizar el trabajo. Como consecuencia de esa construcción reflexiva, se acuerdan principios o criterios comunes de carácter pedagógico, didáctico, organizacional, de orientación y gestión. Por consiguiente, el PEU Cundinamarca constituye una herramienta que, a manera de marco de actuación, recoge la explicitación de principios y de acuerdos que servirán para tomar, guiar y orientar coherentemente las decisiones que se tomen y las prácticas que las personas y los grupos desarrollen en la universidad en una construcción colectiva que orientará y fundamentará la formulación del Plan de Desarrollo Institucional y los proyectos educativos de los diferentes programas académicos.

La dinámica de los procesos que se iniciaron en el seno de la comunidad académica y las nuevas realidades que enfrenta la institución, señalan las metas de logro para el corto y mediano plazos, que se concretarán en planes, programas y proyectos, los cuales, a partir de un proceso dinámico de planeación y supervisión, pondrán en funcio-

namiento los responsables de liderar la gestión académica y administrativa en la universidad.

En consecuencia, la Universidad de Cundinamarca asume el compromiso de ser un agente de la transmodernidad, caracterizada como una realidad académica, científica, visible, dinámica, abierta, reflexiva, crítica, sustentable, capaz de incorporar en su razón de ser los consensos de la humanidad, con el fin de darles respuesta efectiva y de impacto.

Por todo lo anterior, el PEU Cundinamarca se construyó con los siguientes preceptos:

1. Educar para la vida, los valores democráticos, la civilidad y la libertad.
2. Formar no solo profesionales, sino hacer de la comunidad académica un conjunto de seres humanos integrales, responsables y solidarios. En este sentido, se busca formar un ciudadano del mundo, donde la universidad integre los valores del departamento, la región y el país; los valores globales de los derechos humanos; el respeto por la diversidad étnica, cultural y personal; la equidad de género y el desarrollo sostenible.
3. Concebir al profesor como sujeto libre, transformador, colaborativo, gestor de conocimiento, quien hace posible la universidad pública del siglo XXI. Así mismo, al estudiante como centro del proceso de formación, creador de oportunidades, autónomo, crítico y propositivo; garante de un graduado innovador, emprendedor y generador de empleo.
4. Garantizar que la universidad sea una organización en constante transformación, agente de transmodernidad, caracterizada como una realidad académica, científica, visible, dinámica, abierta, reflexiva,

crítica, interconectada; cuya operación sea en tiempo real.

Creada en 1969, mediante la Ordenanza 045 del 19 de diciembre, como el Instituto Técnico Universitario de Cundinamarca (ITUC), según la cual se establece que el ITUC ofrecerá educación superior a hombres y mujeres que poseen título de bachiller o normalista, y que dará preferencia en un 90 % a estudiantes oriundos del departamento. Las actividades académicas iniciaron el 1 de agosto de 1970 en la sede de Fusagasugá con los programas de Tecnología Agropecuaria, Tecnología Administrativa y Secretariado Ejecutivo.

En abril de 1973 se iniciaron las labores en la seccional Ubaté, y los programas ofrecidos fueron: Administración de Empresas y Ciencias de la Educación. El programa de Educación comprendía un semestre básico que daba paso a dos carreras: Matemáticas e Idiomas.

El 4 de marzo de 1974 se iniciaron actividades en la seccional Girardot con los programas de Enfermería, Biología y Química, y Ciencias Sociales.

En 1981, por medio del Acuerdo 005 del Consejo Superior, se creó el Centro de Investigaciones del ITUC, organismo de vital importancia para reorientar y facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como para promover el desarrollo de las ciencias, las artes y las técnicas con el fin de buscar soluciones a los problemas de la sociedad.

El 18 de abril de 1986, mediante el Acuerdo 021 del Consejo Superior, se adoptó el reglamento para el personal docente de la institución.

En 1990, el ITUC solicitó al Ministerio de Educación Nacional el reconocimiento como Universidad de Cundinamarca. El 30 de diciembre de 1992, mediante la Resolución 19530, se establece el reconocimiento institucional.

- **Misión**

La Universidad de Cundinamarca es una institución pública local del siglo XXI, caracterizada por ser una organización social de conocimiento, democrática, autónoma, formadora, agente de la transmodernidad, que incorpora los consensos mundiales de la humanidad y las buenas prácticas de gobernanza universitaria, cuya calidad se genera desde los procesos de enseñanza-aprendizaje, ciencia, tecnología e innovación, e interacción universitaria.

- **Visión**

La Universidad de Cundinamarca será reconocida por la sociedad, en los ámbitos local, regional, nacional e internacional, como generadora de conocimiento relevante y pertinente, centrada en el cuidado de la vida, la naturaleza, el ambiente, la humanidad y la convivencia.

- **Objetivos institucionales**

La Universidad de Cundinamarca consagra como objetivos:

- a. Promover el conocimiento y la reafirmación de los valores humanos, la cultura y la incorporación integral de los colombianos a los beneficios que de ella se deriven.
- b. Contribuir al estudio y desarrollo de tecnologías para la protección y el aprovechamiento de los recursos naturales, la preservación de la vida en el planeta, la sostenibilidad con la naturaleza y el ambiente.
- c. Fomentar la formación profesional, en el marco de la cultura, la ciencia, la tecnología y la innovación en el ámbito superior, y el servicio a la comunidad a través de la interacción social orientada al desarrollo que requiere el departamento y el país.
- d. Adelantar programas pertinentes a los intereses de las poblaciones vulnerables, en los aspectos urbano y rural, del departamento de Cundinamarca.
- e. Fomentar la formación integral, sobre bases científicas, éticas y humanísticas, para la ocupación,

el trabajo y el libre desarrollo de la personalidad, con el fin de que se integren con eficiencia y responsabilidad a las dimensiones axiológicas, profesionales, científicas, artísticas y de servicio social que requiera el departamento y el país. Así mismo, propender por una educación para la vida que favorezca los valores democráticos, la civildad y la libertad.

- f. Evaluar de manera continua el quehacer institucional, tomando como referencia lo consagrado en el Proyecto Educativo Institucional y su Plan de Desarrollo.
- g. Consolidar la presencia institucional en el contexto científico y académico, nacional e internacional, a través de resultados producto de competencias y habilidades de la comunidad universitaria UCundinamarca.
- h. Propiciar la integración de la Universidad con los diferentes sectores sociales de los ámbitos local, departamental y nacional, con el propósito de ser un factor de desarrollo social, económico y político.
- i. Contribuir al desarrollo de los niveles educativos que le preceden, buscando facilitar su articulación a la educación superior y el logro de sus correspondientes fines.
- j. Formar un educador de la más alta calidad científica y ética, desarrollar la teoría y la práctica pedagógica como parte fundamental del saber del educador, fortalecer la investigación en el campo pedagógico y el saber específico; y preparar educadores a nivel de pregrado y posgrado para los diferentes niveles y formas de prestación del servicio educativo (Ley 115 de 1994) demanda de los programas de licenciatura, una intención manifiesta por dar relevancia a la necesidad de involucrar la comprensión reflexiva de la práctica pedagógica mediante escenarios de encuentro entre los procesos de formación con las realidades educativas y situaciones que se originan en el ambiente educa-

tivo. Para ello, se requiere diseñar espacios formativos que propendan por el desarrollo de las competencias necesarias para el efectivo desempeño del futuro licenciado buscando el desarrollo de su capacidad para aprehender y apropiarse el contenido disciplinar desde la perspectiva de interdependencia entre qué enseñar y cómo enseñar, como una unidad intencionalmente orientada a lograr más y mejores aprendizajes y una formación integral en sus estudiantes. (MEN, s. f.)

Teniendo en cuenta el documento maestro, en la práctica pedagógica existen diferentes factores que influyen en su desarrollo, se encuentra que muchos de estos aspectos son ajenos a las instituciones educativas, pero que de una u otra forma intervienen al momento de cumplir con los objetivos de la práctica pedagógica.

Se debe considerar que el desarrollo de la práctica pedagógica busca afinar habilidades profesionales para obtener un producto adecuado de acuerdo con los requerimientos que se presenten en el ámbito educativo.

Uno de los puntos que se deben analizar es la transformación educativa, ya que depende de las acciones que tomen cada uno de los docentes en formación; todo depende del manejo que se realice y de las acciones que este tome para determinar resultados próximos a los planeados al momento de iniciar una práctica pedagógica.

En el programa de Licenciatura en Matemáticas, se estipulan algunos estándares que se deben cumplir para lograr una buena práctica pedagógica. Algunos de estos enfatizan una relación estrecha entre los conocimientos adquiridos con la teoría, y los procesos de práctica que se desarrollan. Por este motivo se debe tener cuidado al momento de llevar a cabo todos los procesos de la práctica pedagógica.

Según la posición fenomenológica de Herbart, “de la praxis no se puede aprender nada de un modo inmediato para la actividad educativa”. Por este motivo, “la educación necesita una teoría.

La mediación entre teoría y práctica tiene que hacerla también el educador en la praxis y a través del tacto educativo”. Para tener en cuenta todos los aspectos por desarrollar en una práctica pedagógica, los procesos de enseñanza-aprendizaje se fundamentan básicamente desde los pensamientos especificados en el programa de Licenciatura en Matemáticas, pues cada uno de estos referentes incluye mecanismos que ayudan a lograr una innovación por parte de los docentes en formación en los ámbitos de educación en los cuales se están desempeñando.

Uno de los objetivos de la Licenciatura en Matemáticas en su práctica docente es que los estudiantes que están en proceso de formación adquieran la experiencia necesaria que permita afianzar todos los conocimientos que fueron previamente adquiridos durante el proceso de formación. Por este motivo, cada uno de los pensamientos está enfocado en la formación de profesionales con características adecuadas para la aplicación de la matemática y de la educación en esta área.

Por tanto, se han estipulado unos espacios en la Licenciatura en Matemáticas para hacer énfasis en la práctica pedagógica.

Los diferentes tipos de modelación permiten en un campo de acción procesos que contribuyen a la construcción de conocimiento, al ser estas herramientas eficaces para la representación de temas que para la simple visualización son demasiado abstractos para tomarse desde un punto de vista más básico; por esta razón, al abordar un tema en el cual no es fácil de reconocer varios de los causales que desembocan a un sistema totalmente conformado, se requiere un sistema de apoyo que ayude a representar lo que se busca de una manera eficiente. Debido a esta referencia

es que en el proceso de construcción de conocimiento, se recurre al sistema de modelación dinámico que permite, en sus muchos alcances, realizar una representación de abstracciones, brindando así mismo una comprensión más acertada del tema que se está abordando.

Sin embargo, para poder llegar a este punto, se ha realizado un proceso a través de la historia que ha hecho evolucionar a los tipos de modelos matemáticos; por tanto, cabe resaltar que la sociedad ha experimentado en los últimos tiempos un cambio de una sociedad industrial a una sociedad basada en la información. Dicho cambio implica una transformación de las matemáticas que se enseñan en todas las instituciones, si se pretende que los estudiantes de hoy sean ciudadanos realizados y productivos en el siglo que viene. Actualmente, con la aparición de la era informática, uno de los énfasis que se hace es la búsqueda y construcción de modelos matemáticos. La tecnología moderna sería imposible sin las matemáticas y prácticamente ningún proceso técnico podría llevarse a cabo en ausencia del modelo matemático que lo sustenta.

La resolución de problemas, en un amplio sentido, se considera siempre en conexión con las aplicaciones y la modelación. La forma de describir esa interrelación entre el mundo real y las matemáticas es la modelación. Los elementos básicos de la construcción de modelos se presentan a través de la siguiente figura propuesta por el matemático holandés Hans Freudenthal, quien afirma que el núcleo básico del currículo de matemáticas en la escuela debe ser el aprendizaje de las estrategias de matematización. El punto de partida de la modelación es una situación problemática real, la cual debe ser simplificada, idealizada, estructurada, sujeta a condiciones y suposiciones, y debe precisarse más, de acuerdo con los intereses del que resuelve el problema. Esto conduce a una formulación del problema, que por una parte aún contiene las características esenciales de la situación original, y por otra parte está ya tan esquematizada que permite una aproximación con medios matemáticos.

Los datos, conceptos, relaciones, condiciones y suposiciones del problema enunciado matemáticamente deben trasladarse a las matemáticas, es decir, deben ser matematisados y así resulta un modelo matemático de la situación original. Dicho modelo consta esencialmente de ciertos objetos matemáticos, que corresponden a los “elementos básicos” de la situación original o del problema formulado, y de ciertas relaciones entre esos objetos, que corresponden también a relaciones entre esos “elementos básicos”.

El proceso de resolución de problemas continúa mediante el trabajo de sacar conclusiones, calcula y revisa ejemplos concretos, aplica métodos y resultados matemáticos conocidos, como también desarrollando otros nuevos. Los computadores se pueden utilizar también para simular casos que no son accesibles desde el punto de vista analítico. En conjunto, se obtienen ciertos resultados matemáticos.

Estos resultados tienen que ser validados, es decir, se tienen que volver a trasladar al mundo real, para ser interpretados en relación con la situación original. De esta manera, el que resuelve el problema también valida el modelo, si se justifica usarlo para el propósito que fue construido.

Cuando se valida el modelo pueden ocurrir discrepancias que conducen a una modificación del modelo o a su reemplazo por uno nuevo. En otras palabras, los procesos de resolución de problemas pueden requerir devolverse o retornar varias veces. Sin embargo, en ocasiones, ni siquiera varios intentos conducen a resultados razonables y útiles, tal vez porque el problema simplemente no es accesible al tratamiento matemático desde el nivel de conocimientos matemáticos del que trata de resolverlo.

Cuando se consigue un modelo satisfactorio, este se puede utilizar como base para hacer predicciones acerca de la situación problemática real u objeto modelado, para tomar decisiones y para emprender acciones.

La capacidad de predicción que tiene un modelo matemá-

tico es un concepto poderoso y fundamental en las matemáticas. Se considera además la matematización como el proceso desde el problema enunciado matemáticamente hasta las matemáticas y la modelación o la construcción de modelos como el proceso completo que conduce desde la situación problemática real original hasta un modelo matemático.

Treffers y Goffree (1985) describen la modelación como “una actividad estructurante y organizadora, mediante la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se utilizan para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas” (MEN, 1998, p. 10).

El proceso de modelación no solamente produce una imagen simplificada sino también una imagen fiel de alguna parte de un proceso real preexistente. Más bien, los modelos matemáticos también estructuran y crean un pedazo de realidad, dependiendo del conocimiento, intereses e intenciones del que resuelve el problema.

Estos mismos autores proponen que para transferir la situación problemática real a un problema planteado matemáticamente, pueden ayudar algunas actividades como:

- Identificar las matemáticas específicas en un contexto general.
- Esquematizar.
- Formular y visualizar un problema en diferentes formas.
- Descubrir relaciones.
- Descubrir regularidades.
- Reconocer aspectos isomorfos en diferentes problemas.
- Transferir un problema de la vida real a un problema matemático.
- Transferir un problema del mundo real a un modelo matemático conocido.

Una vez que el problema ha sido transferido a un problema más o menos matemático, este problema puede ser atacado y tratado con herramientas matemáticas, para lo cual se pueden realizar actividades como:

- Representar una relación en una fórmula.
- Probar o demostrar regularidades.
- Refinar y ajustar modelos.
- Utilizar diferentes modelos.
- Combinar e integrar modelos.
- Formular un concepto matemático nuevo.
- Generalizar.

La generalización se puede ver como el nivel más alto de la modelación. (Martínez *et al.*, 2015)

Para realizar un proceso de modelación efectivo existen fases que están ampliamente involucradas. Carlos Mario Jaramillo López, egresado de la Universidad de Antioquia, en su trabajo *Modelación y estructuras matemáticas*, expresa que existen cuatro niveles que se deben alcanzar para hacer un proceso efectivo de modelación:

Experimentación: obtención de análisis y datos del fenómeno.

Abstracción: selección de variables, establecimiento de conjeturas, formulación de hipótesis.

Resolución: se simbolizan las hipótesis y conjeturas por medio de un lenguaje matemático coherente, y se utilizan herramientas matemáticas para resolver el problema.

Validación: es el momento cuando se acepta o no el modelo, y se realiza una confrontación de los datos con los resultados del modelo.

Como afirma Medina Molina (2007):

La sistemodinámica es una metodología general desarrollada en los años sesenta por el profesor de ingeniería Jay Forrester del MIT para analizar fenómenos dinámicos de cualquier índole mediante la construcción de modelos simulables con la ayuda del ordenador. La sistemodinámica propone que existe una analogía entre cualquier sistema dinámico y un sistema hidráulico de vasos comunicantes. Esto equivale a suponer que los comportamientos complejos que ocurren a nuestro alrededor pueden describirse y explicarse mediante sistemas de propiedades que forman estructuras de niveles (*stocks*) y flujos (*flows*) articulados en bucles (*loops*) de realimentación (Molina, J., 2007, p. 15).

Marco teórico

Para reconocer el vínculo entre algunos procesos relevantes en la historia de las matemáticas y la educación matemática, se hace referencia a Biembengut y Hein (2007), que conciben la modelación matemática como un proceso que se implica en la obtención de un modelo; adicionalmente, Bassanezi (2002) afirma que dicho proceso tiene un carácter dinámico y que no solo se usa para la obtención del modelo sino para su validación; dice también que la mode-

lación: “Es una forma de abstracción y generalización con el propósito de predecir tendencias. El modelado consiste esencialmente en el arte de transformar situaciones de la realidad en problemas matemáticos cuyas soluciones deben ser interpretadas en el lenguaje habitual” (p. 24).

Se puede identificar procesos propios de un proceso de recoger la información, sistematización, validación, entre otros aspectos relevantes y que, de acuerdo con Bassanezi y Biembengut (1997) y Bassanezi (2002) un proceso de modelación implica:

Experimentación, en esta actividad se obtienen los datos, se realizan observaciones, se disponen las herramientas. En este sentido, Galileo hizo experimentos de variación cuadrática.

Abstracción, entendiendo que es el momento que debe llevar a la formulación de los modelos matemáticos, en el que se busca establecer: selección de variables, problematización o formulación de los problemas en lenguaje matemático y con conceptos propios del área en que se está trabajando, en el caso de Galileo, la cinemática; también el establecimiento de hipótesis, simplificación en el sentido de volver más simple el problema. Así, el mismo autor menciona a Galileo como precursor en este sentido.

Resolución, referida a la transposición del lenguaje natural al modelo matemático.

Validación, es decir la aceptación o no del modelo propuesto por las actividades anteriores, en la que se confrontan los datos empíricos, predicciones y valores en relación con la realidad.

Modificación, ya que ningún modelo debe ser considerado definitivo.

El hecho de explicar un evento en sí mismo mediante una expresión matemática, como resultado final, no es modelación o modelización, ya que traducir en lenguaje matemático una "realidad" es una matematización de ella.

En cuanto a concebir la modelación como el proceso en el que se obtiene un modelo, Badiou (1978) argumenta que es interesante al concebir al modelo matemático como un modelo abstracto, ya que "se trata, en rigor, de un haz de hipótesis al que suponemos relativamente completo en el campo estudiado y cuya coherencia y cuyo posterior desarrollo deductivo quedan garantizados por una codificación generalmente matemática" (p. 15), del que también afirma que tales construcciones deductivas han nacido de una convergencia histórica y define al modelo en general como "un cuerpo de enunciados gracias al cual esa convergencia histórica se ha visto integrada en un discurso único" (p. 15), al cual la cosmología se ha vinculado en cuanto al idealismo del modelo, como vía cercana para su explicación.

Sin embargo, suele confundirse que el modelo es la replicación de la realidad con la idea de la actividad científica del hombre frente a los objetos que han sido creados por él, como las matemáticas; por lo tanto, como ya se había mencionado, el modelo es una idealización de esa realidad. Badiou (1978) expresa también que "el modelo no es una transformación práctica de lo real, de su realidad, ya que pertenece al registro de la invención pura y está dotada de una 'irrealidad' formal" (p. 15). Y añade que "para la epistemología de los modelos, la ciencia no es un proceso de transformación práctica de lo real, sino la fabricación de una imagen plausible" (p. 21), y de esto se generan algunas condiciones sobre los modelos como consecuencia de su definición, entre ellas que se parezcan a la realidad en todos los aspectos relevantes para la investigación que se persigue. De esta manera, su parecido con la realidad es, según él, un requisito para que el funcionamiento del modelo sea significativo. Esto propone una superación de la cosmovisión de los siglos XVI y XVII, pero en cuanto a la

lectura de la actividad científica de entonces puede decirse que el modelo fue la teoría que fue modificándose hasta hoy, con el fin de ofrecer una imagen del entorno: los conceptos van modificándose también, los modelos son dinámicos, las prácticas e intereses de los científicos ahora no son las mismas, por lo tanto estas imágenes cambian, pero no cambian por sí solas, cambian con base en una historia en la que tienen lugar los cambios y las reestructuraciones de los modelos.

Marco conceptual

La modelación matemática presenta en el mundo real algunas situaciones que requieren soluciones y a la vez toma de decisiones. Algunos de estos problemas tienen un aspecto matemático relativamente simple, e involucran el uso de una matemática elemental. Por otro lado, se encuentran otros fenómenos que están relacionados con otras ciencias o disciplinas (no específicamente vinculados con las matemáticas), que no son tan sencillos de analizar y requieren el uso de las variables que las comprenden, por esto la modelación se dividió en tres grandes grupos: modelación sistemática, modelación por medio de agentes y modelación dinámica.

Es en el área de la educación, y más enfocada en la práctica pedagógica y educativa, ya que es un tema que no es netamente matemático, sino en el cual intervienen variables que no son fácilmente cuantificables, entonces se hace uso del modelado dinámico, pues permite abordar este tipo de temas que necesitan cierto grado de abstracción para ser realizados. Tomando en cuenta esto, también se hace visible que la modelación mediante dinámica de sistemas añade valor a la experiencia educativa por medio de:

- Explicitar los modelos mentales de los estudiantes a través de la construcción de mapas conceptuales en la forma de diagramas de *stocks* y flujos.
- Ser adecuada para un modo de enseñanza de taller, centrado en el que aprende y no en el maestro.
- Reducir las barreras matemáticas para el estudio riguroso de sistemas complejos e interesantes.
- Proveer modelos genéricos o arquetipos que promueven la transferencia del aprendizaje en un dominio a diferentes dominios.
- Integrando la computadora y la mente en un sinergismo que hace crecer nuestras capacidades de construir y simular modelos formales.
- Reivindicar la importancia central del tiempo como una categoría fundamental para entender la realidad.

Si se es más específico, al enfocar el modelado dinámico al estudio de la práctica pedagógica que se ha venido desarrollando en el programa de Licenciatura en Matemáticas, podemos decir que al momento de realizar la construcción de un tema abstracto como el que se está desarrollando, el modelo permite dinamizar el proceso de creación pues potencia el uso combinado del cerebro y un ordenador, pues al momento de crear el modelo y simularlos en el computador ya no solo implica pensar en ¿cómo son las cosas?, sino que nos lleva más allá, a tal punto de preguntarnos ¿cómo cambias las cosas?

Al presentar un modelado dinámico en los aspectos que se están requiriendo por el Ministerio de Educación Nacional, se puede demostrar qué elementos se están utilizando para el desarrollo de la práctica pedagógica y cómo estos influyen en un determinado tiempo para lograr resultados;

si se toman en cuenta todos los aspectos, incluso se podría predecir qué elementos son los que presentan más importancia y cómo se deben utilizar para lograr el resultado más óptimo en los estándares que se están contralando en el sistema.

Sección III

Marco metodológico

Línea y tipo de investigación

La línea de investigación a la que pertenece el presente proceso es el *desarrollo del pensamiento matemático*, concebida como el eje integrador de las acciones de formación y aprendizaje que articula el currículo de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca desde el año 2004, y las acciones del Grupo de Investigación e Innovación en Modelación Matemática y Computacional (GIIMMYC).

El tipo de investigación que sustenta el presente proceso es la *modelación computacional* difundida desde mediados de los años 90, y que se ha expandido de modo sistemático para el estudio de procesos sociales en Antropología (Díaz Córdova, 2003), Economía (Heymann, 2009), Sociología (Gilbert, 1995), Arqueología (Barceló, 1993) y Ciencia Política (Axelrod, 2004).

Método y tipo de muestreo

Metodología dinámica de sistemas.

Población y muestra

Estudiantes de la Universidad de Cundinamarca, sede Fugasugá, del programa Licenciatura en Matemáticas que cursan las materias de pensamiento numérico, pensamiento geométrico, pensamiento lógico, pensamiento funcional y variacional, pensamiento aleatorio, práctica docente I y práctica docente II.

Técnicas de recolección de información

Análisis de los registros documentales del programa de Licenciatura en Matemáticas.

Interpretación de información cualitativa y cuantitativa procedente de las diversas actividades asociadas a la práctica pedagógica y educativa.

Observación: diarios de campo, guías de observación, listas de chequeo, escalas de observación.

Instrumentos

Se utilizó el programa STELLA como base para la construcción del modelo dinámico, usando datos que se recolectaron mediante observación, principalmente.

Sistema de análisis de resultados

Se realiza a través de la observación y posterior análisis de

los modelos que se generan a partir del programa STELLA, teniendo como base para obtener los resultados más acertados, el comportamiento de una determinada cantidad de estudiantes al transcurso de un tiempo.

Fuentes primarias y secundarias

- Trabajo de maestría del docente César Trujillo Pulido: *Construcción del reglamento interno y de funcionamiento de la práctica pedagógica y educativa de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, Colombia.*
- Tesis presentada por Iñaki Morlán Santa Catalina: *Modelo de dinámica de sistemas para la implantación de tecnologías de la información en la gestión estratégica universitaria.*
- Artículo presentado por Joaquín Medina Molina: *Modelado de sistemas dinámicos y educación en ciencias e ingeniería.*
- Documento maestro, Universidad de Cundinamarca, proceso de acreditación 2017.
- Ministerio de Educación Nacional, *La práctica pedagógica como escenario de aprendizaje.*

Diseño metodológico

En el proceso de modelado se toma como base la metodología propia de la dinámica de sistemas, que está esquematizada de acuerdo con las siguientes fases:

- *Identificación del problema y análisis de comportamiento.* Se deben determinar las variables claves que intervienen en el proceso de Práctica Pedagógica y Educativa, se definen los límites

del modelo y se identifican las características que conforman el sistema.

- *Modelado cualitativo o causal del sistema.* Se realiza como hipótesis dinámica, se deben detectar cuáles son los elementos que se incluirán y tienen mayor importancia del sistema. Se realiza la construcción de los diagramas causales, los cuales mostrarán las relaciones que conectan a cada una de las variables, sin dejar de lado que estos diagramas solo recaudan información pero no presentan el resultado a cuestión del tiempo en el que se desarrolla el sistema.
- *Modelado cuantitativo.* Al utilizar el programa STELLA, el modelo matemático es capaz de simularse en un computador; para este proceso es necesario traducir los diagramas causales, a los llamados diagramas de Forrester o diagramas de niveles y flujos, que es necesario para poder realizar la construcción de las ecuaciones matemáticas que definen el comportamiento del sistema. Se definen las respectivas variables y se establecen los tiempos en los que la simulación tendrá su alcance definitivo.
- *Validación del sistema.* Se utiliza el modelo generado para demostrar la confiabilidad del sistema, verificando su coherencia al abordar el tema especificado, y brindando la seguridad del modelo ante los diferentes escenarios en los que se va a desarrollar.

Por último, se encuentra una quinta fase (pruebas de evaluación), en la que no se puede hacer énfasis, debido a que se pueden presentar varios cambios que deben ser realizados directamente en el sistema si se quiere desarrollar por parte del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, pues siempre existe la posibilidad de resistencia a ciertos cambios generados internamente; sin embargo, se deja abierto para el usua-

rio final y en caso dado para su actualización teniendo en cuenta los factores que se quieran desarrollar y evaluar en el futuro, ya sea en el mismo campo o en posteriores investigaciones que tengan relaciones con el sistema.

En este proceso de investigación se debe tener en cuenta la hipótesis dinámica generada a partir de la observación para comprender los alcances que puede tener después de haber recopilado la información y encontrar las variables que se consideran adecuadas para responder a las incógnitas que se han suscitado. A partir de este momento de la investigación, se hace necesario describir los comportamientos que puede tener el sistema, pues con estos se consigue tener una idea de cómo será la evolución de este al considerar las variables.

Seguido a este proceso se identifican cómo están relacionadas las variables en el sistema, así se puede tener una aproximación de cómo debe funcionar, pues es claro que cada una de estas variables dependen de las otras, por tanto, es necesario entender cómo funcionan unidas. Para realizar lo anterior, es necesario comenzar a diseñar los diagramas para evidenciar la estructura y entender cómo debe funcionar el mecanismo en el cual se va a desarrollar el sistema; todo dependerá de cómo se afecten las variables mutuamente y por supuesto esto estará representado como un enlace que tendrá un respectivo sentido dependiendo de cuál se encuentre en un punto de inicio o en un punto de llegada. Cada sentido tiene su respectiva influencia, esto quiere decir que puede sumar o restar a la variable con la que se encuentra conectada; así mismo, en el diagrama se pueden generar bucles de retroalimentación, dependiendo de las variables que se haya decidido tomar para construir el sistema, y no se pueden pasar por alto, pues teniendo en cuenta cómo se comporten aportan estabilidad al mecanismo o aportan un refuerzo, por tanto, es necesario tener muy en cuenta cuándo son necesarios en el sistema porque pueden cambiar el sentido total de todo el diagrama.

Al hacer la observación y escoger las variables más importantes para realizar el diagrama más apropiado, hay que considerar que el solo diagrama no alcanza para visualizar directamente el comportamiento del sistema, entonces se debe entender que este será cambiante de acuerdo con el tiempo, por tanto es imperativo incorporar la información sobre las variables, ya que el objetivo es poder analizar el comportamiento que puede tener la Práctica Pedagógica y Educativa. La simulación permite modificar la estructura en un momento en que se haga necesario, brindando así la oportunidad de probar nuevos tipos de enlace en los que se considere que se tendrá un mejor resultado, pero para esto se deben generar las ecuaciones matemáticas que van a definir el comportamiento final del sistema. Este proceso implica que se amplíe el conocimiento del sistema, pues al aportar las respectivas magnitudes a las variables toda la información crece y se hace más cercana a la realidad la simulación, por esto es importante y se ha tomado el programa STELLA para el diseño, ya que permite al usuario realizar esquemas y luego transformarlos a los respectivos diagramas que se van a utilizar para representar el sistema y por supuesto la simulación final, además que en el proceso se pueden realizar los cambios y las rectificaciones para que las conexiones en el sistema se consoliden como el modelo en su totalidad.

Por supuesto, en los sistemas dinámicos se entrelazan muchos temas y se está generando construcción nueva de conocimiento cada vez que se realiza la simulación de algún tema que se esté investigando; debido a esto, y pensando en la dirección que se está encaminando para la construcción de un sistema dinámico que represente la Práctica Pedagógica y Educativa, se requiere analizar que en los ámbitos educativos se toma de una manera diferente, es decir, se analizan los modelos de acuerdo con lo que se interviene. Por esta razón, Jennifer Sterling Groff (2013) en su tesis *El modelado de sistemas dinámicos en el diseño de sistemas educativos y formulación de políticas educativas*, afirma que:

Dada la magnitud y complejidad de muchos sistemas educativos nacionales, la dinámica de sistemas ofrece un conjunto de herramientas y una manera de pensar que no solo puede ayudar a desentrañar las complejidades y las claves de los sistemas existentes, sino que también nos ofrecen la alentadora esperanza de poder elaborar estratégicamente futuras políticas de sistema y estructuras que nos permitan crear sistemas educativos más eficaces (Sterling, 2013, p. 9).

Dicho esto, se necesita un cambio en la mirada que se está dando a la educación, no solo como una generalización, sino que gracias a los sistemas dinámicos se puede establecer pensando en un tema específico, y debido a que se requiere obtener un registro calificado en el programa de Licenciatura en Matemáticas, se aborda la creación de un modelo basado en la dinámica de sistemas, que permite realizar un análisis más preciso y confiable de lo que se está observando, por supuesto resaltando que se puede dar un proceso de cambio en cuanto a cómo se abordan los temas educativos, más específicamente la Práctica Pedagógica y Educativa que se realiza por parte del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, sede Fusagasugá.

Emilio Porta Pallais (2006) en su documento *Modelo de simulación para la planificación estratégica educativa: una herramienta para la planificación y el diálogo* utiliza los sistemas dinámicos para abordar un tema educativo en Guatemala y expone que:

El enfoque de Dinámica de Sistemas permite vincular en forma clara los diferentes insumos y resultados de un sistema, así como las relaciones que hay entre ellos. Adicionalmente, otorga la posibilidad de dividir un proceso complejo en diferentes subprocesos sin dejar de reconocer su integralidad (Porta Pallais, 2006, p. 17).

Es decir que los modelos dinámicos ya se han venido implementando en varios países en los que se quiere mostrar cómo tomando temas abstractos, se puede llegar a situaciones en las que se analizan temas en concreto. Debido a que el tema abordado se presenta como uno de alta complejidad, se busca realizar un modelo que permita dar una mirada sobre cómo el comportamiento del sistema determina en un tiempo específico la realidad del proceso de Práctica Pedagógica y Educativa de la Licenciatura en Matemáticas.

El presente trabajo contribuye activamente con el componente metodológico de la tesis de maestría del docente César Trujillo, pues está directamente enfocado al proceso de Práctica Pedagógica y Educativa, implementando una metodología de modelación computacional que se adelanta por la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca.

Unidades de estudio

Unidad de análisis

Procesos relacionados con el desarrollo de la Práctica Pedagógica y Educativa de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca.

Unidad de observación

Nivel de desarrollo de las competencias docentes de los estudiantes participantes en las diversas actividades relacionadas con la Práctica Pedagógica y Educativa del programa.

Variables

Conocimientos, desempeños y productos generados durante la Práctica Pedagógica y Educativa.

Población

Comunidad educativa de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca.

Muestra

Estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca.

Técnicas e instrumentos para utilizar

Análisis de los registros documentales del programa de Licenciatura en Matemáticas. Interpretación de información cualitativa y cuantitativa procedente de las diversas actividades asociadas a la Práctica Pedagógica y Educativa.

Sección IV

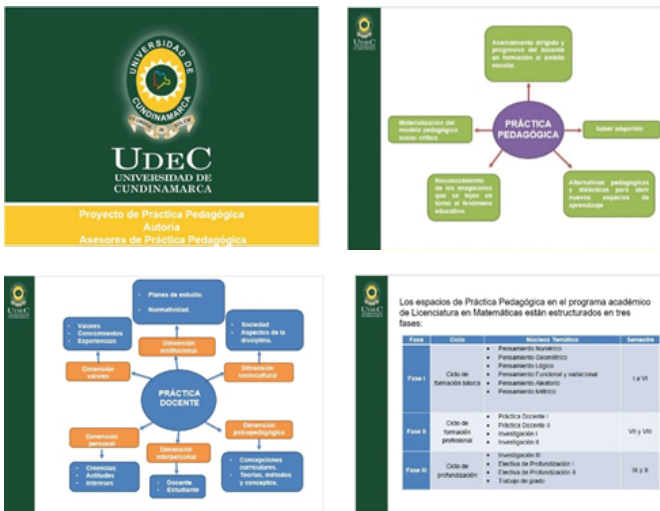
Derivación práctica

Identificación del problema y análisis del comportamiento

La fuente de información de esta etapa del proceso de modelación surge de la documentación que la comunidad académica del programa preparó, socializó y presentó en el campo de acción con motivo de las visitas de pares evaluadores en los procesos de acreditación de alta calidad y renovación de registro calificado para la Licenciatura en Matemáticas. A continuación, se presenta una síntesis de lo referenciado aquí como fuente documental.

Figura 3.2.

La práctica pedagógica en la UCundinamarca.



La Práctica Pedagógica en Instituciones Educativas en los ámbitos de Educación Formal en sector urbano y rural

En esta modalidad apunta en la fundamentación de distintos estilos de enseñanza-aprendizaje con la colaboración de los docentes de las instituciones educativas y mediante la construcción de propuestas curriculares, planes de estudio, proyectos de aula, unidades didácticas desde la disciplina o desde una perspectiva interdisciplinaria.

La Práctica Pedagógica e Investigación

Es aquella que se articula con los Proyectos de Investigación que están desarrollando los Maestros en formación inicial para su titulación como licenciados en Educación y se desarrollan en ámbitos educativos formales no formales e informales y los trabajos en similitud de investigación.

La Práctica Pedagógica y nuevos escenarios educativos

Indaga en la comprensión y transformación de ámbitos educativos no formales e informales (Urbanos y Rurales). Se pretende con esta modalidad que los estudiantes amplíen las posibilidades de construcción y reflexión del saber hacer docente, diseñen e implementen propuestas educativas acordes con las dinámicas culturales que se viven a nivel local y regional; fortalezcan los vínculos comunitario y profundicen en la comprensión de la multiplicidad de saberes y posibilidades de aprendizaje que entran en juego en diferentes organizaciones, instituciones y contextos.



PRÁCTICAS EDUCATIVAS DOCENTES AÑO 2013

PRÁCTICA EDUCATIVA (AÑO)	INSTITUCIÓN EDUCATIVA (MUNICIPIO)
13.01.01	Manzanilla (Municipio)
13.01.02	Manzanilla (Municipio)
13.01.03	Manzanilla (Municipio)
13.01.04	Manzanilla (Municipio)
13.01.05	Manzanilla (Municipio)
13.01.06	Manzanilla (Municipio)
13.01.07	Manzanilla (Municipio)
13.01.08	Manzanilla (Municipio)
13.01.09	Manzanilla (Municipio)
13.01.10	Manzanilla (Municipio)
13.01.11	Manzanilla (Municipio)
13.01.12	Manzanilla (Municipio)
13.01.13	Manzanilla (Municipio)
13.01.14	Manzanilla (Municipio)
13.01.15	Manzanilla (Municipio)
13.01.16	Manzanilla (Municipio)
13.01.17	Manzanilla (Municipio)
13.01.18	Manzanilla (Municipio)
13.01.19	Manzanilla (Municipio)
13.01.20	Manzanilla (Municipio)
13.01.21	Manzanilla (Municipio)
13.01.22	Manzanilla (Municipio)
13.01.23	Manzanilla (Municipio)
13.01.24	Manzanilla (Municipio)
13.01.25	Manzanilla (Municipio)
13.01.26	Manzanilla (Municipio)
13.01.27	Manzanilla (Municipio)
13.01.28	Manzanilla (Municipio)
13.01.29	Manzanilla (Municipio)
13.01.30	Manzanilla (Municipio)
13.01.31	Manzanilla (Municipio)

PRÁCTICAS EDUCATIVAS DOCENTES AÑO 2014

PRÁCTICA EDUCATIVA (AÑO)	INSTITUCIÓN EDUCATIVA (MUNICIPIO)
14.01.01	Manzanilla (Municipio)
14.01.02	Manzanilla (Municipio)
14.01.03	Manzanilla (Municipio)
14.01.04	Manzanilla (Municipio)
14.01.05	Manzanilla (Municipio)
14.01.06	Manzanilla (Municipio)
14.01.07	Manzanilla (Municipio)
14.01.08	Manzanilla (Municipio)
14.01.09	Manzanilla (Municipio)
14.01.10	Manzanilla (Municipio)
14.01.11	Manzanilla (Municipio)
14.01.12	Manzanilla (Municipio)
14.01.13	Manzanilla (Municipio)
14.01.14	Manzanilla (Municipio)
14.01.15	Manzanilla (Municipio)
14.01.16	Manzanilla (Municipio)
14.01.17	Manzanilla (Municipio)
14.01.18	Manzanilla (Municipio)
14.01.19	Manzanilla (Municipio)
14.01.20	Manzanilla (Municipio)
14.01.21	Manzanilla (Municipio)
14.01.22	Manzanilla (Municipio)
14.01.23	Manzanilla (Municipio)
14.01.24	Manzanilla (Municipio)
14.01.25	Manzanilla (Municipio)
14.01.26	Manzanilla (Municipio)
14.01.27	Manzanilla (Municipio)
14.01.28	Manzanilla (Municipio)
14.01.29	Manzanilla (Municipio)
14.01.30	Manzanilla (Municipio)
14.01.31	Manzanilla (Municipio)

PRÁCTICAS EDUCATIVAS DOCENTES AÑO 2015

PRÁCTICA EDUCATIVA (AÑO)	INSTITUCIÓN EDUCATIVA (MUNICIPIO)
15.01.01	Manzanilla (Municipio)
15.01.02	Manzanilla (Municipio)
15.01.03	Manzanilla (Municipio)
15.01.04	Manzanilla (Municipio)
15.01.05	Manzanilla (Municipio)
15.01.06	Manzanilla (Municipio)
15.01.07	Manzanilla (Municipio)
15.01.08	Manzanilla (Municipio)
15.01.09	Manzanilla (Municipio)
15.01.10	Manzanilla (Municipio)
15.01.11	Manzanilla (Municipio)
15.01.12	Manzanilla (Municipio)
15.01.13	Manzanilla (Municipio)
15.01.14	Manzanilla (Municipio)
15.01.15	Manzanilla (Municipio)
15.01.16	Manzanilla (Municipio)
15.01.17	Manzanilla (Municipio)
15.01.18	Manzanilla (Municipio)
15.01.19	Manzanilla (Municipio)
15.01.20	Manzanilla (Municipio)
15.01.21	Manzanilla (Municipio)
15.01.22	Manzanilla (Municipio)
15.01.23	Manzanilla (Municipio)
15.01.24	Manzanilla (Municipio)
15.01.25	Manzanilla (Municipio)
15.01.26	Manzanilla (Municipio)
15.01.27	Manzanilla (Municipio)
15.01.28	Manzanilla (Municipio)
15.01.29	Manzanilla (Municipio)
15.01.30	Manzanilla (Municipio)
15.01.31	Manzanilla (Municipio)

PRÁCTICAS EDUCATIVAS DOCENTES AÑO 2016

PRÁCTICA EDUCATIVA (AÑO)	INSTITUCIÓN EDUCATIVA (MUNICIPIO)
16.01.01	Manzanilla (Municipio)
16.01.02	Manzanilla (Municipio)
16.01.03	Manzanilla (Municipio)
16.01.04	Manzanilla (Municipio)
16.01.05	Manzanilla (Municipio)
16.01.06	Manzanilla (Municipio)
16.01.07	Manzanilla (Municipio)
16.01.08	Manzanilla (Municipio)
16.01.09	Manzanilla (Municipio)
16.01.10	Manzanilla (Municipio)
16.01.11	Manzanilla (Municipio)
16.01.12	Manzanilla (Municipio)
16.01.13	Manzanilla (Municipio)
16.01.14	Manzanilla (Municipio)
16.01.15	Manzanilla (Municipio)
16.01.16	Manzanilla (Municipio)
16.01.17	Manzanilla (Municipio)
16.01.18	Manzanilla (Municipio)
16.01.19	Manzanilla (Municipio)
16.01.20	Manzanilla (Municipio)
16.01.21	Manzanilla (Municipio)
16.01.22	Manzanilla (Municipio)
16.01.23	Manzanilla (Municipio)
16.01.24	Manzanilla (Municipio)
16.01.25	Manzanilla (Municipio)
16.01.26	Manzanilla (Municipio)
16.01.27	Manzanilla (Municipio)
16.01.28	Manzanilla (Municipio)
16.01.29	Manzanilla (Municipio)
16.01.30	Manzanilla (Municipio)
16.01.31	Manzanilla (Municipio)

PRÁCTICAS EDUCATIVAS DOCENTES AÑO 2017

PRÁCTICA EDUCATIVA (AÑO)	INSTITUCIÓN EDUCATIVA (MUNICIPIO)
17.01.01	Manzanilla (Municipio)
17.01.02	Manzanilla (Municipio)
17.01.03	Manzanilla (Municipio)
17.01.04	Manzanilla (Municipio)
17.01.05	Manzanilla (Municipio)
17.01.06	Manzanilla (Municipio)
17.01.07	Manzanilla (Municipio)
17.01.08	Manzanilla (Municipio)
17.01.09	Manzanilla (Municipio)
17.01.10	Manzanilla (Municipio)
17.01.11	Manzanilla (Municipio)
17.01.12	Manzanilla (Municipio)
17.01.13	Manzanilla (Municipio)
17.01.14	Manzanilla (Municipio)
17.01.15	Manzanilla (Municipio)
17.01.16	Manzanilla (Municipio)
17.01.17	Manzanilla (Municipio)
17.01.18	Manzanilla (Municipio)
17.01.19	Manzanilla (Municipio)
17.01.20	Manzanilla (Municipio)
17.01.21	Manzanilla (Municipio)
17.01.22	Manzanilla (Municipio)
17.01.23	Manzanilla (Municipio)
17.01.24	Manzanilla (Municipio)
17.01.25	Manzanilla (Municipio)
17.01.26	Manzanilla (Municipio)
17.01.27	Manzanilla (Municipio)
17.01.28	Manzanilla (Municipio)
17.01.29	Manzanilla (Municipio)
17.01.30	Manzanilla (Municipio)
17.01.31	Manzanilla (Municipio)

DOCENTES PRACTICANTES 2011-2017

AÑO	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	PRÁCTICA EDUCATIVA
2011-1	5	53
2012-1	13	9
2013-1	10	9
2014-1	11	53
2015-1	7	4
2016-1	0	11
2017-1	12	16
2012-2	20	9
2013-2	8	10
2014-2	14	9
2015-2	16	15
2016-2	16	15
2017-2	16	15



Fuente: Archivo documental
Lic, Matemáticas

En el proceso de construcción de los modelos que permiten ver las interacciones a las cuales está sujeta la Práctica Pedagógica y Educativa (PPyE), se encuentra que cada uno de los niveles propuestos por la Universidad de Cundinamarca, en coherencia con la reglamentación vigente establecida por el MEN, pueden ser representados utilizando las herramientas de modelado computacional.

Teniendo en cuenta las variables que se utilizan para la construcción de modelos basados en la dinámica de sistemas, en este caso para la PPyE, se definen los conceptos en los que se basa la construcción de los diagramas causales, esto con el fin de tener una mejor perspectiva de todo lo que recoge el modelo en el proceso de identificación de las relaciones causales presentes en sistemas complejos como la PPyE.

Para un acercamiento más preciso de los componentes del modelo, se toma como base el trabajo de maestría *Construcción del reglamento interno y de funcionamiento de la práctica pedagógica y educativa de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, Colombia*, presentado por el docente César Javier Trujillo, en el que se define el sistema de variables de la siguiente manera:

Formación y aprendizaje

A través de esta acción, la Universidad de Cundinamarca busca dar cumplimiento a los propósitos de formación in-

tegral de sus estudiantes, definidos en el modelo pedagógico en el marco de una educación humanista, liberadora, dialógica, flexible, emancipadora, crítica y compleja, que contribuya a la construcción de significados y sentidos. En suma, en esta función sustantiva se busca permanentemente el aseguramiento de la calidad de la formación y el aprendizaje (UDEEC, 2016).

Ciencia, tecnología, innovación

Desde este campo, la universidad asume la responsabilidad de fomentar el desarrollo de la ciencia, la tecnología y la innovación, y de la capacidad crítica, reflexiva y analítica, lo cual contribuye al avance y el fortalecimiento científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país (UDEEC, 2016).

Interacción universitaria

La interacción universitaria fomenta la vinculación y participación de sus graduados para enriquecer su quehacer personal y profesional, fortalecer su sentido de pertenencia y buscar una proyección en los ámbitos del entorno por medio de aportes en las diversas políticas y programas de la Universidad de Cundinamarca. Para este propósito será necesario graduar un estudiante innovador, emprendedor y, por ende, generador de empleo, que aporte en la solución de problemas de los entornos local, departamental y nacional, cumpliendo así la universidad su misión de formar un individuo para la vida, la democracia y la libertad (UDEEC, 2016).

Internacionalización

La universidad fortalecerá y apoyará las relaciones y comunicaciones entre diferentes instituciones de educación superior, centros de ciencia, tecnología e innovación, entidades públicas y privadas localizados prioritariamente en la región Andina. Así mismo, se fortalecerá la vinculación a redes y asociaciones nacionales e internacionales.

Además de la movilidad estudiantil y profesoral, se dará prioridad a la internacionalización del currículo, entendido como el conjunto de acciones académicas, administrativas y tecnológicas que la Universidad de Cundinamarca implementa transversalmente para la formación integral de profesionales e investigadores globalmente competitivos, con identidad cultural, de manera que puedan ejercer su profesión con excelencia en los ámbitos local, nacional e internacional (UDEDEC, 2016).

Emprendimiento

La Universidad de Cundinamarca asume el emprendimiento como una manera de pensar y actuar orientada a la creación de riqueza. Es una forma de pensar, razonar y actuar centrada en las oportunidades, planteada con visión global y llevada a cabo mediante un liderazgo equilibrado y la gestión de un riesgo calculado. Su resultado es la creación de valor que beneficia a la empresa, la economía y la sociedad.

En este mismo sentido, la formación para la vida pretende el desarrollo de una cultura con acciones tendientes a considerar el aprender a emprender a partir de la formación en competencias básicas, competencias laborales, competencias ciudadanas y competencias empresariales en el sistema educativo formal y no formal y su articulación con el sector productivo, esto con el fin de que el egresado se convierta en un articulador de la movilidad productiva en la misma región, generando el plus del conocimiento neces-

rio para su progreso a partir de las ventajas competitivas que le caracterizan y que son fuente de su relación con el mundo (UDEC, 2016).

Modelado cualitativo

Como la Práctica Pedagógica y Educativa está dividida en fases dependiendo del nivel de cada competencia que se viene desarrollando, y teniendo en cuenta la estructuración establecida en la Resolución 18583 de 2017 del Ministerio de Educación Nacional, se definen cada una de las competencias con sus respectivos procesos para desarrollar, de la siguiente manera:

Nivel de adquisición de las competencias

Observación

Conceptualización

Formación

Nivel de utilización de las competencias

Transposición

Interacción o intervención

Nivel de justificación de las competencias

Investigación

Innovación

Experimentación

A continuación, se muestran los diagramas que representan la Práctica Pedagógica y Educativa, con base en los

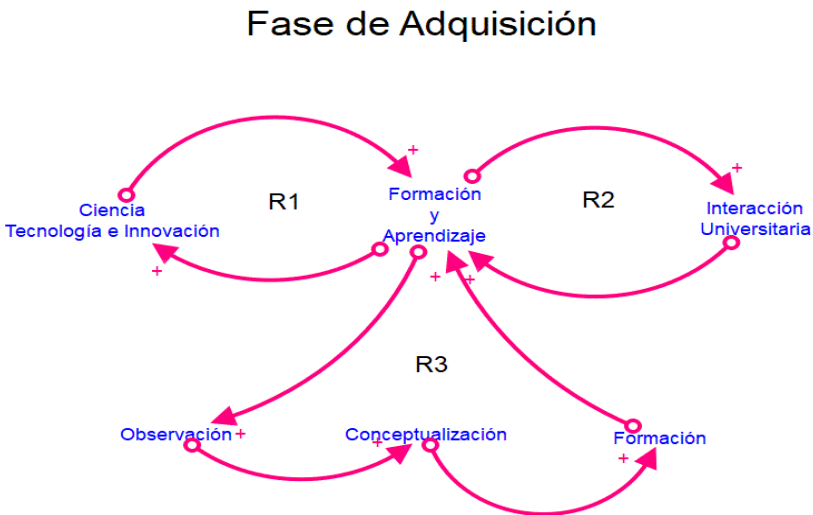
niveles propuestos para la Licenciatura en Matemáticas:

Nivel de adquisición

Se muestra las relaciones que intervienen en el proceso de Práctica Pedagógica y Educativa, por parte de agentes y cómo su interpretación representa un bucle de retroalimentación, por lo que se muestra como una relación directamente proporcional entre las directivas de la Universidad de Cundinamarca y los procesos que se llevan a cabo internamente por el programa de Licenciatura en Matemáticas.

Figura 3.3.

Diagrama causal - Fase de adquisición práctica, pedagógica y educativa

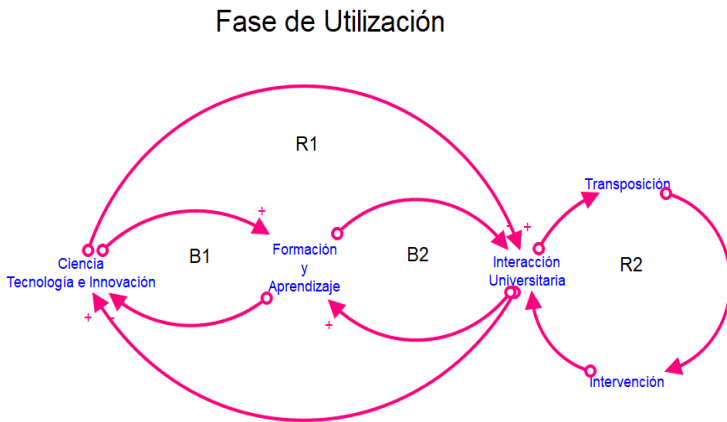


Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Nivel de utilización

En este nivel se relacionan los procesos adquiridos desde la Universidad de Cundinamarca, y cómo se utilizan por parte de los agentes que anteriormente intervinieron en el proceso de Práctica Pedagógica y Educativa, brindando lo esperado en el programa de Licenciatura en Matemáticas, pues esta relación se hace presente dentro y fuera de los ámbitos que se están manejando en la comunidad educativa y, por supuesto, con los avances que requiere el Ministerio de Educación Nacional para brindar los registros que verifiquen que se cumple con los requisitos para adquirir el certificado de alta calidad.

Figura 3.4. Diagrama causal - Fase de utilización práctica, pedagógica y educativa

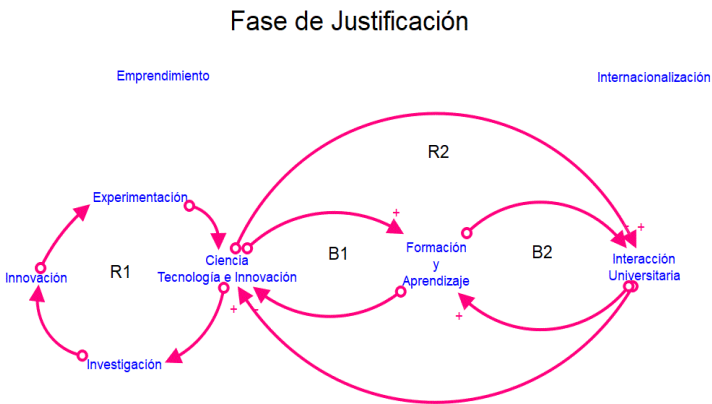


Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Nivel de justificación

Hace referencia a cómo al realizar efectivamente el proceso de adquisición, se pueden formar nuevos modelos en los que intervienen otros tipos de agentes sin dejar de lado el anterior, pues se presenta como una forma de crecimiento, tanto así que relaciona los alcances que tiene la Práctica Pedagógica y Educativa, no solo en la Universidad de Cundinamarca, sino al entorno y comunidad en la cual esta se encuentra.

Figura 3.5. Diagrama causal - Fase de justificación práctica, pedagógica y educativa



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Modelado cuantitativo

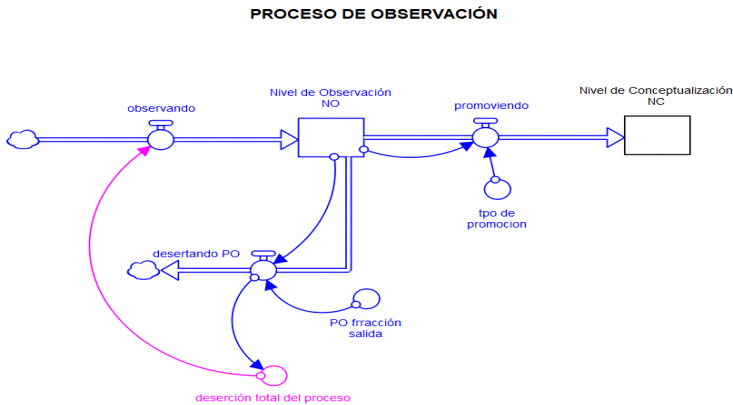
Diagramas de stock y flujo

Para que un sistema dinámico funcione correctamente es necesario definir las variables que van a estar en el diagrama causal, por este motivo se requiere la construcción de un nuevo sistema de diagramas llamados de *stock* y *flujo*, en el cual se definen los valores que van a variar en relación con el tiempo. Estos diagramas representarán entonces los movimientos de entrada y salida de estudiantes que se pueden dar durante un proceso en la Práctica Pedagógica y Educativa; por tal motivo, es de resaltar que se encontrarán variables auxiliares que ayudarán a brindar de una forma más específica las tasas de ingreso y deserción que se pueden presentar durante un determinado tiempo, dando una vista de la cantidad de estudiantes que pueden ser promovidos a un siguiente nivel en la Práctica Pedagógica y Educativa.

En las variables que se encuentran en los diagramas de *stock* y *flujo*, cabe resaltar que cada uno representa un valor determinado el cual será la base para que el sistema dinámico arroje los resultados. Aclarado esto, se recurre a tomar como ejemplo una muestra de estudiantes que ingresan a un determinado nivel en la Práctica Pedagógica y Educativa del programa de Licenciatura en Matemáticas.

Para poder desarrollar se tomará una muestra de 30 estudiantes que ingresan al nivel de adquisición y del cual deberán pasar a otros tres niveles en este para culminar todo el proceso. Se toma la muestra de 30 estudiantes, pues es un promedio de la cantidad de estudiantes que ingresan a este primer nivel; sin embargo, esto puede estar sujeto a cambios dependiendo de factores externos al programa de Licenciatura en Matemáticas, por tanto es una aproximación a lo que se puede realizar cuando se cuente con un registro exacto del número de estudiantes que ingresan.

Figura 3.6. Diagrama de stock y flujo - Nivel de adquisición



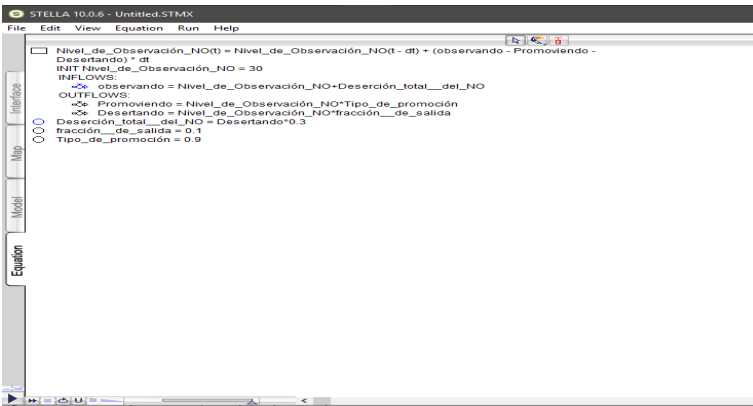
Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

En esta primera fase llamada “proceso de observación”, los estudiantes ingresan a la Práctica Pedagógica y Educativa, como bien lo señala el proceso, a observar, pues en las clases especificadas, se lleva a los estudiantes a instituciones educativas en las cuales se debe observar el desarrollo de las clases y realizar determinadas actividades relacionadas con esa observación de este trabajo. Se escoge por parte del docente algunos métodos para evaluar el avance de los estudiantes, y así mismo dependiendo del correcto desarrollo de estos, se determina la continuidad en el proceso de observación, y por supuesto su paso al proceso de contextualización que sería el siguiente nivel.

Dicho esto y tomando como ejemplo los 30 estudiantes

que se dijo al principio, se puede desarrollar la parte matemática del sistema dinámico en el programa STELLA obteniendo como base las siguientes ecuaciones:

Figura 3.7. Ecuaciones – Proceso de observación
diagrama de stock y flujo



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Gracias a que el programa STELLA se ha desarrollado para brindar a los usuarios una interfaz sencilla para realizar las respectivas ecuaciones, es fácil de entender los valores que se toman como base para que el sistema funcione de manera óptima; luego de verificar que las ecuaciones están realizadas de manera correcta, se procede a hacer correr la simulación, y si todo está en orden, se puede entonces crear una tabla que va a mostrar el avance en el sistema de los 30 estudiantes base, de la siguiente manera:

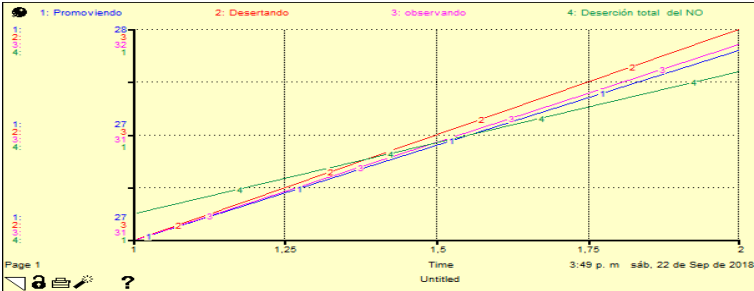
Figura 3.8. Tabla – Proceso de observación diagrama de stock y flujo

Time	Nivel de Observación	Promoviendo	Desertando	Deserción total del NO
1	30,00	27,00	3,00	0,90
Final	30,90			

Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

De la misma forma en la que se puede crear una gráfica que muestre el comportamiento de las variables más relevantes o las que se desee analizar más a fondo, permite ver las variaciones que presenta cada uno de los respectivos momentos durante el proceso de observación. Teniendo en cuenta los 30 estudiantes, queda de la siguiente manera:

Figura 3.9. Gráfica – Proceso de observación dia grama de stock y flujo



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

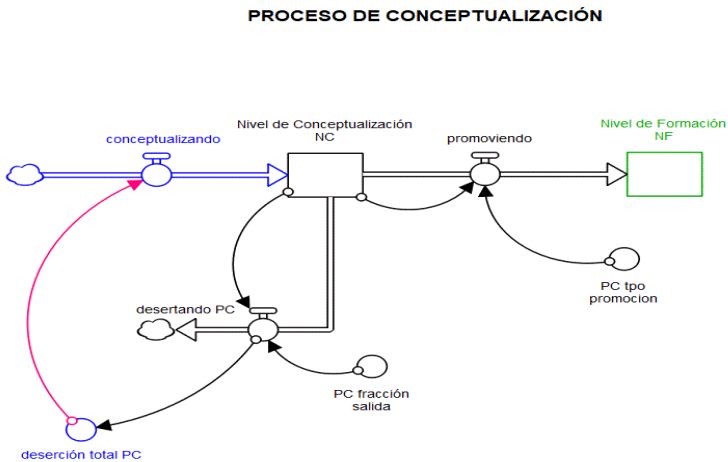
Una vez terminada la simulación, y analizando los resultados, tanto en la tabla como en la gráfica, se evidencia que la cantidad de estudiantes que se promueven para el siguiente nivel en el de adquisición, para este caso son 30,9, pero al aproximarlos decimos que para el siguiente semestre este proceso de observación se inicia con 31 estudiantes y se repite el mismo proceso.

Por otro lado, también se observa que la cantidad de estudiantes promovidos son 27, por esta razón el nivel de contextualización será de 27 estudiantes al iniciar el proceso.

Diagrama de stock y flujo nivel de contextualización

De igual manera, en el nivel de contextualización, después de diseñar el diagrama de stock y flujo, se tienen que diseñar las ecuaciones que van a simbolizar las variables en el sistema. Como es un proceso similar al anterior, se tomarán la cantidad de estudiantes que salen del nivel de observación, y se comienza a realizar el nuevo sistema dinámico, resultando lo siguiente:

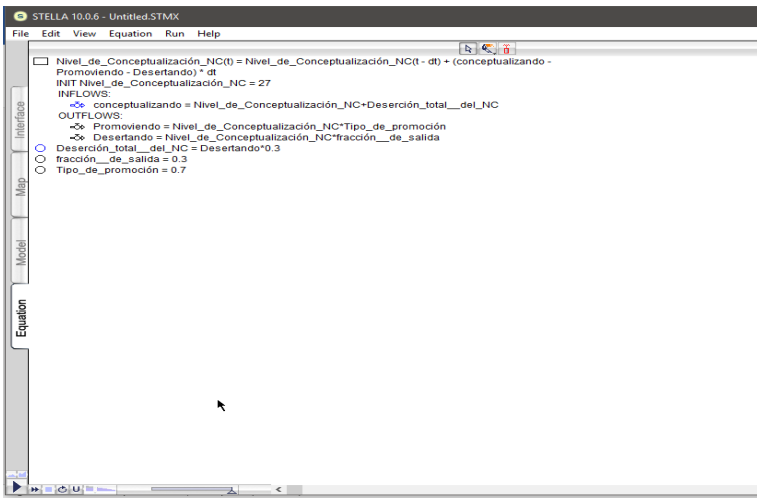
Figura 3.10. Diagrama de stock y flujo – Nivel de conceptualización



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Las ecuaciones del nivel de conceptualización están definidas así:

Figura 3.11. Ecuaciones – Proceso de conceptualización diagrama de stock y flujo



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

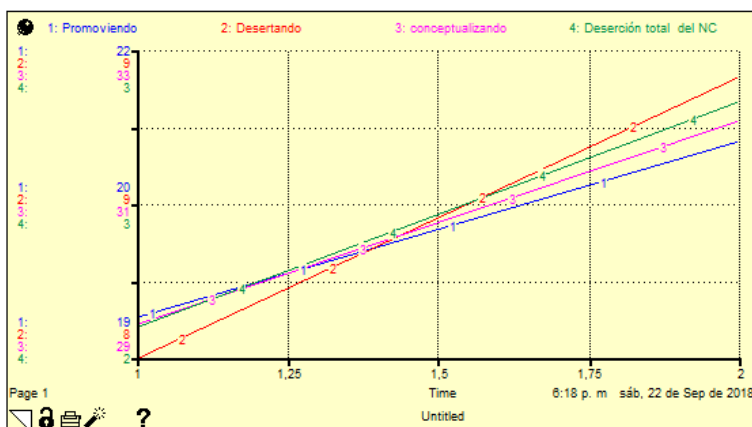
Una vez se corre el sistema y funciona correctamente, se procede a realizar la tabla y la gráfica, para la interpretación de datos:

Figura 3.12. Tabla – Proceso de conceptualización diagrama de stock flujo

Time	Nivel de Conceptualiza	Promoviendo	Desertando	Deserción total del NC
1	27,00	18,90	8,10	2,43
Final	29,43			

Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Figura 3.13. Gráfica – Proceso de conceptualización diagrama de stock y flujo



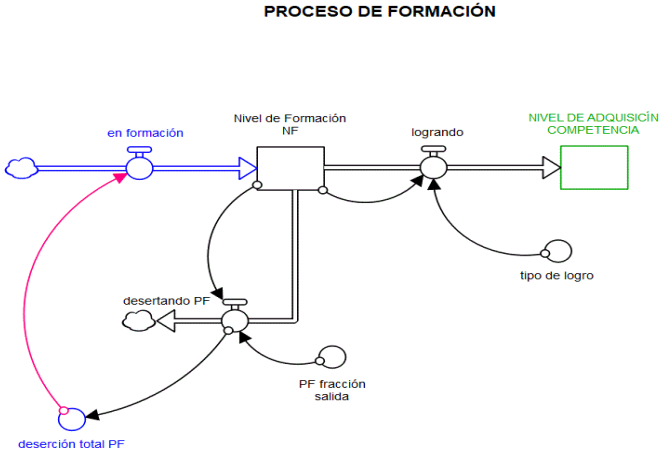
Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Como se puede evidenciar tanto en la tabla como en la gráfica, al iniciarse este proceso según factores diferentes al anterior, se tiene que este mismo nivel se comienza con 29,43, que al aproximar son 29 estudiantes, y los promovidos para el siguiente nivel, el cual es el de formación, son 18,9, que serían 19 estudiantes para iniciar el proceso.

Diagrama de stock y flujo nivel de formación

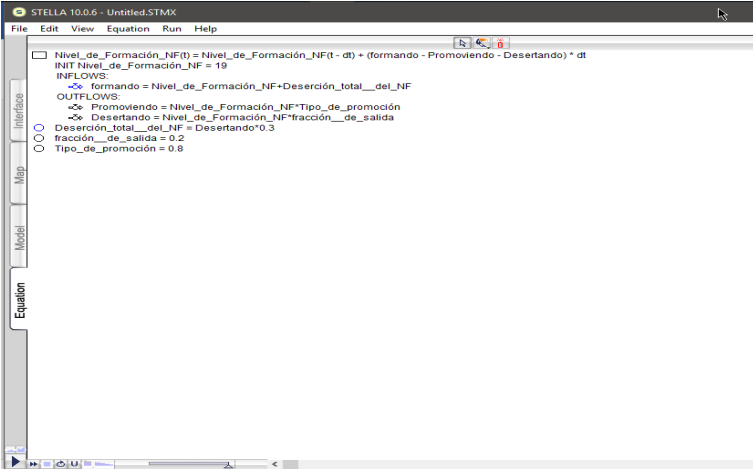
Por último, en este nivel se tiene el proceso de formación, en el cual nuevamente se realiza el diagrama de *stock* y *flujo*, se definen las variables y se construyen las ecuaciones respectivas para este. A continuación, se evidencia el diagrama, las ecuaciones, la tabla y la gráfica para el análisis de datos, y teniendo en cuenta que los estudiantes que se promuevan en este nivel completan el proceso de formación, serán los que hayan acabado de forma satisfactoria el nivel de adquisición. Para esto se debe considerar que los procesos definidos en este son diferentes a los anteriores y que la cantidad de estudiantes con la que se va a iniciar será de 19, lo que da como resultado lo siguiente:

Figura 3.14. Diagrama de stock y flujo – Nivel de formación



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Figura 3.15. Ecuaciones – Proceso de formación diagrama de stock y flujo



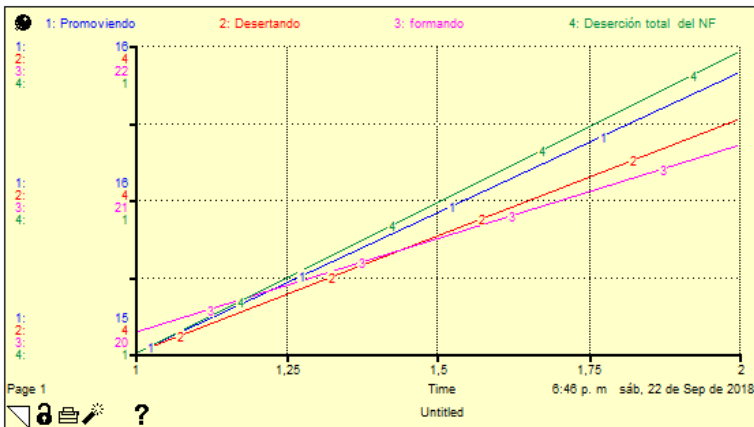
Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Figura 3.16. Tabla – Proceso de formación diagrama de stock y flujo

Time	Nivel de Formación NF	Promoviendo	Desertando	Deserción total del NF
1	19,00	15,20	3,80	1,14
Final	20,14			

Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Figura 3.17. Gráfica – Proceso de formación dia grama de stock y flujo



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Como se puede observar al analizar la tabla y la gráfica, se evidencia que la cantidad de estudiantes con la que se iniciaría este proceso de nuevo es de 20,14 (al aproximar, 21 estudiantes), y la cantidad que aprobaría este proceso y por supuesto aprobaría el nivel de adquisición sería de 15,20 (15 estudiantes) que completarían satisfactoriamente todo el primer nivel en el programa de Licenciatura en Matemáticas, en la Práctica Pedagógica y Educativa.

Todo esto permite entonces tener una visión más amplia de cómo se está comportando todo el proceso de una manera global, sabiendo que cada uno de los procesos funciona de una manera diferente y cada una de las variables tiene una influencia mayor o menor en todo el sistema; sin embargo, debido a que el idioma que trabaja el programa STELLA es uno de los más avanzados para construir ecua-

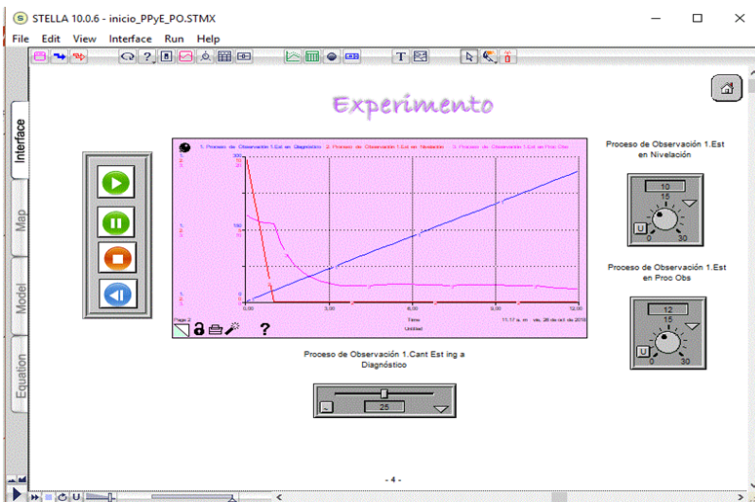
ciones, así mismo se hace más sencillo poder analizar los datos que este arroja. Ahora es fácil ver cómo se comporta la Práctica Pedagógica y Educativa en el primer nivel, resaltando que se tomó como base solo un semestre, pero gracias al programa se pueden tomar varios a la vez, teniendo en cuenta que las construcciones tanto de los diagramas como de las ecuaciones debe ser muy exacta, ya que si no es de este modo el sistema no correría, o no mostraría lo que se está queriendo: en este caso, evidenciar mediante la modelación por sistemas dinámicos la Práctica Pedagógica y Educativa del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca.

Finalmente, tomando como base cada uno de estos ejemplos, es posible generar un modelo completo al juntar todas las partes; de esta manera, se crea la simulación por medio de sistemas dinámicos que pretende mostrar el proceso de Práctica Pedagógica y Educativa en la que se puede interactuar con datos que se recolecten anteriormente y por supuesto que muestre una cercanía a la realidad de lo que sucede o puede suceder en la Licenciatura en Matemáticas cuando se analizan diferentes variables en un determinado tiempo. Esto se logra a través del programa STELLA que permite mediante una interfaz amable con el operador realizar varias modificaciones y poder aplicar las variables para analizar de una manera más sencilla los resultados que estos arrojen. Todo esto debido a que la interfaz de las ecuaciones que genera STELLA es bastante predictiva, de acuerdo con lo que se vaya a realizar. Por este motivo se debe tener muy claro con qué se va a trabajar y a qué se quiere llegar, aunque con todo esto, y por supuesto, con la disciplina al estudiar todos los componentes del programa, se logran los objetivos que se buscaban.

El sistema dinámico representa la Práctica Pedagógica y Educativa de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, sede Fusagasugá, como un tipo de experimento que permite asociar variables a temas complejos de la realidad, por medio del modelo para dar una aproximación de lo que se puede generar en diferentes

aspectos por tratar. Para esto se permite al usuario poder ubicar los valores de las variables utilizando las diferentes herramientas que se ofrecen, y brindando la oportunidad de analizar su comportamiento mediante un gráfico:

Figura 3.18. Experimento con variables y tabulación de la práctica pedagógica y educativa



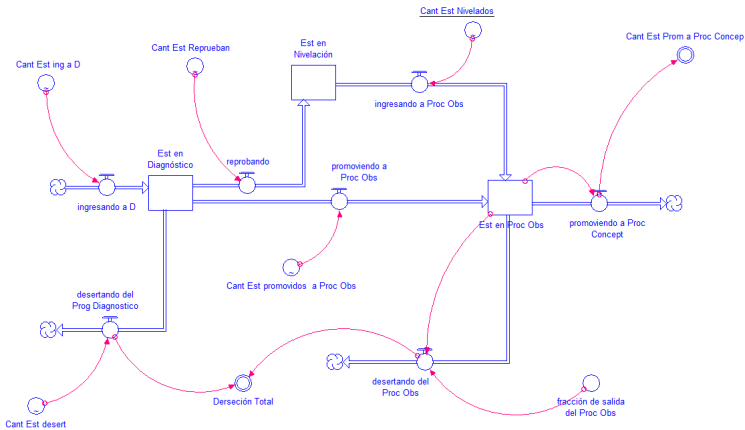
Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

El experimento que se realiza utilizando el programa STELLA muestra cómo se comportan los diferentes factores que influyen en la Práctica Pedagógica y Educativa, como lo son la cantidad de estudiantes que ingresan a un respectivo curso, los estudiantes que se encuentran en el proceso del curso y, por supuesto, los estudiantes que están en etapa de nivelación del proceso, debido a que no lo completaron satisfactoriamente. Estas variables gene-

ran gráficas de cómo se comporta un proceso de Práctica Pedagógica y Educativa durante un tiempo. Los resultados se pueden analizar dependiendo de lo que se busque resolver usando este método, sin embargo, cabe resaltar que todos los experimentos deben estar basados en datos proporcionados por la Licenciatura en Matemáticas, ya que para este ejemplo se tomaron valores al azar que no representan la realidad a la que está sometida el programa. No obstante, si se realiza el experimento con datos más afines a lo que se presentaba en el programa, se logrará una mirada de cómo en la realidad los datos muestran aspectos del funcionamiento de la Práctica Pedagógica y Educativa, y si se quiere ver más hacia el futuro, permitirá una aproximación a los requerimientos que requiere el programa para dar continuidad a sus procesos educativos.

Gracias a que se tomaron algunos diagramas de *stock* y flujo de manera individual, se logró crear un solo sistema en el cual se recopilaran todos los datos de una forma organizada y efectiva en la cual se pudieran ubicar todos los aspectos y las variables más influyentes en el proceso de Práctica Pedagógica y Educativa, teniendo en cuenta que las ecuaciones que se encargaran de hacer funcionar el sistema estuvieran totalmente distribuidas para no generar problemas en medio de la operación. Por tanto, en una sola vista el diagrama de *stock* y flujo que representa la Práctica Pedagógica y Educativa del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, sede Fusagasugá, es:

Figura 3.19. Diagrama de stock y flujo que representa el proceso de Práctica Pedagógica y Educativa



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Sección V Resultados y discusión

Simulador

Según la construcción del modelo que representa la Práctica Pedagógica y Educativa, cabe resaltar que siempre que se posean datos que puedan ser usados en la construcción del sistema dinámico, se podrá hacer un acercamiento a la realidad de lo que se está evidenciando en la Licenciatura en Matemáticas. Por esta razón es importante

que si no se cuenta con datos anteriores sobre cantidades de estudiantes en un curso o aproximaciones estadísticas de deserciones e ingresos semestrales, no se podrá realizar la comparación a la realidad que se está viviendo; sin embargo, si se desea observar cómo se desarrollará un comportamiento en el futuro, con el uso de datos aleatorios para estudiar una evolución en el programa es más sencillo, pues el experimento que se plantea permite jugar con las diferentes posibilidades que puedan ocurrir, y para esto se está listo teniendo planes de contingencia que se pueden construir a partir de los resultados que se arrojen en el modelo.

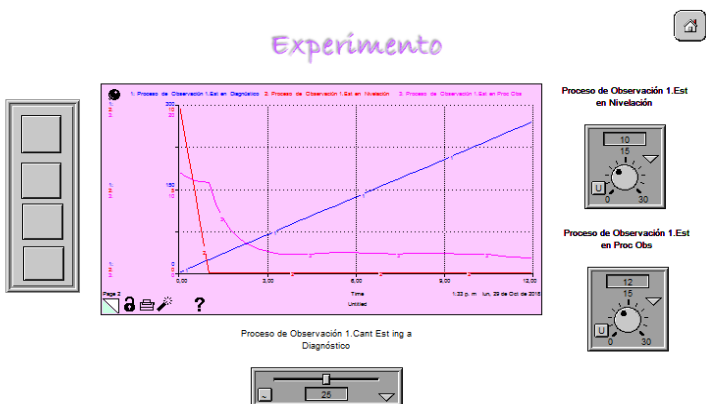
Debido a que el programa STELLA permite al usuario interactuar con sus diferentes esquemas de programación, es uno —por no decir el más acertado— para este tipo de modelación en el que es claro su nivel de complejidad, ya sea por sus antecedentes o por no contar con una base anterior que cuente con estos aspectos a los cuales hace referencia el sistema. Además, gracias a que STELLA se ha utilizado durante varios años en temas bastante abstractos de los que no se posee mucha información, este ha venido evolucionando para brindar al usuario las herramientas necesarias para una construcción de calidad, sin dejar de lado que la interfaz es sencilla y es solo cuestión de realizar un curso para poder comenzar con un diseño del asunto por trabajar.

A causa de que el modelo de la Práctica Pedagógica y Educativa de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, sede Fusagasugá, está en funcionamiento, puede cumplir entonces con el propósito de mostrar de una manera diferente los avances que se poseen en la licenciatura en la formación de docentes; por tanto, se utilizará como herramienta para conseguir un proceso de acreditación de alta calidad que se viene trabajando tiempo atrás, sin dejar de lado que puede servir de base para que se continúe con procesos de socialización de diferentes áreas usando, por qué no, este programa.

A continuación, se muestran los simuladores finales de cada una de las diferentes etapas que se trabajan en el proceso de Práctica Pedagógica y Educativa de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, sede Fusagasugá.

- ❖ **Nivel de adquisición de las competencias**
- **Observación:** en este proceso, los estudiantes tienen la oportunidad de realizar una investigación gracias a las muchas posibilidades que se presentan al momento de ingresar en un ambiente educativo y analizar las opciones que se tienen para poder desarrollar una clase apropiadamente. En el modelo, según el nivel de importancia que dé el docente titular a las respectivas variables, se puede obtener cómo se comportarían los estudiantes en el curso y cuántos estudiantes podrían aprobar este primer proceso.

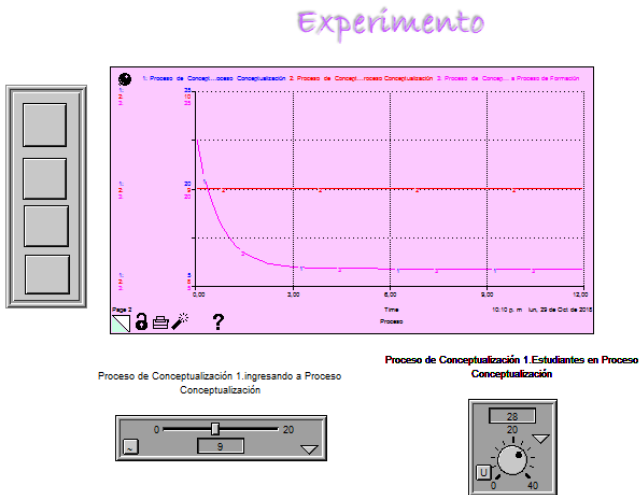
Figura 3.20. Experimentación con controles en el simulador - Observación



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

- **Conceptualización:** cuando se supera la etapa de observación, los estudiantes aprobados ingresan a un nuevo proceso en el que se debe ahondar en temas de conocimientos básicos para el área, y en su Práctica Pedagógica y Educativa intervienen nuevas variables a las cuales el docente otorga un nivel de importancia y evalúa a cada estudiante. De nuevo el simulador puede inferir el comportamiento de los estudiantes en el curso y mostrar cuántos podrían aprobar.

Figura 3.21. Experimentación con controles en el simulador - Conceptualización

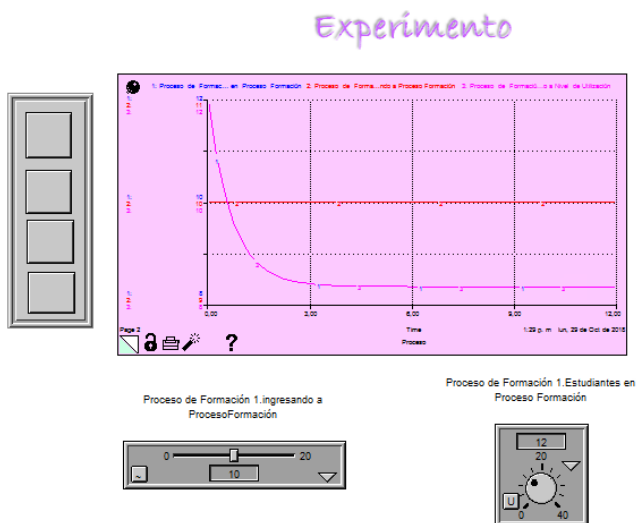


Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

- **Formación:** para esta etapa, los estudiantes que ingresen ya tendrán experiencias basadas en observación y estudio, por tanto, requieren que se prepa-

re para un acercamiento a la realidad de la Práctica Pedagógica y Educativa. De nuevo se le otorgan los valores de importancia a las variables que se escojan previamente por el docente titular y el simulador muestra el comportamiento que se puede presentar en el curso, es decir cuántos estudiantes pueden aprobar.

Figura 3.22. Experimentación con controles en el simulador - Formación

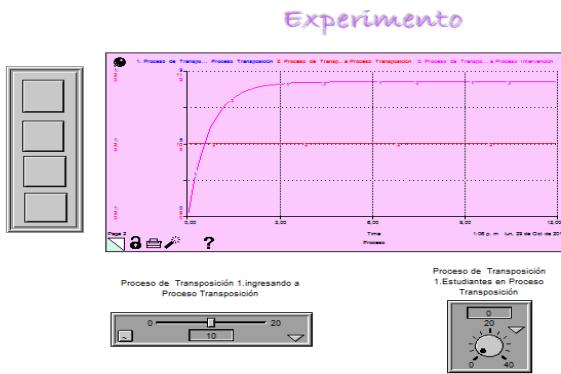


Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

- ❖ **Nivel de utilización de las competencias**
- **Transposición:** los estudiantes tendrán que comenzar a meterse en el campo de la docencia, por esta razón se realiza un avance en su proceso edu-

cativo, pues al haber obtenido los conocimientos necesarios, ahora llega el momento de usarlos en el campo. Sabiendo esto, el docente escogerá qué variables serán las que intervengan en el proceso, y mediante el simulador aplica los niveles de importancia y este genera el comportamiento del curso.

Figura 3.23. Experimentación con controles en el simulador - Transposición

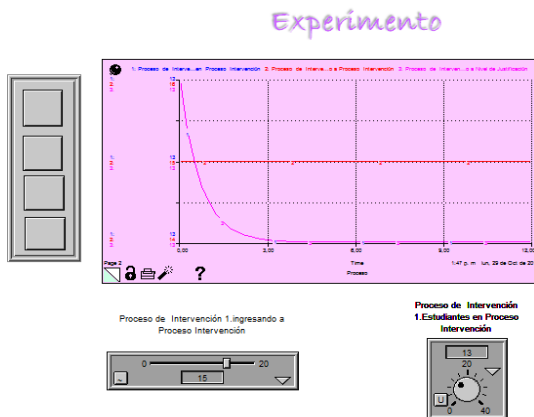


Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

- **Interacción o intervención:** el conocimiento adquirido durante el proceso hasta este momento crea bases sólidas para que los estudiantes se puedan desenvolver en su campo de acción, por tanto, es necesario que se comience con sus Prácticas Pedagógicas y Educativas en campo de acción. Entonces se requiere que los estudiantes ingresen a instituciones educativas en las que se van a medir

como futuros profesionales, y por supuesto siempre estará un docente titular que llevará el control de los avances y resultados, por tanto el simulador, teniendo en cuenta la cantidad de estudiantes que ingresan y por supuesto las variables que el docente vaya a tomar como más relevantes, permite analizar los respectivos comportamientos del curso y predecir cuántos estudiantes pueden aprobar el curso.

Figura 3.24. Experimentación con controles en el simulador - Interacción

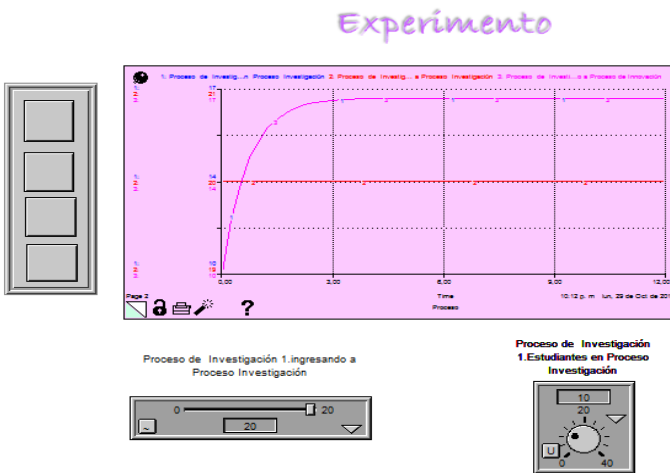


Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

- ❖ **Nivel de justificación de las competencias**
- **Investigación:** como los estudiantes ya se encuentran ejerciendo de manera práctica en su campo de acción, se utiliza un método de investigación a la conveniencia de cada caso para identificar un problema que se presente en la institución educativa. Y mediante los conocimientos que se han adquiri-

do mediante el curso, dar una hipótesis para más adelante solucionar, todo esto pensado en utilizar las herramientas brindadas. El simulador muestra cómo se comportaría la cantidad de estudiantes que pueden aprobar el curso mediante la asignación de las respectivas variables y su grado de importancia.

Figura 3.25. Experimentación con controles en el simulador - Investigación

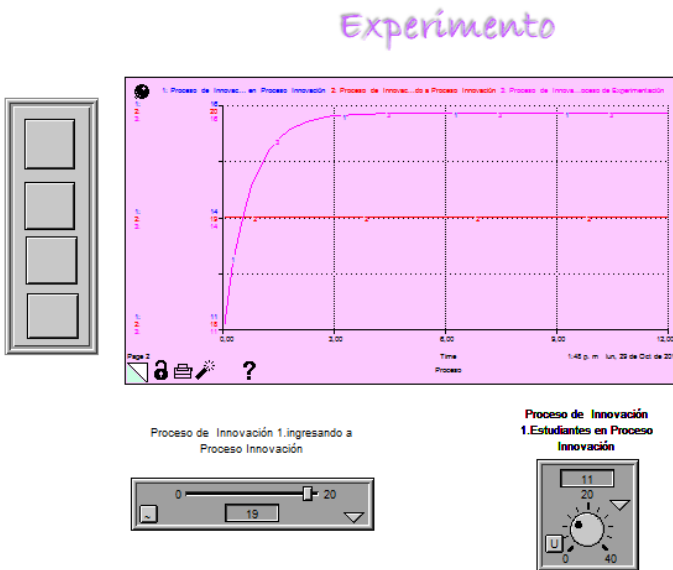


Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

- **Innovación:** como se plantea una hipótesis del problema al que se le va a dar solución en la institución en la que se está realizando la Práctica Pedagógica y Educativa, el estudiante aplica un proyecto en esta institución que dé solución al problema planteado, usando los conocimientos que se han adquirido durante todo el proceso. De nuevo el docente en-

cargado de evaluar el curso asigna las respectivas variables y su valor de importancia, y el simulador muestra el comportamiento de los estudiantes que pueden aprobar.

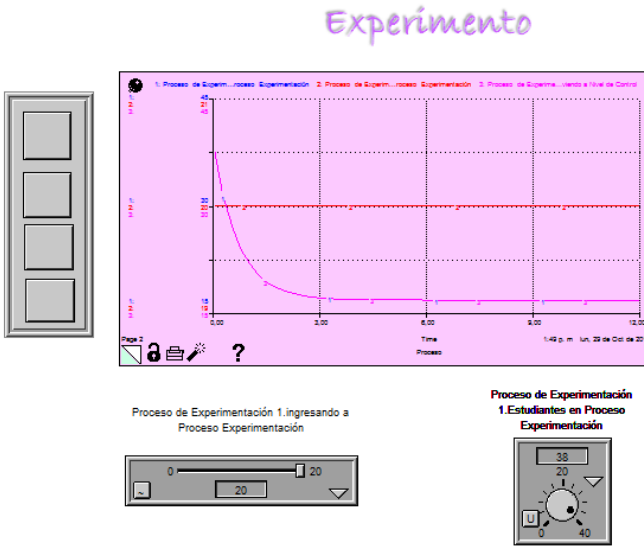
Figura 3.26. Experimentación con controles en el simulador - Innovación



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

- Experimentación:** todos los estudiantes que llegan a este punto pueden continuar con sus procesos de investigación aplicándolos a campos más amplios de la educación. Por este motivo, las variables representan el comportamiento de los estudiantes que aprueban esta finalización del proceso.

Figura 3.27. Experimentación con controles en el simulador - Experimentación



Fuente: Elaboración propia a partir de Barreto, 2018

Recomendaciones y sugerencias

Debido a que la Universidad de Cundinamarca no cuenta con el programa STELLA, se utilizó una versión que es gratuita, y que hace algunos años se lanzó. Por este motivo, no cuenta con todas las herramientas que se han venido actualizando hasta el día de hoy, y es posible que el modelo solo sea posible utilizarlo en algunas versiones del pro-

grama. Sin embargo, si en lo posible la universidad logra obtener el STELLA original, sería una adquisición pensada para garantizar un uso de los administrativos y, por qué no, de estudiantes para lograr abstracciones en el programa que muestren los avances en él y tengan la evidencia del proceso de investigación que tanto es requerida ahora por el Ministerio de Educación Nacional.

En los semilleros de investigación es bien visto que los estudiantes promuevan la construcción del conocimiento y, por tanto, es importante que se cuente con las herramientas para este fin. Por eso, se puede promover el uso del programa para realizar procesos de modelación no solo en el ámbito educativo, sino, como se mostró, en temas de alta complejidad, pero para esto es necesario que se tenga el conocimiento necesario para el uso correcto y efectivo de él. Por tanto, se puede crear una electiva en el programa, cuya finalidad sea enseñar el manejo del programa utilizado para la modelación matemática en general, lo cual produciría una construcción de conocimiento más allá de la que se presenta hasta el momento.

CONCLUSIONES

Al observar los diagramas representados anteriormente, en los que se muestra cómo intervienen muchos procesos en el proceso de práctica, cabe resaltar que en la Licenciatura en Matemáticas se viene manejando de forma efectiva, debido a que se realizó una nueva estructuración y los cambios tuvieron consecuencias pertinentes para mejorar internamente; sin embargo, este proceso no solo hace parte exclusiva del programa, pues se debe tener en cuenta que existen agentes administrativos que influyen directamente en él.

Debido a la poca información que se tiene sobre los alcances de la práctica pedagógica, no se tienen registros claros acerca de cómo influyen los procesos en el programa de Licenciatura en Matemáticas, y debido a lo abstracto del tema que se está tratando, sería conveniente que se llevara un registro en el cual se puedan dar informaciones que garanticen una mejor disposición para mejorar desde adentro el proceso de formación de los estudiantes.

Los diagramas que se realizaron muestran de manera eficiente todo lo que el programa de Licenciatura en Matemáticas ha reestructurado en su proceso de Práctica Pedagógica y Educativa, cumpliendo de forma amplia con los requerimientos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, y brindando las herramientas para que se realice un proceso de acreditación de alta calidad basada en este tema.

Gracias a que el proceso de modelación está realizado a partir del programa STELLA, estos son fácilmente modificables en caso de que se puedan representar los datos que se deberían recoger de ahora en adelante por el pro-

grama de Licenciatura en Matemáticas, para analizar más a fondo el alcance que puede tener la organización conjunta por parte de la administración de la Universidad de Cundinamarca.

Se puede tener en cuenta que si se recogen datos y se pueden generar las respectivas ecuaciones, en el futuro se puede utilizar el programa STELLA para brindar una amplia observación de cómo se verá reflejado el proceso de Práctica Pedagógica y Educativa, pues al saber interpretar los diagramas propuestos en el modelo dinámico, se dará una clara imagen del comportamiento y, por supuesto, se podrán hacer mejoras para la Universidad de Cundinamarca y ofrecer una excelente alternativa para próximos procesos de acreditación de calidad.

REFERENCIAS

Badiou, A. (1978). El concepto de modelo. Bases para una epistemología materialista de las matemáticas. Siglo XXI. (Traducción).

Bassanezi, R. (2002). Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. https://www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica

Biembengut, M. y Hein, S. (2007). Modelagem Matemática no Ensino.

Martínez, A. M., Cobos, J. C. y Torres, E. (2015). Matemización y modelización: experiencias y saberes. Una propuesta de aula. Espiral. Revista de Docencia e Investigación, 5(2), 9-22. <https://doi.org/10.15332/erdi.v5i2.1437>

Medina Molina, J. (2007). Modelado de sistemas dinámicos y educación en ciencias e ingeniería. http://www.conucopr.org/ViewRecord.do;jsessionid=EBDA1FA2EE396DA-9377754B062F0C830?id=11191847&b_ind=0

Mesa, Y. M. y Villa Ochoa, J. A. (2011). Modelación Matemática en la Historia de las Matemáticas. Una mirada al concepto de Función Cuadrática. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. <https://bit.ly/3v7hdLm>

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2017). Resolución 18583 del 15 de septiembre de 2017. https://normograma.info/men/docs/pdf/resolucion_mineducacion_18583_2017.pdf

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (s. f.). La práctica pedagógica como escenario de aprendizaje. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-357388_recurso_1.pdf

Murillo, J. (2014). Estudio de casos. Métodos de investigación educativa. Universidad Autónoma de Madrid. <https://es.slideshare.net/serdonval/est-casos-trabajo>

Trujillo Pulido, C. J. (2020). Modelación de la Práctica Pedagógica y Educativa. Un estudio de caso en educación superior. Fusagasugá: Editorial Universidad de Cundinamarca. ISBN: 978-958-52730-4-7. <https://www.ucundinamarca.edu.co/selloeditorial/index.php/catalogo-digital/academicos/educacion/dmodelacion-de-la-practica-pedagogica-y-educativa-un-estudio-de-caso-en-ensenanza-superior>

Trujillo Pulido, C. J. (coord.). (s. f.). Proyecto de Práctica Pedagógica. Núcleo Temático Práctica Pedagógica. Universidad de Cundinamarca. Facultad de Educación. Licenciatura en Matemáticas. <https://drive.google.com/file/d/0BxBWmQXhLDdYcGx2U04waXRyX0U/view>

Universidad de Cundinamarca. (2017). Documento maestro. Facultad de Educación. Licenciatura en Matemáticas. <https://drive.google.com/drive/folders/0BxBWmQXhLDdYTVdDaUxhUXFrZ28>

Simulación del proceso didáctico en la implementación de la modelación dinámica de sistemas en educación básica primaria rural - Fase I

Autores:**Isosfael Rayid Reyes Ortiz**

Licenciado en Matemáticas

Martha Lidia Barreto Moreno

Licenciada en Matemáticas y Física

Especialista en Docencia Universitaria

Especialista en Enseñanza de la Matemática

Magíster en Educación con Énfasis en Docencia Universitaria

RESUMEN

La presente investigación tiene como finalidad la producción de un prototipo de simulador de procesos didácticos, construido con base en el proceso de modelación didáctica y enriquecida con herramientas computacionales, cuya construcción es un proceso gradual que evoluciona con los resultados del ejercicio de la investigación-acción en las distintas interacciones.

El diseño empleado fue la metodología de investigación-acción, puesto que ella consiste en un proceso de aprendizaje en el que las personas actúan conscientemente sin dejar, por ello, de abrirse a la posibilidad de sorpresas y conservando la posibilidad de responder a las oportunidades.

La implementación de la modelación dinámica de sistemas se realizó mediante actividades lúdicas y el programa Splash, introduciendo gradualmente el modelado dinámico de sistemas como metodología para articular los procesos de enseñanza-aprendizaje en las diferentes escuelas unitarias multigrado de la zona de influencia de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, sede Fusagasugá.

Realizando el análisis y la reflexión sobre los datos obtenidos que contribuyeron a la creación de la modelización de los procesos de enseñanza-aprendizaje e investigación y la modelización de los procesos de investigación y proyección social, siguiendo con este patrón de desarrollo, se realizó la construcción del simulador de la enseñanza-aprendizaje-investigación-proyección social, a través de la implementación de técnicas de modelación compu

tacional, para comprender su comportamiento desde la perspectiva de la dinámica de sistemas.

Palabras clave: simulador, modelación, aprendizaje, procesos didácticos.

ABSTRACT

The purpose of this research is to produce a prototype of a didactic process simulator, built on the didactic modeling process and enriched with computational tools, whose construction is a gradual process that evolves with the results of the action-research exercise. in the different interactions.

The design used was the methodology of investigation-action since it consists of a learning process in which people act consciously, therefore, to open themselves to the possibility of surprises and preserving the possibility of responding to opportunities.

The implementation of dynamic systems modeling was carried out through play activities and the Splash software, gradually introducing the dynamic modeling of systems as a methodology to articulate the teaching-learning processes in the different multigrade unitary schools in the area of influence of the Bachelor's Degree in Mathematics of the University of Cundinamarca, headquarters of Fusagasugá.

Carrying out the analysis and reflection on the data obtained that contributed to the creation of the modeling

of the teaching, learning and research processes and the modeling of the research and social projection processes. For which, following this pattern of development was made the construction of the simulator of the teaching-learning-research-social projection, through the implementation of computational modeling techniques, to understand their behavior from the perspective of systems dynamics.

Keywords: simulator, modeling, learning, didactic processes.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación se refiere a la temática de modelar los procesos didácticos a través de la implementación del modelado dinámico de sistemas, en el cual se observaron y analizaron los procesos de enseñanza-aprendizaje, investigación y proyección social, tomando las diferentes teorías inmersas en la dinámica de sistemas, la ingeniería didáctica y la modelación para el desarrollo de todo el proceso investigativo.

La temática tratada se desarrolló con base en los requisitos planteados en los lineamientos curriculares, en los que se incluyó la modelación en el aula de matemáticas para favorecer los procesos de pensamiento matemático y de otros procesos como son el planteamiento, razonamiento y resolución de problemas. De esta manera se planificaron y aplicaron las actividades en las zonas rurales de la zona de influencia de la Universidad de Cundinamarca.

En esta investigación se realizó en la sección uno el planteamiento del problema y la delimitación de objetivos por conseguir con este proceso, tales como la construcción del simulador del proceso didáctico que articule docencia, investigación y proyección social en la implementación del modelado dinámico de sistemas en educación básica primaria rural en la provincia del Sumapaz.

En la sección dos se efectuó una aproximación y análisis a los referentes teóricos, sobre temáticas pertinentes a este proyecto, para lo cual se indagó sobre la teoría de la simulación, modelización computacional, simulación multimétodo, dinámica de sistemas, modelación didáctica y pensamiento sistémico, como categorías importantes que

aumentaran la comprensión y el entendimiento.

En la sección tres se realizó una breve descripción de las herramientas tecnológicas utilizadas en el proceso de modelización y simulación, las cuales se usaron para realizar la introducción gradualmente del modelado dinámico de sistemas como metodología para articular los procesos de enseñanza-aprendizaje en las escuelas y para la construcción de la simulación del proceso didáctico.

En la sección cuatro se estableció el diseño metodológico de esta investigación que corresponde al de investigación-acción, descrita como un proceso de peldaños en espiral, que se compone de la planificación, acción y evaluación del resultado de la acción. Así como la estructuración de dos componentes para el desarrollo de este trabajo como lo son la ingeniería didáctica y la dinámica de sistemas.

En la sección cinco se realizó la implementación didáctica mediante la planificación y aplicación de actividades lúdicas con materiales sencillos, y mediante el uso del programa Splash se hizo la introducción gradual del modelado dinámico de sistemas como metodología para articular los procesos de enseñanza-aprendizaje en escuelas multigrado de la zona de influencia de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, sede Fusagasugá. Acto seguido se llevó a cabo el análisis de la información obtenida en las interacciones, y las construcciones de los diferentes niveles explicativos desde el pensamiento sistémico en las estructuras circulares complejas, obteniendo el modelado dinámico de la enseñanza-aprendizaje e investigación.

En la sección seis se conservó la estructuración de la secuencia de niveles de explicación en la perspectiva del pensamiento sistémico, con el análisis, reflexión y estructuración a partir de los lineamientos de la investigación-acción, obteniendo el modelado dinámico de la investigación y proyección social.

En la sección siete se hizo la simulación del proceso didáctico que se construyó con base en la implementación del modelado dinámico de sistemas en educación básica primaria rural a través de los talleres itinerantes de alfabetización constitucional, en los cuales fue posible analizar y reflexionar sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje, investigación y proyección social (EAIPS) inmersos en la interacción y que fueron los patrones de cambio en el simulador.

Sección I

Preliminares

Definición del problema

Planteamiento

La modelación matemática es uno de los procesos generales que se proponen en Colombia oficialmente desde 1998, teniendo en cuenta los lineamientos curriculares presentados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN). Se reconoce la importancia de la modelación en la enseñanza de las matemáticas, por lo tanto, permite que los estudiantes aprendan a partir de la resolución de problemas cotidianos, creando una relación entre el mundo real y las matemáticas.

La inclusión de la modelación en el aula de matemáticas en Colombia se propone desde 1998 con la presentación de los Lineamientos Curriculares que además proponen el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la implementación de otros cuatro procesos, a saber: *el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos* (Diez, 1998, p. 18).

Por lo tanto, desde este proceso investigativo se plantea la planificación y aplicación de diferentes actividades, para implementarse inicialmente en la Institución Educativa Ciudad Eben Ezer, y poco a poco continuar implementándose gradualmente en escuelas rurales unitarias, en algunos municipios de la provincia del Sumapaz, teniendo en cuenta la viabilidad para realizar las actividades con base en el desplazamiento desde la universidad hasta la escuela y los permisos requeridos para la posterior visita.

Formulación

¿Cómo introducir la simulación en la estructuración de procesos didácticos dirigidos a la implementación de la modelación dinámica de sistemas en educación básica que contribuyan a la transformación del campo de la provincia del Sumapaz?

Delimitación

Geográfica

La simulación computacional del proceso didáctico se aplicará en algunas **escuelas rurales unitarias cercanas a la zona de influencia de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, en los municipios de Granada, Arbeláez y San Bernardo**. Para ello es conveniente tener en cuenta que si bien un modelo computacional de igual manera nunca representará toda la realidad, es cierto que puede ayudar a entenderla y guiar el desarrollo de nuevas ideas que luego podrán confirmarse.

Población

El proceso de simulación se construye para implementar gradualmente en los municipios de la provincia del Sumapaz con la población estudiantil de la Institución Educativa Ciudad Eben Ezer en grado séptimo, posteriormente se realizó la implementación de más actividades en escuelas rurales unitarias cercanas a la zona de influencia de la Universidad de Cundinamarca, como lo fue en la Escuela Rural Unitaria Santa Helena de Granada, la Escuela Rural Unitaria La Mesa de Arbeláez y la Escuela Rural Unitaria Portones de San Bernardo, para garantizar la coherencia entre el diseño del simulador del proceso y la realidad. Llegados a este punto, se pretende generar un modelo didáctico en el cual se tenga en cuenta el entorno de estas comunidades para partir de situaciones particulares y llevarlas a casos más complejos haciendo uso de programas que nos permitan modelar computacionalmente.

Tiempo

Teniendo en cuenta que la simulación del proceso didáctico implica la implementación de la modelación computacional como metodología de investigación articulada a la investigación-acción, el proceso requiere de mínimo un (1) año lectivo de duración para obtener el prototipo de la simulación.

Justificación

El presente proyecto aportará a la generación de nuevo conocimiento y contribuirá a la creación de la Red Regional de Modelación Computacional para la Educación, que pretende aportar a la transformación del campo, a través del diseño de un plan especial para la educación matemática-computacional a partir de la básica rural.

Desde la perspectiva investigativa, el trabajo garantiza la estructuración de procesos colaborativos liderados por el grupo GIIMMYC¹ con el Semillero de Modelación Matemática y Computacional - UCundinamarca, así como el desarrollo e innovación didáctica para el fortalecimiento de las actuales acciones que desarrollan las comunidades educativas rurales de Fusagasugá y la provincia del Sumapaz en la preparación de la niñez y juventud de la Generación siglo XXI.

Fundamentados en la importancia de articular teoría y práctica, el presente trabajo aporta a la construcción social de conocimiento didáctico estructurando procesos de pensamiento matemático, sistémico y computacional en

1 Grupo de investigación e innovación en modelación matemática y computacional.

la búsqueda de alternativas para la resolución de situaciones directamente relacionadas con las problemáticas educativas del sector rural y urbano de la zona de influencia de la Licenciatura en Matemáticas.

La implementación de la simulación de los procesos educativos, en este caso, procesos didácticos, es de gran utilidad y se refleja en la ventaja de realizar una transposición de las técnicas y herramientas utilizadas para la simulación de procesos fuera del sector educativo, y adaptarlos para simular el funcionamiento del sistema didáctico en el mundo real. Esto se hace posible a través de la ejecución de un programa en un computador, o varios computadores, que permiten saber cómo va a comportarse el sistema que se está representando en ese programa. En el presente proceso se modela computacionalmente un proceso didáctico a través del programa STELLA.

En consecuencia, al emular las situaciones didácticas de una forma controlada en el computador, es posible visualizar y buscar respuesta a cuáles podrían ser las causas de las disfunciones allí detectadas. Sin embargo, es necesario considerar que a pesar de las innumerables aportaciones que ofrece la simulación computacional, hay que ser muy cauto acerca de su uso; una simulación siempre arrojará un resultado, pero para que este pueda extraerse una conclusión certera, es necesario conocer bien tanto el modelo como los métodos empleados en la simulación e interpretar adecuadamente los resultados obtenidos.

Se debe tener presente que los resultados se ajustarán a la realidad cuanto más realista sea el modelo utilizado, para ello se requiere que los modelos se desarrollen basándose en datos experimentales y posteriormente se validen mediante nuevos conjuntos de datos; aunque la simulación nunca podrá representar toda la realidad, sí ayuda a entenderla y a guiar el desarrollo de nuevas ideas que luego podrán confirmarse empíricamente. Por tanto, "la simulación puede ayudarnos a invertir mejor nuestro tiempo y dinero y mejorar el conocimiento científico a todos los niveles"

(Pueyo, 2017, p. 7).

Además,

La educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos (MEN, 2006, p. 46).

Con respecto al párrafo que antecede, se puede constatar la necesidad de ocasionar una innovación en el modo de ver las matemáticas, ya que en un mundo cambiante trae consigo nuevos avances tecnológicos; por lo tanto, los estudiantes deben tener acceso a nuevas herramientas para adaptarse a la sociedad actual. Por otro lado, cabe señalar que la modelación matemática es importante, ya que genera en cada individuo el espíritu investigativo llevándolo a descubrir nuevos conocimientos de manera intuitiva.

En cuanto a,

La modelización/modelación, entendida como un proceso de obtención de un modelo matemático a partir de un problema o fenómeno del mundo real, no ocurre de manera automática ni inmediata, por el contrario, requiere de cierto periodo de tiempo en el cual el modelador

pone en juego sus conocimientos matemáticos, el conocimiento del contexto y de la situación y sus habilidades para describir, establecer y representar las relaciones existentes entre las cantidades de tal manera que se pueda construir un nuevo objeto matemático (Villa et al., 2008, p. 4).

En consecuencia, a lo planteado precedentemente por los autores se puede inferir la importancia de que el estudiante ostente conocimientos matemáticos capaces de observar, interpretar, resolver, argumentar y representar sistemas que operan en la realidad, por lo tanto, realizamos la aplicación en estudiantes de básica, puesto que son los idóneos para realizar un adecuado desarrollo de las actividades propuestas.

Con respecto a,

El pensamiento sistémico es una de las conceptualizaciones o técnicas de pensamiento de mayor impacto en la actualidad por construir un marco conceptual que permite representar problemas dentro de patrones totales o generales dando lugar al estudio de cualquier fenómeno y su experimentación ha contribuido en resolución de múltiples problemas (Londoño y Martínez, 2012, p. 46).

Según la cita anterior, se puede inferir la importancia de

este pensamiento en vista de las diversas aplicaciones, lo cual es fundamental para la educación debido a que para los estudiantes es conveniente que les ilustren de una forma más experimental y basado en lo cotidiano; con este pensamiento se puede adquirir el saber de manera desmenuzada dando lugar a un análisis más profundo y enriquecedor que satisfaga la solución de un problema.

En este sentido,

El desarrollo del pensamiento computacional es necesario en el desarrollo académico y profesional de todas las áreas, ya que forma en los estudiantes un perfil más innovador, buscando la mejora continua de las herramientas para la resolución de problemas e incrementando el grado de competitividad. ¿Qué es el pensamiento computacional y por qué desarrollarlo? (Monge, 2016, p. 18)

Lo dicho hasta aquí supone que los estudiantes hacen uso cotidiano de la tecnología, las habilidades cognitivas más complejas relacionadas con las TIC son las menos logradas. Esto lleva a un desafío en las aulas, donde la integración y desarrollo del pensamiento computacional es clave en este contexto, ya que permite a los jóvenes estar mejor capacitados para confrontar los nuevos avances tecnológicos.

León (2007) se refiere a autores como Deming, Forester y Sanger, quienes han coincidido en que el pensamiento sistémico es la capacidad más importante para que un grupo de personas logre crear lo que realmente desea y conseguir un bien común.

Basado en estos autores, es fundamental destacar la implementación del pensamiento sistémico, por consiguiente, el educando se encuentra con un entorno de conceptos siendo propicio para dar solución a problemas que se aplican a la vida cotidiana.

Objetivos

Objetivo general

Construir la simulación del proceso didáctico que articule docencia, investigación y proyección social en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, para estudiar su comportamiento a través de la implementación del modelado dinámico de sistemas en educación básica primaria rural en la provincia del Sumapaz.

Objetivos específicos

1. Modelar el subsistema enseñanza-aprendizaje-investigación, a través del diseño de secuencias didácticas sobre modelado dinámico de sistemas para su introducción en educación básica primaria rural, desde la perspectiva del modelo didáctico de Brousseau.
2. Modelar el subsistema investigación-proyección social, a través de la implementación de talleres itinerantes de alfabetización computacional en escuelas rurales de la provincia del Sumapaz, para generar impacto en la zona de influencia del programa.

3. Simular el sistema enseñanza-aprendizaje-investigación-proyección social, por medio de la implementación de técnicas de modelación computacional, para comprender su comportamiento desde la perspectiva de la dinámica de sistemas en la gestión de la didáctica de la educación superior.

Sección II

Marco referencial

Marco geográfico

Fusagasugá es un municipio colombiano, capital de la provincia del Sumapaz, en el departamento de Cundinamarca, ubicado a 59 km al suroccidente de Bogotá, en una meseta delimitada por el río Cuja y el Chocho, el cerro de Fusacacán y el Quininí que conforman el valle de los Sutagaos y la altiplanicie de Chinauta.

El proceso investigativo tiene su punto de partida en Fusagasugá, y se implementa gradualmente en los municipios de la provincia del Sumapaz, proyectando el establecimiento de vínculos académicos con instituciones de educación básica primaria rural para los diez (10) municipios de la provincia, en el marco del proyecto denominado *Red Regional de Modelación Computacional para la Educación* y articulando los procesos de formación y aprendizaje, investigación y proyección social con la implementación de talleres itinerantes de alfabetización computacional.

En este documento se presenta la Fase 1 de su implementación, conectando el proceso con la comunidad educativa de las siguientes instituciones: la Escuela Unitaria Rural Santa Helena, ubicada en la vereda Santa Helena en el municipio de Granada; la Escuela Unitaria Rural - La Mesa, ubicada en la vereda de San José en el municipio de Arbeláez; la Escuela Unitaria Rural Portones, ubicada en la vereda de Portones en el municipio de San Bernardo; y la Escuela Unitaria Guayabal, ubicada en la vereda Guayabal del municipio de Fusagasugá.

Figura 4.1. Talleres itinerantes - Fase 1



Nota. Los lugares marcados por estrellas son donde se han realizado las prácticas. Fuente: Google Maps, 2019.

Marco legal

El Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, según la Ley 1341 del 2009 o Ley de las TIC, es la entidad que se encarga de diseñar, adoptar y promover las políticas, planes, programas y proyectos del sector de las tecnologías de la información y las comunicaciones. “Dentro de sus funciones está incrementar y facilitar el acceso de todos los habitantes del territorio nacional a las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones y a

sus beneficios” (MinTIC, 2018, p. 10).

Desde la Ley 115 de 1994 por la cual se expide la Ley General de Educación, en sus artículos 19, 23 y 31, se establecen unas directrices obligatorias en las instituciones educativas que deben entenderse como un conjunto de saberes, procesos y valores fundamentales en el desarrollo integral del sujeto en los diferentes contextos del territorio nacional.

El área de tecnología e informática hace parte de las nueve áreas fundamentales y obligatorias para la educación de básica y media, por lo cual hace parte del plan de estudios y el Proyecto Educativo Institucional (PEI, en adelante). De este modo, la Ley 115 de 1994 pretende llevar a cabo procesos educativos que favorezcan el desarrollo de pensamiento tecnológico y competencias en la solución de problemas que contribuyan a satisfacer necesidades individuales y sociales en tanto la tecnología ayuda al desarrollo de las capacidades creativas, críticas y reflexivas de las personas, motivándolas a participar activamente en la construcción de sociedades con mejor calidad de vida.

Además, el Plan Especial de Educación Rural “*Hacia el desarrollo rural y construcción de paz*” (MEN, 2017) da cuenta de la importancia de contribuir desde la Licenciatura en Matemáticas con procesos que fortalezcan la actividad académica en las instituciones de educación rural. Para ello, con la ayuda de herramientas computacionales, se implementan acciones dirigidas al desarrollo de habilidades computacionales para su aplicación en la resolución de problemas, y con ello coadyuvar con la eliminación de las brechas existentes entre los sectores urbano y rural, promoviendo una educación de calidad para toda la niñez de la provincia del Sumapaz, el departamento de Cundinamarca y el país.

Marco teórico

En el presente trabajo, producto de la actividad investigativa del Proyecto Código 56 - *Red Regional de Modelación Computacional para la Educación*, la simulación se constituye en un aspecto esencial para la estructuración de todo el proceso investigativo; por tal motivo, es esencial declarar que se adoptan, como aspectos clave en la organización teórica de este documento, los siguientes planteamientos acerca de la teoría de la simulación.

Teoría de la simulación

“Según Harrell (2001) y Tumay (2001), la Teoría de la Simulación podría definirse como un medio que experimenta con un modelo detallado de un sistema real, para determinar cómo responderá el sistema a los cambios en su estructura o entorno” (Fullana y Urquía, 2009, p. 2). En esta investigación, el sistema se estructura sobre la base de tres categorías analíticas que corresponden a las funciones sustantivas de la Universidad de Cundinamarca: formación y aprendizaje, ciencia-tecnología e innovación, e interacción universitaria.

Por otro lado, “Harrington (1999) y Tumay (1999) consideran que se podría afirmar que la simulación permite experimentar con un modelo del sistema para comprender mejor los procesos, con el fin de mejorar la actividad en las empresas” (Fullana y Urquía, 2009, p. 3). Desde este punto de vista, ha sido de vital importancia para el fortalecimiento de los procesos académicos en la Licenciatura en Matemática, la implementación de la modelación computacional (simulación) como una de las estrategias planteadas en el plan de contingencia del programa con miras a garantizar la existencia de recursos de apoyo para la gestión de

las funciones de docencia, investigación y proyección social, innovación que fue sustentada ante los pares evaluadores del MEN en las visitas de acreditación de calidad y renovación de registro calificado en los años 2016 y 2017, recibiendo un concepto positivo de parte de ellos.

Otro aspecto muy importante que vale destacar dentro de las distintas definiciones de la teoría de la simulación lo exponen Fullana Belda y Urquía Grande (2009) al sostener que “esta pretende imitar el comportamiento del sistema real, evolucionando como este, pero lo más frecuente es estudiar además la evolución del sistema en el tiempo” (p. 1). Dicha evolución siempre estará acompañada de la articulación continua entre teoría y praxis educativa que ha caracterizado la actividad investigativa en la Licenciatura en Matemáticas y que se sustenta en más de cuarenta años de experiencia en la formación de docentes.

Modelización computacional

El National Institute of Biomedical Imaging and Bioengineering (NIBIB) sostiene que la Modelización Computacional es el uso de computadora para simular y estudiar el comportamiento de sistemas complejos. El sistema educativo es tan complejo que puede ser modelado computacionalmente, ajustando gradualmente un conjunto de Categorías Analíticas hacia variables que solas o combinadas permiten observar cómo los cambios afectan los resultados (NIBIB, 2016, p. 2).

En el 2016, el NIBIB plantea que los resultados de las simulaciones de modelos ayudan a los investigadores a hacer predicciones acerca de qué pasará en el sistema real que se está estudiando en respuesta a condiciones cambiantes; en este sentido, la implementación de la simulación en investigación en educación contribuye significativamente en los procesos de autoevaluación de los programas académicos de la Facultad de Educación, y la proyección de nuevas ofertas de programas de educación superior, aprovechando una “característica clave de los modelos computacionales”, relacionada con su capacidad para estudiar un sistema en múltiples niveles, y observar y evaluar cómo dichas interacciones producen cambios.

“La capacidad de estudiar un sistema en estos múltiples niveles se conoce como modelado multiescala” (NIBIB, 2016, p. 3), constituyéndose en una herramienta muy útil para aplicar en la gestión educativa en los diferentes niveles del sistema educativo, desde el punto de vista de la “filosofía del Zoom” (Marina, 2016).

Simulación multimétodo

“La modelización computacional (simulación) proporciona un importante método de análisis que se puede verificar, comunicar y comprender fácilmente. En todas las industrias y disciplinas, la simulación proporciona soluciones valiosas al proporcionar una visión clara de los sistemas complejos” (AnyLogic, 2019, p. 1), esto incluye a la “didáctica como disciplina científica y pedagógica” (Prieto y Sánchez, 2019), lo que justifica su implementación en el proceso investigativo que se comunica a través de este documento.

A través de la simulación multimétodo se integran diferentes metodologías de modelado para superar los inconven-

nientes de los enfoques individuales y aprovechar al máximo cada uno. Según la firma AnyLogic (2019) existen tres metodologías principales que se utilizan para construir modelos dinámicos de simulación: modelado dinámico de sistemas, modelado de eventos discretos y modelado basado en agentes.

El modelado dinámico de sistemas asume un nivel alto de abstracción y se utiliza principalmente para problemas de nivel estratégico. Ignora los detalles finos de un sistema, como las propiedades individuales de las personas, productos o eventos, y produce una representación general de un sistema complejo. Estos modelos de simulación abstracta se pueden usar para el modelado y la simulación estratégica a largo plazo. En esta investigación, la simulación del proceso didáctico se construye sobre el programa STELLA con el cual se realiza modelado dinámico sobre la base de la disciplina conocida como dinámica de sistemas.

Dinámica de sistemas

El precursor de la dinámica de sistemas, Jay W. Forrester, recalca la necesidad de esta clase de herramientas porque, mientras que la gente es buena en la observación de la estructura local de un sistema, no está siempre tan bien adaptada a predecir cómo se comportarán los sistemas complejos interdependientes (Morlán, 2010).

“El profesor Javier Aracil, catedrático de la Universidad de Sevilla, precursor y principal referencia de la dinámica de sistemas en España, quien en 1986 recibió el premio J. W. Forrester por sus contribuciones a la investigación en esta disciplina” (Morlán, 2010, p. 60) afirma que para entender el enfoque de esta metodología sistémica:

(...) el mero análisis de un sistema no es suficiente; no basta con saber cuáles son sus partes. Para comprender su comportamiento necesitamos saber cómo se integran: cuáles son los mecanismos mediante los cuales se produce su coordinación. Necesitamos saber cómo se produce la síntesis de las partes en el sistema (...) (Morlán, 2010, p. 79)

El énfasis en la síntesis distingue la metodología sistémica de las metodologías científicas más clásicas de análisis de la realidad, en las que se tiende a sobrevalorar los aspectos analíticos por oposición a los sintéticos, mientras que en la metodología sistémica se adopta una posición más equilibrada. Tan importante es el análisis, que nos permite conocer las partes de un sistema, como la síntesis. Mediante la cual estudiamos cómo se produce la integración de esas partes en el sistema (Aracil, 1995, p. 11).

Desde este punto de vista, se comprende en esta investigación la didáctica universitaria, motivo que ha impulsado a la construcción del simulador utilizando el enfoque metodológico de dinámica de sistemas.

En este orden de ideas, la introducción de la simulación en la investigación educativa, en particular, en didáctica de la educación superior invita a aprovechar las ventajas que esta brinda como medio mediante el cual tanto los nuevos procesos como los procesos ya existentes pueden proyectarse, evaluarse y contemplarse sin correr el riesgo asociado a experiencias llevadas a cabo en un sistema real y que durante muchos años no han permitido salir de la fase exploratoria (Fullana y Urquía, 2009, p. 5).

Esto permite a las instituciones educativas estudiar sus procesos desde una perspectiva sistemática procurando una mejor comprensión de las relaciones circulares de causa y efecto entre ellos, además de facilitar la predicción de ciertas situaciones, contribuyendo con la valoración, replanteamiento y medición, inherentes al ejercicio continuo de la autoevaluación de los programas académicos.

Modelización didáctica

“Consiste en recontextualizar los modelos científicos constituyéndolos en objetos de enseñanza” (Rojas Durango, 2015, p. 2), donde el profesor, “además de conocer la naturaleza y el alcance explicativo de un modelo científico, debe adicionarle su saber didáctico” (Felipe y Larrico, 2015, p. 4). Desde esta perspectiva, se concibe la modelización

como un proceso recursivo, constituido por una serie de actividades en las que los estudiantes deben utilizar diferentes formas de representación de los conceptos para formular descripciones y explicaciones de ellos, elaborar sus propias representaciones, analizar críticamente los modelos utilizados (señalando su utilidad y limitaciones) y compararlos con modelos presentados por libros de texto y publicaciones científicas.

Es así como los estudiantes adquieren experiencia trabajando con modelos, reflexionando sobre esas experiencias y discutiendo las funciones de los modelos en la enseñanza y la investigación.

Brousseau (1986) expone en los elementos para una modelización el siguiente interrogante:

¿Es posible modelizar todo un sistema educativo por medio de un sistema enseñante, definido por algunas relaciones que tiene con un sistema enseñado que a su vez representa a centenares de alumnos, cuya diversidad parece justamente ser la primera fuente de las dificultades enseñantes? Eso es un reto inevitable del proceso de teorización (pp. 33-115).

Como estrategia para abordar este cuestionamiento de Brousseau y construir la estructura del proceso didáctico en el presente trabajo investigativo, se recurre al establecimiento de los pilares institucionales que constituyen las siguientes funciones sustantivas de la Universidad de Cundinamarca:

- **Formación y Aprendizaje.** A través de esta acción, la Universidad de Cundinamarca busca dar cumplimiento a los propósitos de formación integral de sus estudiantes, definidos en el modelo pedagógico en el marco de una educación humanista, liberadora, dialógica, flexible, emancipadora, crítica, compleja, que contribuya a la construcción de significados y sentidos. En suma, en esta función sustantiva se busca permanentemente el aseguramiento de la calidad de la formación y el aprendizaje. El profesor se concibe como un sujeto libre, transformador, interactivo y gestor de conocimiento. Así mismo, el estudiante es el centro de la cultura académica, creador de oportunidades, autónomo, crítico y propositivo (UDEEC, 2016).
- **Ciencia, Tecnología e Innovación.** Este campo del saber se concibe como una práctica permanente, articulada con la misión y los objetivos institucionales, que permite consolidar formalmente un conjunto de capacidades, competencias y habilidades del orden teórico-conceptual, metodológico y técnico, identificadas con el seguimiento teleológico, científico y ético de principios de pluralidad, interdisciplinaridad, integralidad e intersectorialidad, que aportan al desarrollo económico, social y cultural del país.

En tal sentido, la Universidad de Cundinamarca concibe el campo de la ciencia, la tecnología y la innovación como una de las funciones sustantivas de la educación superior y, en su desarrollo, como una acción que exige vocación y disciplina para poder generar y gestionar conocimiento pertinente, y con capacidad de respuesta a la velocidad con la que se dan los cambios en la sociedad. En su acción social, la universidad interactúa con la comunidad académica y empresarial del país, y ofer-

ta programas académicos con currículos contextualizados en relación con los avances científicos y tecnológicos, y a la problemática propia de sus comunidades.

Desde este campo, la universidad asume la responsabilidad de fomentar el desarrollo de la ciencia, la tecnología y la innovación, y de la capacidad crítica, reflexiva y analítica, lo cual contribuye al avance y fortalecimiento científico y tecnológico nacional, orientada con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.

La Universidad de Cundinamarca define directrices sobre ciencia, tecnología e innovación en el aula, formación para la investigación, la producción de conocimiento científico, promoción de grupos de investigación, semilleros, auxiliares y jóvenes investigadores, y los parámetros fundamentales sobre líneas de investigación. En este proceso, es visto como un componente transversal del currículo en el desarrollo de competencias para la formulación de proyectos, el diseño de metodologías, el trabajo en equipo, los enfoques, el desarrollo de innovaciones y la búsqueda de alternativas para la solución de problemas.

La formación para la investigación asume el aprendizaje como un constructo mediado por la praxis que aplica el estudiante, acompañado del profesor, desde la observación, descripción y reflexión de los problemas de su entorno, buscando participar en la intervención calificada y solución de estos con el fin de capitalizar experiencias y conocimientos, aportando con esto a la transformación de la realidad.

Ciencia, tecnología e innovación en la Universidad de Cundinamarca son desarrolladas con la finalidad de crear nuevo conocimiento y transferencia; dinámica que se orienta al desarrollo del conocimiento disciplinar, que busca superar la docencia entendida como reproducción del conocimiento, y generar desde el aula de clase un proceso de formación y aprendizaje que define, a su vez, el nuevo rol del investigador (UDEEC, 2016).

- **Interacción universitaria.** La interacción universitaria es una función que se articula con la ciencia, la tecnología y la innovación, con los procesos de formación-aprendizaje y la interacción social. Tiene como finalidad la realización de ejercicios permanentes de producción, construcción y transferencia de conocimiento y cultura que permita la integración, el encuentro y el diálogo con la comunidad y la sociedad en la creación de soluciones que aporten a las políticas nacionales y contribuyan a la comprensión y transformación de la realidad social, local, regional y nacional.

La interacción universitaria parte del propósito de formación de la comunidad educativa, tanto en el ejercicio de sus profesiones como en el marco de la responsabilidad ética de su accionar, desde procesos de indagación y construcción de conocimiento en entornos sociales específicos; la contextualización e intercambio de experiencias y saberes; la formación y capacitación de la comunidad, la socialización, difusión, promoción, circulación y comunicación de la cultura, el arte, el deporte, y el conocimiento y las innovaciones en las múltiples áreas del saber.

La interacción universitaria implicará la vinculación real y efectiva con el entorno, especialmente en tres

ámbitos: el sector productivo, el Estado y la sociedad civil. La interacción con cada uno de ellos se dará a partir de la identificación de los intereses y necesidades de cada parte, atendiendo a criterios de solidaridad, sostenibilidad y reconocimiento de los ámbitos de acción de cada uno de los actores y su consecuente papel en la construcción del desarrollo sostenible. (UDEC, 2016)

En el siguiente arquetipo se presenta la relación de influencia entre las tres funciones sustantivas universitarias que constituyen la plataforma teórica institucional sobre la cual se configura el proceso de modelización en este trabajo.

Figura 4.2. Relaciones de influencia - Funciones sustantivas



Fuente: elaboración propia.

Marco conceptual

Una vez definidos los referentes teóricos es esencial presentar en este apartado la estructura conceptual que sustenta el pensamiento, lenguaje, organización y acciones que estructuran el proceso investigativo que se comunica en este documento, desde el punto de vista del pensamiento sistémico.

Pensamiento sistémico

Es una disciplina para ver totalidades. Es un marco para ver interrelaciones en vez de cosas, para ver patrones de cambio en vez de “instantáneas” estáticas. “Es un conjunto de principios generales destilados a lo largo del siglo XX, y abarca campos tan diversos como las ciencias físicas y sociales, la ingeniería y la administración de empresas” (Senge, 2011, p. 39). Este tipo de pensamiento permite ver las “estructuras” que subyacen a las situaciones complejas, y ayuda a discernir cambios de alto y bajo apalancamiento, ofreciendo un lenguaje que comienza por la reestructuración del pensamiento.

La esencia de la disciplina de pensamiento sistémico radica en un cambio de enfoque:

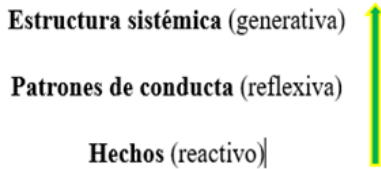
- Ver las interrelaciones en vez de las concatenaciones lineales de causa-efecto.
- Ver procesos de cambio en vez de instantáneas.

Para Senge (2011), el pensamiento sistémico comienza con la comprensión de un concepto simple llamado *feed-*

back o “realimentación”, que muestra cómo los actos pueden reforzarse o contrarrestarse (equilibrarse) entre sí. Es importante para ello practicar continuamente para aprender a reconocer tipos de estructuras recurrentes.

El pensamiento sistémico ofrece también desde la perspectiva de Senge (2011), un rico lenguaje para describir una vasta gama de interrelaciones y patrones de cambio, que para los propósitos que han direccionado el proceso investigativo vinculado con el presente trabajo, implica la estructuración del pensamiento y lenguaje a través de niveles de explicación que facilitan el abordaje de situaciones complejas, tal como sugiere Peter M. Senge en el diagrama que se describe a continuación.

Figura 4.3. Niveles de explicación



Fuente: elaboración propia.

Para abordar el primer nivel, que corresponde a la fase reactiva, se requiere de la práctica de estrategias que contribuyan a “intentar entender la realidad completa”. Puesto que “el pensamiento sistémico nos recuerda que el todo puede superar la suma de las partes” (Senge, 2011, p. 6), es necesario examinar la dinámica del sistema y las inte-

rrrelaciones entre sus partes, es decir, “*ver el bosque, más allá de los detalles de cada uno de los árboles*”.

El Waters Center for System Thinking (2019) sugiere las siguientes preguntas orientadoras para la estructuración conceptual en este nivel de explicación:

- ¿Cómo podemos mantener un balance entre una mirada panorámica de la realidad y los detalles importantes allí presentes?
- ¿Qué marco de tiempo debo considerar para ver el sistema?
- ¿Qué patrones o tendencias emergen en el tiempo?

En el segundo nivel, correspondiente a la fase reflexiva, “la identificación de patrones y las consecuentes explicaciones basadas en ellos conducen a ver las tendencias de largo plazo, evaluar sus implicaciones y sugerir cómo se puede responder a las tendencias cambiantes en el tiempo” (Senge, 2011, p. 30). “Es esencial observar cómo cambian los elementos dentro del sistema, para entender su naturaleza dinámica. Se pueden utilizar gráficos del comportamiento en el tiempo para registrar y observar los patrones y tendencias que generan esos cambios” (Waters Center, 2019, p. 5).

Las siguientes preguntas expuestas en Waters Center (2019) contribuyen a evolucionar en el tránsito al segundo nivel de explicación:

- ¿Cuáles elementos importantes han cambiado en el sistema?
- ¿Cómo han cambiado estos elementos en el tiempo?
- ¿Cuáles de los elementos cambiantes representan cantidades (es decir, cuáles se pueden cuantifi-

- car)? ¿Cómo crecen o decrecen?
- ¿Qué patrones o tendencias emergen en el tiempo?

En el tercer nivel correspondiente a la fase generativa, “la comprensión de la estructura sistémica implica concentrarse en la respuesta a la pregunta ¿qué causa los patrones de conducta?” (Senge, 2011, p. 33). Estas explicaciones estructurales son importantes porque abordan las causas subyacentes de una conducta en un nivel en el cual los patrones de conducta se pueden modificar.

Como la estructura del sistema genera conductas, y el cambio de las estructuras subyacentes puede generar otros patrones de conducta, las explicaciones estructurales que caracterizan este nivel, son inherentemente generativas. Más aún, como la estructura de los sistemas humanos incluye las “políticas operativas” de los que toman decisiones en el sistema, la redefinición de estas tomas de decisiones se redefine consecuentemente, haciendo evolucionar la estructura del sistema, fortaleciendo el aprendizaje generativo.

El aprendizaje generativo no se puede sostener donde predomina el pensamiento fáctico. Requiere un marco conceptual de pensamiento “estructural” o sistémico, la aptitud para descubrir causas estructurales de conducta (Senge, 2011).

Glosario

En el presente apartado se presentan algunos términos que se utilizan en este trabajo.

- **Círculo causal:** la realidad está constituida por círculos, pero vemos líneas rectas. Aquí radica el comienzo de nuestra limitación como pensadores sistémicos. Estas variables están organizadas en un círculo o rizo de relaciones causa-efecto que se denomina “proceso de realimentación” (Peter, 1990, p. 43).

En un círculo causal encontramos cinco variables que interviene en el sistema como lo son: el nivel deseado, el nivel actual, la brecha, la posición y el flujo.

- **Bucle de realimentación reforzadora:** los procesos de realimentación reforzadora (o amplificadora) son los motores de crecimiento. Cuando estamos en una situación en la cual las cosas crecen, está operando la realimentación reforzadora. La realimentación reforzadora también puede generar la aceleración de la decadencia (Peter, 1990, p. 47).
- **Bucle de realimentación compensadora:** la realimentación compensadora (o estabilizadora) opera cuando hay una conducta orientada hacia las metas. Si la meta es no moverse, la realimentación compensadora actúa como los frenos de un carro. Si la meta es moverse a noventa kilómetros por hora, la realimentación compensadora nos acelera hasta noventa kilómetros por hora, pero no más (Peter, 1990, p. 47).
- **Arquetipo:** el propósito de los arquetipos es recondicionar nuestras percepciones para que se-

pamos ver las estructuras en juego, y ver el punto de apalancamiento de esas estructuras. Una vez que identificamos un arquetipo, siempre sugieren zonas de alto y bajo apalancamiento para efectuar el cambio.

La realimentación reforzadora y la realimentación compensadora constituyen los ladrillos de los arquetipos, estructuras más complejas que se repiten una y otra vez en los sistemas (Peter, 1990, p. 57).

- **Stock:** es un símbolo genérico para cualquier cosa que acumula o consume recursos. Por ejemplo, agua acumulada en una tina de baño. En cualquier tiempo, la cantidad de agua en la tina refleja la acumulación del agua que fluye desde la llave, menos lo que fluye hacia el drenaje. La cantidad de agua es una medida del *stock* de agua (Armando *et al.*, 2009, p. 11).
- **Flujo:** es la tasa de cambio de un *stock*. En el ejemplo de la tina de baño, los flujos son el agua que entra y el agua que sale (Armando *et al.*, 2009, p. 11).
- **Convertidor:** se utiliza para tomar datos de entrada y manipularlos para convertir esa entrada en alguna señal de salida. En el ejemplo de la tina de baño, si se toma el control de la llave que vierte el agua al interior, el convertidor toma como entrada esta acción en la llave y convierte la señal en una salida que se refleja en la salida de agua (Armando *et al.*, 2009, p. 11).
- **Conector:** es una flecha que le permite a la información pasar entre: convertidores, *stocks* y convertidores, y *stocks*, flujos y convertidores. Un conector cuya dirección va de un convertidor 1 a un convertidor 2 significa que el convertidor 2 es función del convertidor 1. En otras palabras, el convertidor 1 afecta al convertidor 2 (Armando *et al.*, 2009, p. 11).

- **Modelo exponencial:** es un modelo con tendencia a crecer de manera no lineal, ya que la entrada se construye con el producto de la población y de la tasa de nacimientos (Armando *et al.*, 2009, p. 11).
- **Modelo logístico:** hay un autocontrol del crecimiento, por efecto del mismo tamaño poblacional, cuyo comportamiento se aprecia en el siguiente gráfico (Armando *et al.*, 2009, p. 26).
- **Modelo estímulo-respuesta:** en este caso, un flujo de entrada proporciona un estímulo para el cambio en el stock. En el ejemplo, la variable de estado Población tiene un flujo de entrada inmigración neta que no depende de ninguna variable de estado (Armando *et al.*, 2009, p. 38).
- **Modelo autorreferencia:** en este modelo el stock influye en su propio flujo de entrada (Armando *et al.*, 2009, p. 30).
- **Modelo buscando objetivo:** en este caso una población destino es el objetivo y la diferencia entre la población actual y el destino conduce la población hacia el destino. Aquí explícitamente se busca llegar a un valor predefinido. Por ejemplo, el decaimiento de una sustancia radioactiva (el destino es radiación cero), el enfriamiento de un tabique caliente (el destino es la temperatura ambiente) o la difusión de un gas concentrado (el destino es la concentración de un cuarto, para controlar el escape del gas de su contenedor) (Armando *et al.*, 2009, p. 31).
- **Modelo Goal-Setting:** es el más sofisticado de los cuatro modelos básicos. Aquí la variable de estado Población se involucra en la definición de la densidad poblacional, junto con otras fuerzas externas. Donde la densidad poblacional se calcula simplemente como el cociente de número de individuos por área (Armando *et al.*, 2009, p. 33).

Marco de antecedentes

Este trabajo establece el desarrollo de la simulación de procesos didácticos en la implementación de la modelación de sistemas dinámicos mediante estrategias didácticas que articulen el pensamiento sistémico-matemático y computacional, para contribuir con el proceso de enseñanza-aprendizaje, en el cual los estudiantes interactúan con el contexto que los rodea, pretendiendo que puedan resolver problemas de su entorno con más facilidad.

Es fundamental desarrollar en los estudiantes competencias matemáticas que les permita comprender el tema, aplicar los conceptos adquiridos y desarrollar el pensamiento sistémico con el fin de que observen el mundo real como totalidades para realizar su análisis.

Se presentan a continuación los resultados de una revisión de investigaciones relacionadas que pueden servir para registrar y analizar el estado de ese conocimiento, en caso de que interese para algún aporte al presente trabajo.

Hoy las capacidades de modelización y de resolución de problemas son calificadas como básicas para acceder al proceso de producción del conocimiento. La comprensión de las interacciones y relaciones entre los factores que conforman estas dos capacidades es importante para proponer a partir de esta comprensión estrategias didácticas que sirvan para desarrollar y fortalecer de manera integrada y complementaria es-

tas capacidades en los estudiantes (García-García, 2013, p. 2)

El anterior artículo sobre modelación es una investigación que se deriva de un proyecto denominado *La construcción de un modelo de interacciones complejas, la modelización representación y solución de problemas*, en el cual se presenta un modelo construido sobre modelaciones complejas a partir de factores descritos y analizados estadísticamente, la resolución de problemas y la ejecución de la modelación, que evidenciaron resultados como análisis de datos estadísticos, la resolución de algunos problemas y su respectiva modelación, en tanto que los procesos pedagógicos fueron fundamentales para el desarrollo de este. Se realizaron pruebas de resolución de problemas y, finalmente, se hicieron test sobre modelización, y se concluyó que dados los factores como la capacidad de modelación y la capacidad de resolución de problemas; finalmente, se evidenció la importancia de modelizar o modelar, sobre la resolución de problemas.

En el artículo *La simulación como estrategia didáctica en el aprendizaje y la resolución de problemas lógicos* de la Universidad Centrooccidental Lisandro Alvarado (UCLA), Márquez (2012) presenta una investigación en la que determinó el efecto de la simulación como estrategia didáctica en la resolución de problemas lógicos. Esta se sustentó en la teoría cognitiva del aprendizaje significativo, y para su desarrollo intervinieron dos grupos de estudiantes, uno experimental y otro de control, los cuales realizaron un pretest de conocimientos previos de operaciones básicas de matemáticas. Posteriormente, aplicaron una preprueba sobre problemas de lógica y al final fueron sometidos a una posprueba para medir el rendimiento alcanzado y los conocimientos adquiridos.

La simulación como estrategia didáctica se aplicó al grupo experimental, mientras que la técnica expositiva se aplicó

al grupo de control y se concluyó que la simulación como estrategia experimental directa de aprendizaje permite que el estudiante desarrolle e incremente las destrezas y habilidades en la resolución de problemas de lógica matemática. Así mismo, esta contribuye a ilustrar con mayor facilidad situaciones del mundo real, para poder comprenderlas y hallar su solución.

Por otro lado, en el informe *La modelación matemática en la formación inicial de profesores de matemáticas: visiones de algunos formadores*, Correa Carvajal y otros (2015) exponen una investigación en la cual se plantearon examinar las ideas sobre modelación matemática presentes en las asignaturas del plan de estudios de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Antioquia, con el propósito de exponer los acercamientos entre el discurso de los profesores en las clases y las tendencias sobre modelación matemática en los programas de formación de profesores. Se analizaron algunos elementos importantes como lo son los tipos de problemas, sus objetivos y las dinámicas que se llevan a cabo en el aula.

Para el desarrollo de esta investigación, se realizó un estudio de casos como método de investigación cualitativo, con el propósito de buscar interpretaciones acertadas y con una finalidad descriptiva; para la recolección de información realizaron guías de lectura, bitácoras de observación, encuestas, entrevistas y cuestionarios para los docentes.

Finalmente encontramos un trabajo de grado presentado en el Facultad de Ingeniería de la Universidad Católica titulado *Aplicación de una herramienta de modelado en dinámica de sistemas para la estimación de costos de proyectos en licitaciones de servicios de ingeniería de programa y sistemas de información en Colombia*, de Sarmiento (2016), el cual consistió en la realización de un modelo en dinámica de sistemas que le permitiera a una empresa estimar la duración real de un proyecto y definir la conveniencia de participar en licitaciones de contratación pública para servicios

de ingeniería de programa y seguridad informática. Este proyecto se desarrolló en cuatro fases y cada una tenía dos actividades, que se desarrollaron de manera secuencial y en paralelo a la revisión periódica de los datos.

En la primera fase se revisó el plan de trabajo y se realizaron ajustes convenientes, además de realizar la revisión de bases de datos relacionadas con el proyecto. En la segunda fase buscaron información sobre procesos licitatorios de servicios de ingeniería, y se realizaron encuestas a las empresas que estaban trabajando en este contexto, para su posterior análisis, identificando las variables esenciales en el proceso de conveniencia de participar en las licitaciones públicas. En la tercera fase se definió el modelo de la estructuración de las actividades de los proyectos de ingeniería de programa en las licitaciones, por lo cual este modelo se realizó mediante las causales de dinámica de sistemas, utilizando el programa iThink, o mejor conocido en la actualidad como STELLA, para simular el comportamiento de la duración de un proyecto en las situaciones dadas en el pliego de condiciones, para identificar su duración esperada. En la última fase se analizaron los resultados y se generaron las conclusiones de trabajo, en los que utilizaron estadísticas probabilísticas del comportamiento del costo esperado del proyecto analizado en la licitación pública.

De esta manera, después de realizar la revisión de investigaciones relacionadas con la temática de simulación de procesos didácticos en la implementación de la dinámica de sistemas, encontramos algunos proyectos desarrollados sobre la modelación con temas pertinentes a lo empresarial y educativo, ante los cuales es posible afirmar que hay muy pocos proyectos desarrollados sobre la temática de esta investigación.

Sección III

Modelos informáticos

En esta sección se realiza una breve descripción de las herramientas tecnológicas utilizadas en el proceso de modelización y simulación. Para abordar el modelado dinámico de sistemas, existen diferentes programas computacionales entre los que se destacan: Vensim (Ventana Systems Inc., 2019), Powersim (Powersim Solutions Inc., 2015), Anylogic (The AnyLogic Company, 2019), Splash (Creative Learning Exchange & Visual Interfaces for serious Simulations, 2018) y STELLA (Isee Systems, 2019).

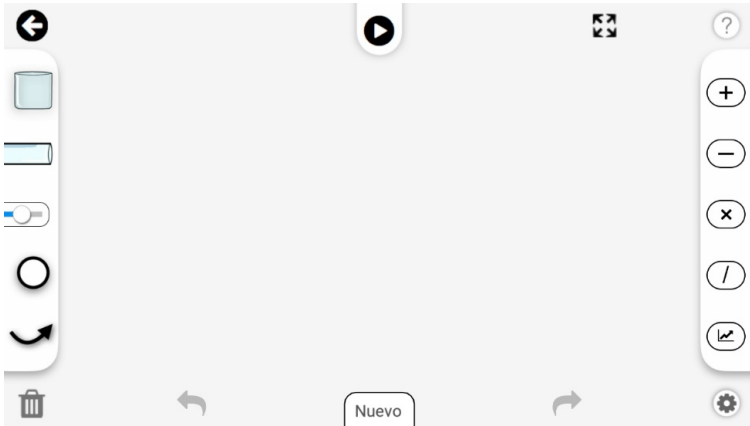
Splash y STELLA, versión para estudiantes, se han implementado en las prácticas exploratorias para la introducción del modelado dinámico de sistemas en educación básica. Splash se ha constituido en el referente para la modelación en la ejecución de los talleres itinerantes en educación básica primaria, y STELLA versión para estudiantes (2014) y STELLA Professional en la construcción de la simulación del proceso didáctico.

El programa Splash proporciona un espacio atractivo donde es posible crear y probar ideas de modelos en movimiento, posibilitando el entendimiento de los sistemas que funcionan en el mundo, permitiendo así generar su propio aprendizaje y encontrando sus posibles soluciones (Creative Learning Exchange & Visual Interfaces for serious Simulations, 2018, p. 1).

Fue creado, desarrollado y publicado el 14 de septiembre de 2018, gracias a la asociación creativa de CLE (Creative Learning Exchange), organización sin ánimo de lucro fundada en 1991 por el creador de la dinámica de sistemas, Jay W. Forrester, para animar el estudio y desarrollo de los sistemas que utilizan el pensamiento sistémico y la dinámica de sistemas. Además, fomenta el proceso de descubrimiento activo en la resolución de problemas significativos del mundo real a través del dominio del pensamiento sistémico y el modelado de la dinámica de sistemas. De igual manera, este programa también contó con el apoyo para su creación por parte de BTN - Visual Interfaces for Serious Simulations.

Splash fue diseñado principalmente para tabletas y dispositivos móviles, de descarga gratuita mediante la plataforma Android o iOS, donde los requerimientos para su funcionamiento son básicos y no exige contar con servicio de datos de navegación. Combina simulaciones de dinámica de fluidos con la dinámica de sistemas de una manera que enfatiza la diversión, el placer y la facilidad de uso, gracias a la múltiple cantidad e íconos y elementos de control disponibles en la interfaz del programa (Creative Learning Exchange & Visual Interfaces for serious Simulations, 2018, p. 1).

Figura 4.4. Interfaz de Splash



Nota. Ventana de interacción con los elementos principales de modelación. Fuente: Screenshot of free programa Splash.

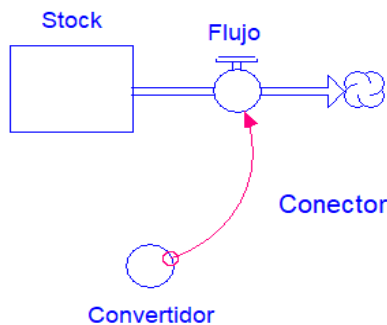
Por otro lado, Isee Systems (2019) compañía desarrolladora del programa de pensamiento sistémico y modelado dinámico, fundada en 1985 por el científico y profesor de pensamiento sistémico Barry Richmond, con el nombre de High Performance Systems, con el apoyo financiero de Analog Devices y el soporte técnico de Apple Computer, desarrolló el lenguaje de programación visual STELLA = Structural Thinking Experimental Learning. Laboratory with Animation.

En 1989, Barry Richmond recibió el Premio Jay Wright Forrester de la System Dynamics Society por ser el primero en presentar una herramienta de simulación y construcción de modelos basada en íconos. En 1990, Isee Systems (2019) introdujo iThink para la simulación de negocios,

también creó el primer Management Flight Simulator en 1991, fue pionero en la introducción del primer Learning Environment en 1995 y ofreció el primer taller de pensamiento sistémico conversacional en 1999. En 2007 Isee Systems se comprometió con el borrador del estándar XMILE para el intercambio de modelos, lanzando el primer producto compatible con XMILE en 2012. En 2015 presentó la próxima generación del programa de modelado dinámico, denominado STELLA Professional (Isee Systems, 2019).

STELLA es un programa de programación visual para el modelado de dinámica de sistemas mediante computadora que requiere de una licencia de activación para su funcionamiento. A los usuarios se les presenta una interfaz gráfica en la que pueden crear modelos gráficos de un sistema utilizando cuatro elementos o bloques de construcción fundamentales: *stocks*, flujos, convertidores y conectores.

Figura 4.5. Elementos de construcción de STELLA



Nota. Modelación del diagrama de flujo. Fuente: Screenshot of free programa Splash.

Glosario

- **Stock:** es un símbolo de bloque para la acumulación o almacenamiento de algún recurso. Por ejemplo, agua acumulada en un embalse. En cualquier tiempo, la cantidad de agua en el embalse refleja la acumulación del agua que fluye desde las válvulas de ingreso de agua, menos la que fluye hacia los tubos de salida. La cantidad de agua es una medida del *stock* de agua.
- **Flujo:** es la tasa de cambio de un *stock*, por lo cual los flujos llenan o drenan las acumulaciones. En el ejemplo del embalse, los flujos son el agua que entra y el agua que sale.
- **Convertidor:** se utiliza para tomar datos de entrada y manipularlos para convertir esa entrada en alguna señal de salida. En el ejemplo del embalse, si se toma el control de las válvulas que vierten el agua al interior, el convertidor toma como entrada esta acción en las válvulas y convierte la señal en una salida que se refleja en la salida de agua.
- **Conector:** es una flecha que le permite a la información pasar entre las variables de un modelo. Los conectores indican un efecto inmediato de una variable en otra variable.

CONCLUSIÓN

La educación e investigación resultan mucho más interesantes cuando se sale del salón de clase general, y se ofrece la oportunidad de crear, experimentar y ver por uno mismo. STELLA ofrece una forma práctica de visualizar y comunicar dinámicamente cómo funcionan los sistemas complejos en la realidad del mundo que nos rodea. Las herramientas que ofrece este tipo de programa son fundamentales para la representación de cualquier tipo de sistema, aun los más complejos, ya que un dibujo o imagen de un sistema en funcionamiento, en el tiempo, es mucho más atractivo que un sistema estático trazado en una superficie o un conjunto de ecuaciones diferenciales, motivando así la participación de los involucrados en el proceso de modelación.

Sección IV

Marco metodológico

Teniendo en cuenta la naturaleza, los objetivos, el alcance y las limitaciones del proceso, la metodología seguida para el desarrollo de este trabajo se estructura en tres componentes, a saber:

Componente de dinámica de sistemas

A través de la introducción de la modelización y simulación como metodología de investigación interdisciplinar se garantiza la comprensión del proceso como un sistema en constante evolución. Esta tendencia desde mediados de 1990 se ha expandido de modo sistemático para el estudio de procesos sociales en antropología, economía, sociología, arqueología y ciencia política (Rodríguez Zoya y Roggero, 2016).

Sin embargo, “la modelización y simulación computacional como metodología de investigación científica constituyen un enfoque poco conocido y empleado en la actualidad por parte de las ciencias sociales latinoamericanas, aunque se destacan interesantes contribuciones realizadas desde nuestro continente” (Rodríguez Zoya y Roggero, 2016, p. 7).

“Introducir la modelización computacional en ciencias sociales y humanas implica necesariamente una apertura hacia un concepto y una forma de práctica científica que no se encuentra en el repertorio habitual de las disciplinas sociales y humanísticas” (Rodríguez Zoya y Roggero, 2016, p. 15). Sin embargo, Rodríguez y Roggero (2016) defienden la tesis que “la modelización y la simulación constituyen una estrategia para abordar la complejidad social” (Morin, 1984, p. 4), “ofreciendo nuevas posibilidades para un trabajo colectivo de carácter verdaderamente interdisciplinario” (García, 2006, p. 11).

Así como el trabajo de modelización y simulación brinda la posibilidad inédita de integrar conocimientos de distintas disciplinas y, por tanto, de abrirse a un diálogo fecundo entre las diferentes ramas de la ciencia, en este proceso se percibe la oportunidad de tomar como punto de partida la articulación de modo sistémico, de las funciones sustantivas universitarias de formación-aprendizaje, ciencia-tecnología e innovación e interacción universitaria, y

concretarlos en el programa académico en función de las categorías analíticas de enseñanza, aprendizaje, investigación y proyección social que articuladas permiten describir los procesos didácticos en educación superior, y concebir esta interdependencia como sistema complejo no lineal.

Teniendo en cuenta que la dinámica de sistemas es una metodología para el estudio y manejo de sistemas de realimentación complejos, el uso del computador para realizar sus simulaciones, ofrece la posibilidad de estudiar el comportamiento y las consecuencias de las múltiples interacciones de los elementos de un sistema a través del tiempo. Esto la hace muy útil para el estudio de fenómenos sociales ya que en ellos están implicados una gran cantidad de elementos e interrelaciones en los que la presencia de no linealidades determina el comportamiento y dificultan una solución analítica (Morlán, 2010, p. 5).

De lo anterior, se puede asumir que la dinámica de sistemas permite predecir consecuencias a largo plazo de una manera analítica y certera, ya que se puede estudiar el comportamiento de un sistema, analizando la interacción de las variables.

Desde esta perspectiva, en el presente trabajo el proceso metodológico de la investigación incluye las siguientes fases:

- *Identificación del problema y análisis de comportamiento.* Aquí se determinan las variables claves que intervienen en el proceso.
- *Modelado cualitativo o causal del sistema.* En esta fase se construye la hipótesis dinámica, que permite detectar cuáles son los elementos que se incluirán y cuáles tienen mayor importancia del sistema. Su ejecución incluye la construcción de diagramas causales, puesto que la identificación de los círculos de causalidad garantiza la reflexión sobre las relaciones de influencia entre los elementos que se integran.
- *Modelado cuantitativo.* Esta fase implica la traducción de los diagramas causales a diagramas de Forrester o diagramas de niveles y flujos (*stock y flow*), necesarios para la visualización de patrones y tendencias en el comportamiento del sistema, aspectos esenciales para la simulación del sistema. En esta fase se definen las respectivas variables y se establecen los tiempos en los que la simulación tendrá su alcance definitivo.
- *Experimentación (validación inicial del sistema).* En esta fase se utiliza el modelo generado para explorar la confiabilidad del sistema, verificando su coherencia al abordar el tema especificado, y brindando la seguridad del modelo ante los diferentes escenarios en los que se va a desarrollar.

Componente de investigación educativa

La perspectiva de la investigación-acción, expresada por Kurt Lewin en el texto de Kemmis y McTaggart (1988) como un proceso de peldaños en espiral, se compone cada uno de planificación, acción y evaluación del resultado de

la acción. En la práctica, el proceso empieza con la idea general de que es deseable alguna clase de mejora o cambio, no es una investigación acerca del trabajo de otras personas, sino una investigación realizada por determinadas personas acerca de su propio trabajo con y para otros. Se considera a las personas agentes autónomos y responsables, participantes activos en la elaboración de sus propias historias y condiciones de vida, capaces de ser más eficaces en esa elaboración si conocen aquello que hacen y capaces de colaborar en la construcción de su historia y sus condiciones de vida colectiva. Puede ser iniciada por la acción de una sola persona (el investigador), quien no considera a las demás personas como objetos de investigación, sino que las alienta a trabajar juntas como sujetos conscientes y como agentes del cambio y la mejora.

Este proceso genera la interacción continua entre teoría y práctica, renovada por la acción transformadora de la reflexión crítica continua en el quehacer educativo, en virtud de que se trata de un ejercicio de utilización de la "inteligencia crítica" orientada a dar forma a la acción y a desarrollarla de tal modo que la acción educativa se convierta en una praxis (acción críticamente informada y comprometida), a través de la cual se puedan vivir consecuentemente los valores educativos.

Es importante aclarar que en el desarrollo del presente trabajo, se integraron estrategias de la Investigación-Acción (I-A), después del estudio de diversas posibilidades metodológicas, y que no se aceptó acríticamente. Se adoptó porque se tenían ya razones procedentes de la aproximación a la realidad educativa, de manifestaciones concretas de la preocupación temática, y de los resultados de las reflexiones procedentes. El proceso metodológico de la investigación-acción comprende los siguientes pasos básicos: reflexión inicial, planificación, acción, reflexión-replanificación.

Componente de ingeniería didáctica

Comprendida como una metodología de investigación surgida en la didáctica de las matemáticas francesas a principios de los años ochenta. Forma parte de la tercera perspectiva desde la cual se sustenta el presente enfoque metodológico, debido a que ha sido empleada como una metodología para las realizaciones tecnológicas de los hallazgos de la teoría de situaciones didácticas y de la transposición didáctica.

El nombre surgió de la analogía con la actividad de un ingeniero, que:

Para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los depurados por la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo (Artigue, 1998, p. 7).

El término ingeniería didáctica se utiliza en didáctica de las matemáticas con una doble función: como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza-aprendizaje, conforme mencionó Douady:

El término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos. A lo largo de los intercambios entre el profesor y los alumnos, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor. Así, la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo, un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso, resultante de una adaptación de la puesta en funcionamiento de un producto acorde con las condiciones dinámicas de una clase (Douady, 1996, p. 10).

Las siguientes características de la ingeniería didáctica como metodología de investigación se han tomado como referentes metodológicos para el desarrollo del proceso que se comunica en este documento:

1. Por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en el aula, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
2. Por el registro de los estudios de caso y por la validación que es esencialmente interna, basa-

da en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

Sección V

Modelización del subsistema enseñanza-aprendizaje-investigación

La organización de este capítulo sigue la secuencia de niveles de explicación desde la perspectiva del pensamiento sistémico, referenciados en el marco conceptual.

Nivel reactivo

En este nivel, los momentos de exploración, diseño, observación e implementación de las actividades de enseñanza relacionadas con la introducción del modelado dinámico de sistemas, se organizan en coherencia con referentes conceptuales de la Escuela Francesa de Didáctica de la Matemática, entre los que se destacan: la ingeniería didáctica y la teoría de las situaciones didácticas.

La ingeniería didáctica contribuye con la estructuración del proceso en función de los siguientes momentos: *análisis preliminar, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori*. En esta fase del proceso (Fase 1) se ha realizado la secuencia en un nivel básico de profundidad, la Fase 2 implica un nivel mayor de análisis a partir del tratamiento de la información recolectada en la implementación de los talleres a través de los registros de observación directa, fotográficos, videos y formatos de evaluación de las salidas.

Este nivel se sustenta también en la teoría de las situacio-

nes didácticas, enfoque con el cual se estudian y modelan fenómenos didácticos, pues esta “permite diseñar y explorar un conjunto de secuencias de clase concebidas por el profesor con el fin de disponer de un medio para realizar cierto proyecto de aprendizaje” (Cantoral, 2000, p. 30).

Se distinguen, entre las situaciones que se producen para su estudio experimental, cuatro tipos cuya secuencia en los procesos didácticos que organizan es la siguiente: *situaciones de acción*, *situaciones de formulación*, *situaciones de validación* y *situaciones de institucionalización*. Si bien, en el proyecto investigativo la reflexión prospectiva conduce a lograr implementar la secuencia que transita por los cuatro tipos de situaciones, el alcance de esta fase se reduce a:

1. Las *situaciones de acción*, en las que se genera una *interacción* entre los alumnos y el medio físico, que en la perspectiva de la ingeniería didáctica corresponde a momentos de experimentación. Como aquí los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema (Cantoral, 2000), ha sido posible direccionar la estructuración del proceso de diseño, observación y registro de las interacciones realizadas en las escuelas rurales visitadas, facilitando en esta fase de la investigación el análisis de tipo preliminar, *a priori* y *a posteriori*.
2. En las *situaciones de formulación*, cuyo objetivo es la *comunicación* en informaciones entre los alumnos, como plantea Cantoral (2000), se debe modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar, y que han contribuido a la realización de procesos analíticos de tipo preliminar y *a priori*.

Los *hechos* surgidos en el proceso que dan cuenta de la implementación se presentan a continuación:

En esta sección se muestra la componente didáctica del presente proyecto, que corresponde a la implementación de la modelación dinámica de sistemas en educación básica primaria. Mediante el desarrollo de una serie de actividades lúdicas y modelos sencillos elaborados con materiales concretos y por medio del uso del programa Splash y STELLA, se introduce gradualmente el modelado dinámico de sistemas como metodología para articular los procesos de enseñanza-aprendizaje en escuelas multigrado de la zona de influencia de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, sede Fusagasugá.

Es importante destacar que la dinámica de sistemas permite integrar diferentes disciplinas del conocimiento científico, y que la implementación del modelado dinámico de sistemas en la escuela multigrado puede contribuir al fortalecimiento de las estrategias de enseñanza-aprendizaje, por una parte, porque contribuye a la interpretación de la realidad en forma articulada, y además, hace posible abordar la resolución de problemas integrando las diferentes disciplinas que se empiezan a estudiar a través del plan de estudios de la educación básica primaria y, por otra parte, también facilita el trabajo colaborativo y cooperativo dado que este tipo de escuela es un escenario que reúne estudiantes de diferentes edades y niveles en una sola aula, con un solo profesor (máximo dos).

La metodología que se desarrolló fue la ingeniería didáctica de las matemáticas, la cual se caracteriza por un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en el aula, es decir, acerca del planeamiento, ejecución, observación y análisis de las secuencias de enseñanza. Así mismo, por el registro de los estudios y la validación que es esencialmente interna, basada en la confrontación entre el análisis *a priori* y *a posteriori*.

El sustento teórico de la ingeniería didáctica proveniente

de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (1997) y la teoría de la transposición didáctica de Chevallard (1991), como afirma Brousseau (1997), “tienen una visión sistémica al considerar a la didáctica de las matemáticas como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos, con el objetivo de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto” (p. 1).

El proceso experimental de la ingeniería didáctica consta de cuatro fases:

1. Primera fase: realizar un análisis preliminar.
2. Segunda fase: planeación y análisis *a priori* de las situaciones didácticas.
3. Tercera fase: la experimentación
4. Cuarta fase: análisis *a posteriori*.

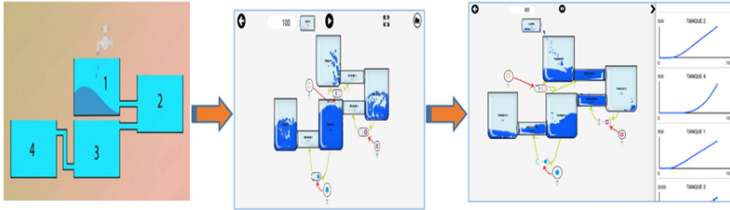
Diseño y aplicación de actividades

En consecuencia, se diseñaron actividades con la colaboración del Grupo GIIMMYC con el semillero de modelación matemática y computacional, las cuales mostrarán la secuencia de situaciones didácticas en cada actividad, iniciando con la aplicación de una actividad en la que se realizó una aproximación en un grupo de grado séptimo. Se pretendía observar el comportamiento de los estudiantes ante el desarrollo de una actividad con fluidos, en la cual los docentes observadores recolectarían información para la planeación de próximas actividades. Por tanto, a continuación presentamos la actividad.

Actividad 1. ¿Qué recipiente se llena primero?

- Lugar de aplicación: Institución Educativa Ciudad Eben Ezer, Fusagasugá, Cundinamarca.
- Fecha de aplicación: 21 de agosto de 2018.
- Nivel educativo: grado séptimo.

Figura 4.6. Acertijo de ¿qué tanque se llena primero?



Representación del diseño de la actividad desde el acertijo hasta la modelación mediante el programa Splash
 Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa Splash.

- Objetivo: desarrollar una actividad mediante fluidos en la cual sea posible observar el comportamiento de un sistema y sus variaciones, de acuerdo con la presión del líquido, la altura de los orificios de entrada y salida y la distribución en cada botella.
- Materiales y equipo:

Figura 4.7.

Recursos necesarios para la actividad 1



Fuente: Google imágenes.

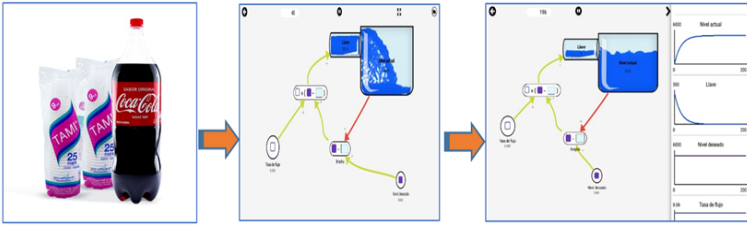
- Número de jugadores: cuatro grupos, con cuatro o cinco estudiantes por grupo.
- Instrucciones:
 - Observar el sistema que los profesores llevaron para la actividad.
 - Analizar el sistema propuesto y predecir con base en sus ideas qué tanque se llenará primero.
 - Elaborar un sistema similar al presentado anteriormente.
 - Verter agua en el sistema construido, y observar qué sucede.
- Equipos para el registro de la actividad: cámara fotográfica.
- Conclusiones: después de la aplicación de la

actividad anteriormente mencionada en un grupo de secundaria, fue posible realizar un análisis sobre el desarrollo, en aspectos como el entendimiento del tema por parte de los estudiantes y la observación de las situaciones didácticas inmersas en esta. Así mismo, fue comprensible que el desarrollo de esta temática fuera aplicable en estudiantes de básica primaria, puesto que desde este nivel educativo sería posible observar un mayor desarrollo de este pensamiento desde una edad más temprana, en temáticas relacionadas al plan de estudios. Por tanto, se realizó esta actividad en la escuela rural multigrado de Santa Helena, en la vereda Santa Helena, en el municipio de Granada, Cundinamarca.

Actividad 2. El mundo de los fluidos

- Lugar de aplicación: Escuela Rural Multigrado Santa Helena, vereda Santa Helena, Granada, Cundinamarca.
- Fecha de aplicación: 29 de enero de 2019.
- Nivel educativo: básica primaria, 6 a 11 años.

Figura 4.8. Mi nivel de gaseosa deseado



Nota. Representación de la actividad experimental hasta el diseño de la modelación por parte de los estudiantes en el programa Splash. Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa Splash.

- **Objetivo:** generar un primer acercamiento, mediante una actividad relacionada con fluidos, al pensamiento sistémico en estudiantes de escuelas multigrado.
- **Materiales y equipo:**

Figura 4.9. Recursos necesarios para el desarrollo de la actividad 2



Fuente: Google imágenes.

- Número de jugadores: dos grupos, con cuatro o cinco estudiantes por grupo.
- Instrucciones:
 - Se entregará a cada niño un vaso plástico, el cual deben llenar de acuerdo con el volumen deseado de gaseosa, con el fin de observar y comprender el proceso que se desarrolla al realizar la actividad, por medio del uso de herramientas del pensamiento sistémico.
 - Mediante la aplicación Splash instalada en siete dispositivos, se realizará la modelación del sistema que se desarrolló anteriormente.
- Equipos para el registro de la actividad: cámara fotográfica.
- Observaciones: posteriormente se diseñó un taller itinerante de alfabetización computacional para aplicarlo en la Escuela Rural Multigrado de La Mesa, en la vereda San José, en el municipio de Arbeláez, Cundinamarca.

Guía taller 1. Alfabetización computacional

Figura 4.10. Descripción de los lugares y recorridos por seguir para el desarrollo de la Guía taller 1



Fuente: elaboración propia, según Google Maps.

Figura 4.11. Exposición de la página principal de la Guía taller 1

Introducción al Modelado Dinámico de Sistemas en educación básica primaria

Splash!

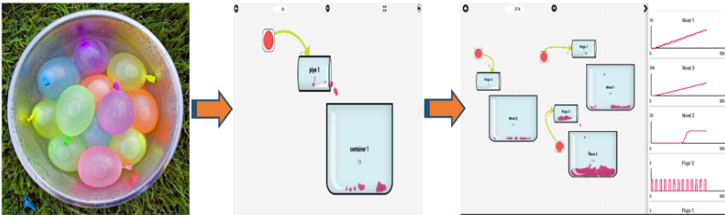
Como puente entre lo concreto y lo abstracto.



Fuente: elaboración propia.

Actividad 1. Globoncesto

Figura 4.12. Jugando con globos



Nota. Representación de la actividad experimental hasta el diseño de la modelación por parte de los estudiantes en el programa Splash. Fuente: Elaboración propia

- Materiales y equipo:

Figura 4.13. Recursos necesarios para el desarrollo de la actividad globoncesto

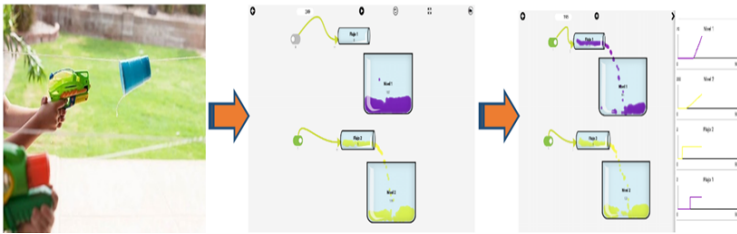


Fuente: Google imágenes.

- Número de jugadores: dos (2) grupos, mínimo dos (2) niños(as) por grupo.
- Instrucciones:
 - Coloca el cubo en el suelo, o si quieres hacerlo más difícil, sobre una silla o mesa de plástico (que se pueda mojar).
 - Después llena los globos de agua.
 - El juego consiste en que los(as) niños(as) encesten los globos en el cubo.
 - ¡Gana el que consiga encestar más globos!
- Equipos para el registro de la actividad: cámara fotográfica, cámara de video y trípode.

Actividad 2. Carreras de copa

Figura 4.14. Probando tu puntería mediante flui dos



Nota. Representación de la actividad experimental hasta el diseño de la modelación por parte de los estudiantes en el programa Splash. Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa Splash.

- Número de jugadores: dos (2) grupos, mínimo dos (2) niños(as) por grupo.
- Materiales y equipo:

Figura 4.15. Recursos necesarios para el desarrollo de la actividad carreras de copas

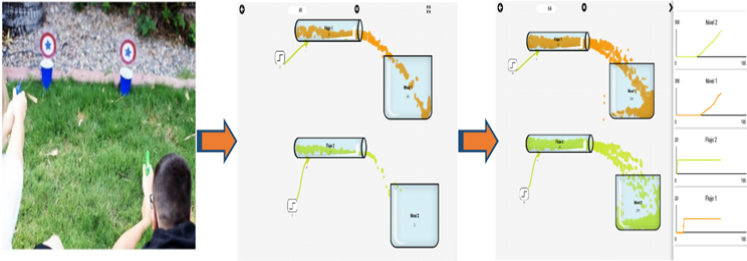


Fuente: Google imágenes.

- Instrucciones:
 - Prueba a hacer un recorrido con dos vasos de plástico a los que les harás agujeros para que se mantengan en posición horizontal.
 - Ténsalos en un recorrido hecho con hilo de pescar.
 - Solo queda hacer que los(as) niños(as) compitan entre ellos para ver qué vaso llega primero. Tendrán que completar el recorrido empujando los vasos con los chorros de sus pistolas de agua.
 - ¡Gana el equipo que consiga llevar el vaso al otro lado de la pista!
- Equipos para el registro de la actividad: cámara fotográfica, cámara de video y trípode.

Actividad 3. Tiro al blanco

Figura 4.16. Precisando tu puntería



Nota. Representación de la actividad experimental hasta el diseño de la modelación por parte de los estudiantes en el programa Splash. Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa Splash.

- Número de jugadores: dos (2) grupos, mínimo dos (2) niños(as) por grupo.
- Materiales y equipo:

Figura 4.17. Recursos necesarios para el desarrollo de la actividad tiro al blanco

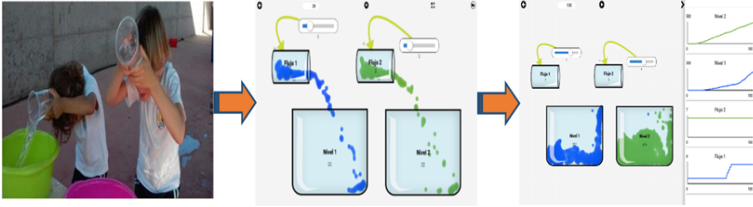


Fuente: Google imágenes.

- Instrucciones:
 - Construye el montaje que se presenta en la fotografía de la izquierda.
 - Se divide a los(as) niños(as) en dos (2) grupos, un(a) niño(a) de cada equipo debe disparar el agua de tal forma que impacte en la estrella para llenar el vaso.
 - Si hay más de dos (2) niños(as), una vez que el primero vacíe su pistola, deberá llevársela al segundo, que empezará de nuevo el proceso y así sucesivamente, como en una carrera de relevos.
 - ¡Gana el equipo que consiga llenar primero el vaso!
- Equipos para el registro de la actividad: cámara fotográfica, cámara de video y trípode.

Actividad 4. Carrera con vasos de agua

Figura 4.18. ¿Quién tendrá mayor equilibrio?



Nota. Representación de la actividad experimental hasta el diseño de la modelación por parte de los estudiantes en el programa Splash. Fuente: elaboración propia.

- Materiales y equipos:

Figura 4.19 Recursos necesarios para el desarrollo de la actividad carreras con vasos de agua



Fuente: Google imágenes.

- Número de jugadores: dos (2) grupos, mínimo dos (2) niños(as) por grupo.
- Instrucciones:
 - Se colocan dos (2) recipientes llenos de agua en un punto, y los otros dos (2) vacíos a unos metros de distancia, de forma paralela.
 - Se divide a los(as) niños(as) en dos (2) equipos, un(a) niño(a) de cada equipo debe llenar el vaso en su recipiente, colocárselo en la cabeza y correr con él hasta el otro recipiente lo más rápido posible, procurando no verter el agua.
 - Si hay más de dos (2) niños(as), una vez que el primero vacíe su vaso, deberá llevárselo al segundo, que empezará de nuevo el proceso y así sucesivamente, como en una carrera de relevos.
 - ¡Gana el que consiga llenar primero el recipiente vacío!
- Equipos para el registro de la actividad: cámara fotográfica, cámara de video y trípode.

Información de las escuelas

La Institución Educativa Municipal Ciudad Eben Ezer se encuentra ubicada en el municipio de Fusagasugá, más específicamente en la zona urbana, en un sector oficial. Tiene calendario A, jornada completa y género mixto, y su enfoque es en salud. Forma no solo a ciudadanos competentes intelectualmente sino también personas con valores e íntegras en todo aspecto. Sus estudiantes al graduarse reciben su respectivo diploma y con un certificado que los acredita como técnicos; este centro educativo forma no solo a ciudadanos competentes en lo intelectual, sino también personas con valores en todo aspecto. Sus niveles educativos van desde la básica primaria hasta la educación media.

La Escuela Rural Multigrado Santa Helena se encuentra

ubicada en la vereda Santa Helena, al sur del municipio de Granada, Cundinamarca, a una distancia de 2 km de la cabecera municipal, por carretera destapada. Esta sede pertenece a la Institución Educativa Departamental Gustavo Uribe Ramírez.

La Escuela Rural Multigrado La Mesa, está ubicada en la vereda San José, en el municipio de Arbeláez, Cundinamarca, a una distancia aproximada de 3 km de la cabecera municipal, por carretera pavimentada en su mayoría. Esta sede pertenece a la Institución Educativa Departamental Kirpalamar, con especialidad agroecológica.

La Escuela Rural Multigrado Portones, se encuentra ubicada en la vereda Portones, en el municipio de San Bernardo, Cundinamarca, a una distancia de 7 km de la cabecera municipal, por carretera pavimentada en algunas partes. Esta sede pertenece a la Institución Educativa Departamental San Bernardo.

Diarios de campo

A continuación, se presentan los registros de observación de las actividades implementadas en las distintas sedes de educación básica, para lo cual se diseñó una tabla distribuida en tres espacios: en la primera columna se sitúa la secuencia de situaciones didácticas; en la segunda está la descripción de las actividades y, finalmente, en la tercera columna se encuentran las observaciones de la actividad, con base en cada situación didáctica.

Diario de campo en la IEM Ciudad Eben Ezer

La primera actividad se realizó en la Institución Educativa Ciudad Eben Ezer, donde se realizó una actividad lúdica,

para observar el desarrollo de la actividad por parte de los estudiantes de grado séptimo.

Tabla 4.1. Diario de campo en IEM Ciudad Eben Ezer

Observación - Implementación de talleres		
Nombre del observador: Alejandra Mayorga y Rayid Reyes		
Fecha: 21 de agosto de 2018		
Lugar: Institución Educativa Ciudad Eben Ezer		
Tema: dinámica de fluidos		
Objetivo: desarrollar una actividad mediante fluidos, en la cual sea posible observar el comportamiento de un sistema, y sus variaciones, de acuerdo con la presión del líquido, la altura de los orificios de entrada y salida y la distribución en cada botella.		
Secuencia	Descripción	Observación
Actividad		
Situación de acción	<p>El 21 de agosto del año anterior nos dirigimos a la Institución Educativa Ciudad Eben Ezer, en la cual, a las diez de la mañana, llegamos al salón en el cual se dicta la clase de matemáticas. Saludamos al profesor y estudiantes, nos presentamos e informamos la actividad que realizaríamos, dando las pautas para su posterior desarrollo.</p> <p>La actividad consistía en observar un acertijo situado mediante una imagen en el tablero, y cada estudiante realizaba un análisis de cuál tanque se llenará primero; por lo tanto, se dieron diferentes opiniones entre los estudiantes, a lo cual planteamos realizar la construcción de este, con materiales como botellas de gaseosa de diferentes dimensiones, tijeras, silicona y manguera transparente.</p> <p>Rápidamente se formaron grupos de cinco estudiantes, quienes escogerían a un líder, el cual tomaría las botellas y estaría a cargo del diseño de su actividad.</p> <p>Cada grupo tomó la decisión de qué tipo de botellas usarían, y a qué altura se realizarían los orificios de salida y entrada del fluido.</p> <p>Acto seguido, pasaron dos personas de cada grupo con una botella, para realizarle los orificios, insertar las mangueras y realizar el sellado de la parte externa de los orificios, para impedir la pérdida de fluido por una fuga. Guiados por los docentes, en orden y completo silencio, se realizó la construcción completa del sistema. Para finalizar, informamos a los estudiantes que saldríamos al campo de fútbol a realizar la experimentación del sistema construido, por ende solicitamos silencio, y no ir a mojar a los compañeros con agua. Nos encontramos en el campo de fútbol, y un representante por grupo, mediante</p>	<ul style="list-style-type: none"> Se evidenció que cada grupo tomó algunas decisiones definitivas e importantes para el correcto funcionamiento de su sistema, como lo fue el tamaño de las botellas, la distancia de la manguera, el ancho del orificio y la manera como sostendrían su construcción en el acto de verter agua desde la primera botella. Es de destacar la situación acción como el acto en el cual los estudiantes toman decisiones que afectarían el funcionamiento del sistema, la recursividad de algunos para ubicar el sistema en el suelo, o sobre una silla, o en el aire y sostenido por los mismos estudiantes, así como la recursividad de aquellos que fueron por el agua, en una caneca o en botellas sobrantes de la actividad.

Situación de formulación

canecas o botellas sobrantes, fue a traer agua, y la vertieron en el sistema.

Observaron que algunos sistemas tenían fugas de agua debido a fallas de construcción; no obstante, evidenciamos en la mayoría de los grupos que se llenaba primero la botella número tres y posteriormente la botella número cuatro.

Al iniciar la actividad, los estudiantes observaron la manera como sus compañeros realizaron los orificios e instalaron las mangueras; esta información les sirvió para dirigirse a sus grupos y brindar ideas de la manera como se podrían realizar los orificios adecuadamente.

Así mismo, al momento de buscar una estrategia de cómo ubicar su construcción en ladrillos o alguna silla, observaron las ideas funcionales de sus compañeros de otros grupos para idear una solución con su construcción.

- En esta situación encontramos a los estudiantes siendo observadores de otros grupos que pasaban a realizar la construcción, por lo cual recibieron información que pudieran usar para su diseño.
- Así mismo, se evidenció la comunicación entre los integrantes de cada grupo, buscando alternativas viables a problemas como conseguir agua o ubicar su construcción similar al diseño observado en el tablero.

Fuente: Elaboración propia con datos recolectados en la práctica

Evidencia fotográfica

A continuación, presentamos la evidencia fotográfica derivada de la actividad.

Figura 4.20. Evidencia actividad 1



Nota. En esta imagen se observa a los estudiantes realizando la construcción del sistema, con motivación, alegría y entusiasmo por una actividad muy diferente a la clase magistral. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.21. Evidencia actividad 1



Nota. Podemos observar a los estudiantes de un grupo, sosteniendo entre sus manos algunas botellas, vertiendo agua entre la primera botella y analizando qué sucede con este fluido en las otras botellas. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.22. Evidencia actividad 1



Nota. Observamos a otro grupo de estudiantes realizando el llenado de las botellas, y usando como soporte de estas sus extremidades. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.23. Evidencia actividad 1



Nota. Podemos evidenciar las herramientas que un grupo usó para ubicar las botellas en el suelo. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.24. Evidencia actividad 1



*Nota. Observamos a todos los estudiantes realizando la experimentación en el prado, donde encontramos algunos sistemas contruidos por los estudiantes y puestos en funcionamiento.
Fuente: Elaboración propia*

Diario de campo de la Escuela Rural Unitaria Santa Helena

La segunda actividad se aplicó en la Escuela Rural Unitaria Santa Helena, con todos los grados de educación básica primaria, debido a lo cual presentamos los registros de observación.

Tabla 4.2. Diario de campo Escuela Santa Helena

Observación - Implementación de talleres		
Nombre del observador: Alejandra Mayorga y Rayid Reyes		
Fecha: 29 de enero de 2019		
Lugar: Escuela Unitaria Rural Santa Helena, Granada, Cundinamarca		
Tema: Dinámica de fluidos		
Objetivo: generar un primer acercamiento al pensamiento sistémico en estudiantes de escuelas multigrado, mediante una actividad relacionada con fluidos.		
Secuencia	Descripción	Observación
Actividad 1		
Situación de acción	<p>El martes 29 de enero del año cursante nos desplazamos a la Escuela Santa Helena, ubicada en la vereda Santa Helena del municipio de Granda, donde a las diez de la mañana llegamos al salón de clase, saludamos a los estudiantes y profesora, nos presentamos e informamos que teníamos planeada una actividad con ellos, por lo cual la profesora les solicitó que guardaran sus elementos escolares y permanecieran en silencio mientras se realizaba dicha actividad.</p> <p>Como acto seguido se indicó el objetivo de la actividad que consistía en tomar un vaso plástico y llenarlo de gaseosa, hasta el nivel que cada estudiante creyera pertinente; así mismo establecimos la regla de no poder verter líquido fuera del vaso. Por lo cual, la actividad inició con un estudiante de grado quinto que llenó su vaso muy rápidamente, pero estuvo muy cerca de regar la gaseosa.</p> <p>El docente observador realiza el llenado de un vaso, para que los estudiantes de grado preescolar y primero observaran cómo se debe llenar el vaso, sin correr el riesgo de romper la regla.</p> <p>Posteriormente fue pasando cada estudiante a realizar la actividad, hasta todos tener el vaso lleno.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se evidenció que cada estudiante opta por una estrategia, y esta es modificada con base en algún error visto o con el fin de llegar a su nivel deseado en el menor tiempo posible. • Algunas estrategias fueron pertinentes para la actividad y se logró alcanzar el nivel deseado de gaseosa en un tiempo mínimo, sin incumplir la regla. • Así mismo algunos estudiantes usaron una estrategia de llenado que tomó más tiempo, para llegar al objetivo propuesto. • Fue interesante observar que una estudiante tomara el vaso en una posición de 45°, con el fin de no llenar su vaso de mucha espuma y que fueran a incumplir la regla.
Situación de formulación	<p>Al iniciar la actividad, los estudiantes espectadores estuvieron atentos a observar todos aquellos aspectos que les fueran útiles al momento de realizar la actividad; así mismo se dio una comunicación amistosa entre los participantes en dicha actividad, en la cual manifestaban cuál podría ser la mejor forma de llenar el vaso sin ir a regar la gaseosa por exceso en él.</p>	<p>Fue decisiva la concentración de los estudiantes de los primeros grados de escolaridad, al momento en que las estudiantes de grado quinto realizaron la actividad, aprendiendo de ellas e imaginando cómo realizarían su actividad.</p>

Actividad 2

Situación de acción	<p>Después de compartir con los estudiantes la gaseosa que llevamos para la actividad, pasamos a entregar siete tabletas digitales, una por cada dos estudiantes, en las cuales, mediante el programa Splash, aspirábamos a realizar la modelación de la actividad desarrollada anteriormente, por lo cual iniciamos con el reconocimiento y la familiarización de los estudiantes con la aplicación; realizamos la construcción de un tanque y un tubo de ingreso de líquido, luego tratamos de realizar la modelación del sistema. En este espacio los estudiantes intentaron poner un tanque, ubicar un tubo sobre el tanque y con el apoyo de los profesores, insertar el operador de resta y multiplicación, así como agregar dos elementos auxiliares. Cada estudiante imaginó un diseño y trató de realizarlo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La manera en que cada estudiante usó la aplicación fue cambiando a medida que tenían más tiempo para explorar las herramientas y su funcionalidad. • En los estudiantes de grado cuarto y quinto, el manejo de la aplicación fue con mayor facilidad que con los estudiantes de grado primero o segundo. • La modelación del sistema, de la mayoría de los estudiantes, estuvo influenciada por el apoyo y seguimiento constante del profesor, puesto que los estudiantes solos no tienen la suficiente práctica y las habilidades necesarias para manejar un programa de este tipo.
Situación de formulación	<p>En esta fase, los estudiantes se concentraron alrededor del profesor observando cómo este realizaba el modelo, luego se dirigieron a su dispositivo e intentaron realizar la construcción de su modelo.</p> <p>En varias oportunidades solicitaron ayuda para lograr manipular las herramientas y terminar el diseño de la modelación en Splash.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se destacaron los espacios en que los estudiantes observaron cómo se realizaba el modelo, por parte del docente, aprendiendo la manera como se podía manipular las herramientas de Splash. • Las estudiantes de grado quinto apoyaron a los estudiantes que estaban sin terminar el sistema para que fuera posible observar el modelo construido por los estudiantes.

Nota. Datos recolectados en la práctica. Fuente: elaboración propia.

Evidencia fotográfica

A continuación, mostramos la evidencia fotográfica derivada de la actividad.

Figura 4.25. Evidencia de la actividad 2



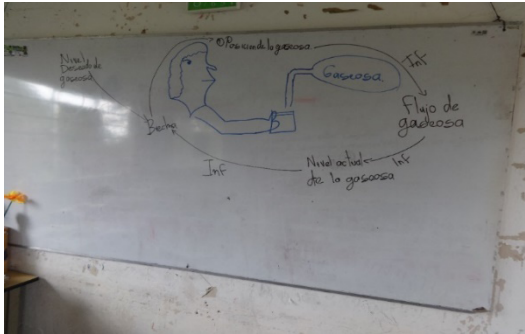
Nota. En esta imagen se observa al docente apoyando a una estudiante de grado primero, para lograr llenar su vaso con gaseosa, sin verter está fuera de él, lo cual es un ejemplo para todos aquellos estudiantes que a continuación realizarían el mismo proceso. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.26. Evidencia de la actividad 2



Nota. Podemos observar a estudiantes de grado quinto en la situación de acción, en la cual se trazó un nivel deseado de gaseosa y una manera para llenar su vaso sin exceder su capacidad. Sus compañeros espectadores se encuentran en la situación de formulación, al aprender a partir del medio en el cual la compañera sirve de ejemplo de aprendizaje, momento en el cual ellos comunican ideas que pueden servir para lograr no exceder la capacidad del vaso y regar la gaseosa. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.27. Evidencia de la actividad 2



Nota. El docente realiza una representación de un círculo causal, en el cual explica que este sistema representa la actividad que cada estudiante acaba de realizar, y encontramos algunas variables que los estudiantes manipularon a la hora de llenar el vaso, como son el nivel actual, el nivel deseado, la brecha entre el nivel deseado y el nivel actual, y el flujo y la posición de la botella sobre el vaso para no desperdiciar la gaseosa fuera del vaso; por lo tanto, se evidenció que ellos realizaron esta actividad implícitamente. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.28. Evidencia de la actividad 2



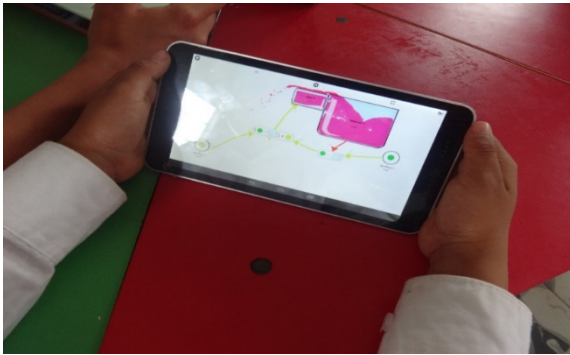
Nota. Observamos cómo el docente orienta a los estudiantes en la manipulación de las herramientas de Splash, para lograr realizar su modelo. Así mismo, partiendo de la teoría de las situaciones didácticas, se evidencia al docente en la situación acción, y a los estudiantes en la situación de formulación. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.29. Evidencia de la actividad 2



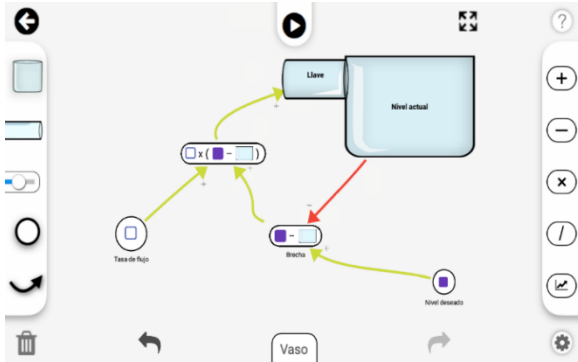
Nota. Se presenta un espacio donde una estudiante de grado quinto logra manipular las herramientas de Splash, e intenta guiar a tres compañeras sobre la forma como deben usar la aplicación. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.30. Evidencia de la actividad 2



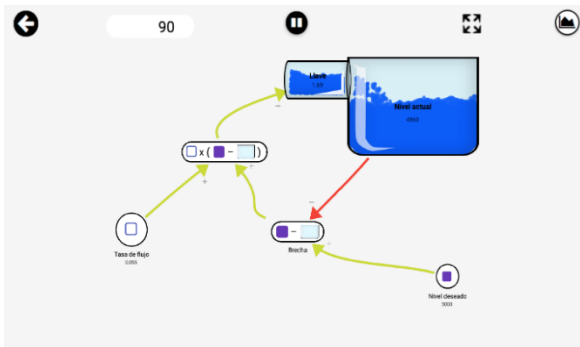
Nota. Se observa cómo funciona el modelo creado mediante la herramienta Splash por un estudiante, y vemos que aún su modelo presenta alguna falla. Además, observamos cómo sale líquido del tubo hacia la parte superior; esta fase de manipulación de la aplicación por parte de los estudiantes es muy importante, porque a medida que interactúan con esta, van acumulando más experiencia en su manejo; sin embargo, en esta actividad se evidencia la dificultad que presentan para usar la aplicación, por lo tanto se plantearía para una próxima actividad realizar más actividades que impliquen el manejo de Splash. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.31. Evidencia de la actividad 2



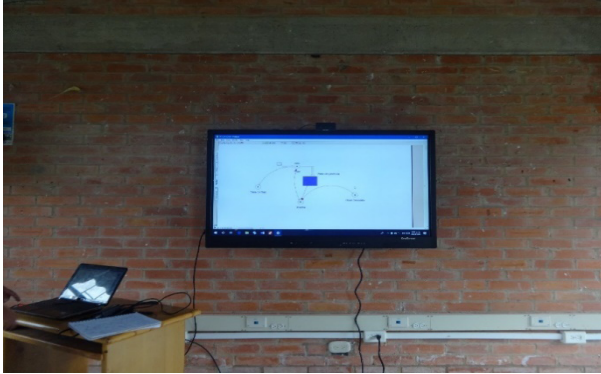
Nota. Encontramos una fotografía del modelo creado en Splash por una estudiante de grado quinto, en la cual se vio la facilidad para el manejo de un dispositivo electrónico, gracias a que en su hogar hay una tablet, en la cual ella juega, y se le ha desarrollado esta capacidad de manipulación de un dispositivo electrónico. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.32. Evidencia de la actividad 2



Nota. Observamos el modelo terminado con su respectivo funcionamiento. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.33. Evidencia de la actividad 2



Nota. Podemos observar finalmente un modelo de la actividad creado en STELLA, en cual el docente explica que es posible asociar el modelo que realizaron en las tabletas con este, sin profundizar mucho en él, puesto que los estudiantes aún no están en este nivel de abstracción. Fuente: Elaboración propia

Diario de campo de la Escuela Rural Unitaria La Mesa

La tercera actividad se hizo en la Escuela Rural Unitaria La Mesa, con todos los grados de educación básica primaria, por lo tanto, presentamos los registros de observación.

Tabla 4.3. Diario de campo Escuela Rural Unitaria La Mesa

Observación - Implementación de talleres		
Nombre del observador: Alejandra Mayorga, Rayid Reyes.		
Fecha: 25 de abril de 2019.		
Lugar: Escuela Rural Unitaria La Mesa, Arbeláez, Cundinamarca.		
Tema: dinámica de fluidos.		
Objetivo: introducir gradualmente el modelado dinámico de sistemas a través de actividades lúdicas y mediante el uso del programa Splash.		
Secuencia	Descripción	Observación
Actividad 1		
Situación de acción	<p>El jueves 25 de abril del presente año nos desplazamos en compañía de estudiantes pertenecientes al Semillero de Modelación Matemática y Computacional, a la escuela Unitaria San José, ubicada en la vereda La Mesa, en el municipio de Arbeláez, donde a las ocho de la mañana llegamos a dicho lugar, en el cual fuimos recibidos por la profesora y los estudiantes. Saludamos, nos presentamos e informamos que realizamos algunas actividades muy divertidas con todos los estudiantes.</p> <p>Acto seguido invitamos a los estudiantes a desplazarse a la cancha de fútbol y formar dos filas, explicamos la actividad, la cual consistía en lanzar una bomba con agua hacia una caneca, que se encontraba a cierta distancia. Los primeros en realizar la actividad fueron los niños de grado primero y segundo, y así fueron pasando a realizar el lanzamiento de las bombas sucesivamente; todos tuvieron la oportunidad de realizar más de tres lanzamientos de la bomba hacia la caneca, hasta que quedaron todas las bombas en su caneca respectiva y así finalizó la actividad experimental. Posteriormente todos nos dirigimos al restaurante escolar, donde se encontraban veinte tabletas digitales, mediante las cuales los estudiantes realizarían la modelación de la actividad desarrollada anteriormente en el programa Splash, por lo cual iniciamos con el reconocimiento y la familiarización de la aplicación; posteriormente, se realizó la construcción de un tanque, ubicamos sobre el tanque un tubo de salida de líquido, e insertamos un ícono de variación en color rojo, el cual mediante un conector en forma de flecha, les permitiría indicar en qué momento de la simulación saldría agua por el tubo. Cada estudiante realizó su modelo a su</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se evidenció que cada estudiante antes de realizar su lanzamiento tenía una estrategia para lograr insertar la bomba en el recipiente. • A medida que el estudiante realiza lanzamientos, su estrategia se reafirma o se modifica, dependiendo del resultado obtenido. • Algunas estrategias fueron acertadas y el estudiante logró insertar en el recipiente dos o tres bombas de agua. • Fue interesante observar cómo los estudiantes escogían bombas pequeñas con agua o medianas o grandes para realizar el lanzamiento, teniendo como base su lanzamiento anterior. • En el acto de realizar la modelación de la actividad en Splash, fue importante el manejo de dispositivos electrónicos de cada estudiante, para lograr una mayor adaptación en el manejo de la aplicación.

Situación de formulación	<p>gusto, usando los distintos colores para la interfaz, para el fluido, y modificando el tamaño de los tanques y los tubos.</p> <p>En esta fase los estudiantes realizaron observación acerca de la estrategia que los estudiantes que estaban lanzando la bomba usaban para lograr insertar la bomba en la caneca; así mismo, se dio un proceso de observación en el momento en que comenzaron a realizar la modelación en Splash, tomando información sobre cómo sus compañeros insertaban un tanque, un tubo o realizaban la conexión del icono rojo de variación con el tubo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> En esta fase encontramos que los estudiantes que no están realizando el lanzamiento, están en un proceso de observación que fue fundamental para realizar su lanzamiento, puesto que se quedaban con la manera como sus compañeros lanzaban la bomba y lograban insertarla en la caneca. Para que un grupo ganará la actividad, no bastó con que un estudiante insertara su bomba en cada lanzamiento, por tanto, fue fundamental la comunicación de este con sus compañeros para que estos comprendieran cómo era la mejor forma de realizar el lanzamiento e intentar ganarle al otro grupo en terminar la actividad. En el acto de realizar la modelación de la actividad desarrollada es fundamental la concentración que tienen los estudiantes al momento en que el docente enseña cómo se usa la aplicación, para poder ir a su dispositivo posteriormente y construir su modelo. Se evidenció a los estudiantes comunicarse entre ellos, para lograr cambiar los colores o aumentar el tamaño de un tanque, proceso que sirvió para mejorar la construcción del modelo de los estudiantes.
Situación de validación	En esta actividad no se llegó a esta fase de validación.	
Situación de institucionalización	En esta actividad no se llegó a esta fase de institucionalización.	
Secuencia	Descripción	Observación
Actividad 2		
Situación de acción	Esta actividad inició a las nueve de la mañana con la formación de dos grupos, en la cancha, donde posteriormente se	<ul style="list-style-type: none"> Observamos que cada estudiante planeaba una estrategia para llevar el vaso

	<p>explicó la actividad, la cual consistía en llenar una pistola de agua, cargar la presión y disparar a un vaso que se encontraba ubicado sobre una cuerda de nailon, donde el representante del grupo que llevase primero el vaso a la meta, antes que su rival del otro grupo recibiría un punto.</p> <p>Acto seguido los dos primeros representantes de los grupos iniciaron la actividad y fue divertido ver a los estudiantes competir corriendo, por llevar un vaso hasta la meta con solo disparos de agua.</p> <p>Al terminar la actividad experimental, los estudiantes ingresaron al restaurante escolar donde estaban las tabletas digitales, medio con el cual se volvió a realizar la construcción del modelo de la actividad desarrollada con las pistolas de agua.</p>	<p>mediante disparos de agua en el menor tiempo posible, realizaría la actividad, y su estrategia sería cada vez más aceptada, si logra ganar a sus rivales la mayor cantidad de veces posibles.</p> <ul style="list-style-type: none"> En la construcción del modelo en Splash, los estudiantes aún presentaban algunos problemas para crear los tanques, los tubos y realizar las conexiones, por lo cual fue fundamental el apoyo de los estudiantes del semillero de investigación.
Situación de formulación	<p>Al inicio de la actividad, mientras dos estudiantes realizaban la actividad, sus compañeros observaron y acumularon información para escoger la mejor estrategia para la actividad, y los últimos que pasaron a realizar la actividad, la hicieron muy rápido; evidenciamos el grado de habilidad y manejo de la estrategia adecuada, para lograr correr con la pistola de agua moviendo el vaso. De igual forma, en la creación del modelo en Splash, mediante la observación, aprendieron un poco más sobre el manejo de las herramientas de Splash.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Es muy importante que los estudiantes que son espectadores analicen qué estrategia de sus compañeros funciona, y adaptarla a su estrategia, para intentar ganar.
Situación de validación	En esta actividad no se llegó a esta fase de validación.	
Situación de institucionalización	En esta actividad no se llegó a esta fase de institucionalización.	
Secuencia	Descripción	Observación
Actividad 3		
Situación de acción	<p>La actividad se realizó después de que los estudiantes estuvieron en el receso escolar, por lo tanto fue necesario solicitar silencio para la explicación de la siguiente actividad.</p> <p>Acto seguido se explicó la actividad, la cual tenía como objetivo llenar un recipiente con agua, para lo cual cada estudiante en su turno podía realizar solo cinco disparos con la pistola de agua.</p> <p>Rápidamente los estudiantes estuvieron organizados en dos grupos, por lo que</p>	<ul style="list-style-type: none"> Se evidenció que cada estudiante toma una estrategia para realizar los disparos a un objeto fijo, no obstante, al principio muchas estudiantes fallaron, por falta de práctica, sin embargo, al tener más oportunidades fueron mejorando. Evidenciamos la situación de acción en todos los estudiantes que planeaban una estrategia

	<p>se dio inicio a la actividad, en la cual observamos que los primeros en pasar no lograban disparar a la tapa del recipiente, sin embargo, a medida que fueron repitiendo la actividad en su turno, fueron mejorando. Cada grupo usó dos cargas de agua para la pistola, y al terminar con el agua, observamos que grupo había ganado, lo cual fue confuso, puesto que los estudiantes de cada grupo afirmaban que tenían más agua en su recipiente que el otro grupo, pero se solucionó rápidamente gracias a la observación de los estudiantes del semillero de investigación.</p> <p>La actividad se volvió a realizar, con una pequeña variación, ahora el recipiente será más pequeño, lo cual dificultaría de cierta forma lograr llenar el recipiente. Se evidenció la dificultad que generó esta variación, especialmente en los niños de los primeros grados de escolaridad.</p> <p>De esta manera se dio por terminada la actividad y nos dirigimos al restaurante donde realizaron el modelo de la actividad desarrollada anteriormente, y observamos el aumento de las habilidades en el manejo de las herramientas de Splash, ya que construyeron el modelo en menos tiempo que en las actividades de modelaron anteriores.</p>	<p>para lograr ganar la actividad, la cual fue acertada o deficiente y fueron mejorando su estrategia a medida que tuvieron más oportunidades de realizar los disparos al objetivo.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fue interesante observar a algunos estudiantes ubicados en el piso, analizar qué pasaba con los disparos de sus compañeros. • De igual forma, la comunicación entre cada grupo fue fundamental para la culminación de la actividad, antes que el otro grupo.
<p>Situación de validación</p>	<p>En esta actividad no se llegó a esta fase de validación.</p>	
<p>Situación de institucionalización</p>	<p>En esta actividad no se llegó a esta fase de institucionalización.</p>	
<p>Secuencia</p>	<p>Descripción</p>	<p>Observación</p>
<p>Actividad 4</p>		
<p>Situación de acción</p>	<p>A las once y veinte de la mañana nos desplazamos hacia la cancha, a realizar la última actividad planeada, por lo cual invitamos a los estudiantes a realizar silencio, para dar explicación a la actividad, la cual consistía en llevar la mayor cantidad de agua de una caneca a otra, con la regla de que tendrían que llevar el agua en un recipiente mediano sobre la cabeza, sosteniéndolo con las manos.</p> <p>De esta manera los estudiantes formaron dos grupos, y escogieron a un estudiante que sería el primero en llevar agua.</p> <p>Los primeros que participaron corrieron</p>	<ul style="list-style-type: none"> • En la situación de acción fue evidente que algunas estrategias de los estudiantes no funcionaron y esto los llevó a reformular un ideal que tuviera un mejor resultado.

	<p>mucho, por ende, se mojaron y desperdiciaron agua, de tal modo que nos les funcionó la estrategia de correr. Los siguientes estudiantes que participaron, se desplazaron más lentamente, y llevaron mucha más agua. Así mismo, los estudiantes de los primeros grados de escolaridad apenas lograron llegar a la caneca a verter un poco de agua sin mojarse. Observamos que los estudiantes estuvieron muy animados y deseaban repetir turno.</p> <p>Fue una actividad muy entretenida, que disfrutaron mucho los estudiantes.</p>	
Situación de formulación	<p>Posterior a la actividad, los estudiantes se desplazaron a la cancha a realizar el modelo que representaba la actividad desarrollada, donde fue sorprendente observar que los estudiantes realizaron el diseño del modelo y luego comenzaron a mover los tanques y los tubos, a partir de su propia creatividad, realizando modelos distintos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La situación de formulación la observamos cuando los estudiantes que no estaban realizando la actividad, entendieron que la estrategia no pasaba por correr mucho para llevar el agua; por el contrario, la estrategia era llevar el agua que cada estudiante pudiera, pero tratando de regar la menos posible por el camino.
Situación de validación	<p>En esta actividad no se llegó a esta fase de validación.</p>	
Situación de institucionalización	<p>En esta actividad no se llegó a esta fase de institucionalización.</p>	

Fuente: elaboración propia con datos recolectados en la práctica.

Evidencia fotográfica

A continuación, presentamos la evidencia fotográfica derivada de la guía taller, actividad 1.

Figura 4.34. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.



Nota. En esta imagen se observa a los estudiantes formados en una fila y repartidos en dos grupos, para luego dar explicación de la actividad e iniciar su desarrollo. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.35. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.



Nota. Podemos observar a los estudiantes realizando lanzamientos de una bomba desde su posición hasta una caneca. En esta imagen se evidencia la situación de acción, en el instante que cada estudiante toma la decisión de lanzar con mucha fuerza o con poca fuerza la bomba. Así mismo, se evidencia la situación de formulación, en la cual se encuentran todos los espectadores observando el lanzamiento de sus compañeros, momento en el cual están recolectando información para decidir qué estrategia usarían para lanzar la bomba y lograr insertarla entre la caneca. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.36. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.



Nota. En esta imagen observamos a dos estudiantes que realizan el lanzamiento de la bomba, acompañados por los estudiantes del semillero de investigación. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.37. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.



Nota. En esta imagen encontramos a los estudiantes escuchando la explicación que el profesor realizaba sobre el manejo de las herramientas de Splash. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.38. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.



Nota. Podemos observar a los estudiantes realizando el diseño de la actividad desarrollada anteriormente, con el acompañamiento de la docente titular, la docente y lo estudiantes del semillero de investigación. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.39. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.



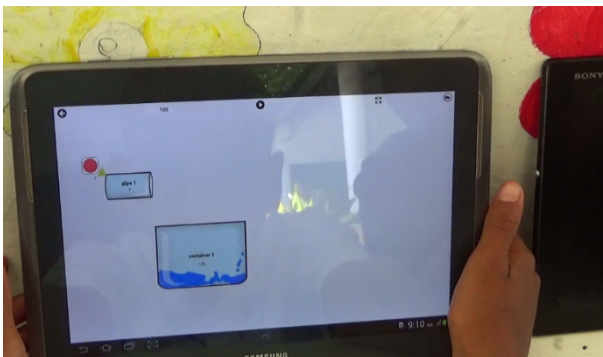
Nota. En esta imagen observamos a una estudiante realizando el cambio de color de la interfaz de Splash, y la construcción del modelo, en compañía de los profesores mientras se familiarizaba con el programa. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.40. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.



Nota. Observamos la construcción del modelo mediante Splash, y dónde tiene el tanque, el tubo de salida del fluido, y se busca el ícono para controlar el fluido. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.41. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela La Mesa.



Nota. Encontramos una fotografía del modelo creado por una estudiante, el cual ya está realizando la simulación del sistema construido. Fuente: Elaboración propia

A continuación, se presentará la evidencia fotográfica derivada de la actividad 2.

Figura 4.42. Evidencia guía taller actividad 2, Escuela La Mesa.



Nota. Observamos a un estudiante de cada grupo preparado para salir a realizar la actividad, el cual ya tiene una estrategia definida para intentar ganarle a su rival en llevar el vaso a la meta. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.43.Evidencia guía taller actividad 2, Es cuela La Mesa.



Nota. Es esta imagen observamos el desarrollo de la actividad por parte de un estudiante de cada grupo Fuente: Elaboración propia

Figura 4.44. Evidencia guía taller actividad 2, Es cuela La Mesa.



Nota. Encontramos en esta imagen a una estudiante del semillero de investigación guiando a un estudiante en la construcción del modelo de la actividad desarrollada en la cancha, mediante el programa Splash. Fuente: Elaboración propia

A continuación, se presenta la evidencia fotográfica derivada de la actividad 3.

Figura 4.45. Evidencia guía taller actividad 3, Escuela La Mesa.



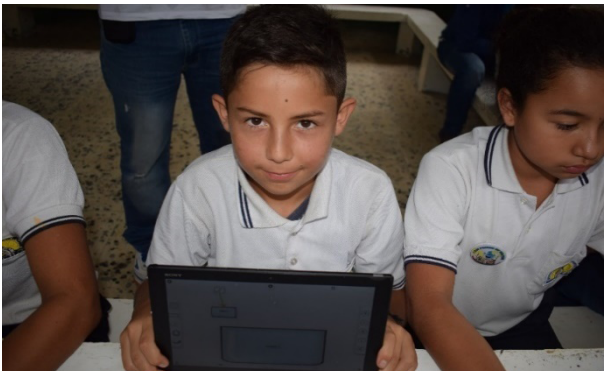
Nota. Observamos a los estudiantes realizar la actividad de disparar a un recipiente alejado, y se nota que un estudiante observa la estrategia de su compañero, para adaptarla en su experiencia y lograr aumentar el nivel de agua en el recipiente. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.46. Evidencia guía taller actividad 3, Escuela La Mesa.



Nota. En esta imagen observamos a dos estudiantes que se encuentran realizando la actividad, en la cual destacamos que cada estudiante tiene una estrategia con la cual intenta hacerla. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.47. Evidencia guía taller actividad 3, Escuela La Mesa.



Nota. Observamos a un estudiante con el modelo terminado de la actividad realizada anteriormente. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.48. Evidencia guía taller actividad 3, Escuela La Mesa.



Nota. Observamos el diseño terminado de una estudiante, la cual nos presenta su modelo en funcionamiento. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.49. Evidencia guía taller actividad 3, Escuela La Mesa.



Nota. Observamos el modelo en funcionamiento diseñado por un estudiante. Fuente: Elaboración propia

A continuación, se presentará la evidencia fotográfica derivada de la actividad 4.

Figura 4.50. Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.



Nota. Observamos a los estudiantes corriendo con el recipiente lleno de agua sosteniéndolo con las manos, a la altura la cabeza. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.51. Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.



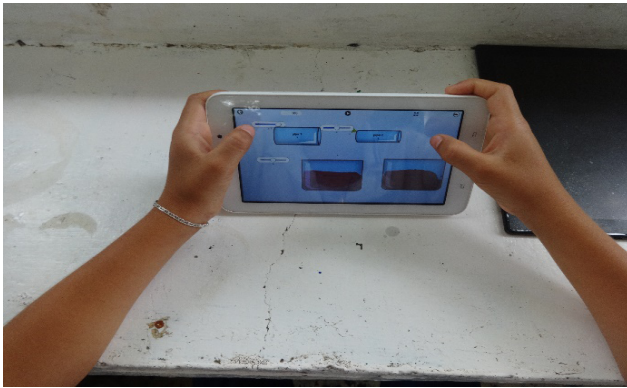
Nota. En esta imagen se observa a otro estudiante realizando la actividad, quien llenó el recipiente de agua y se está desplazando muy despacio hasta la ubicación de la caneca. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.52. Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.



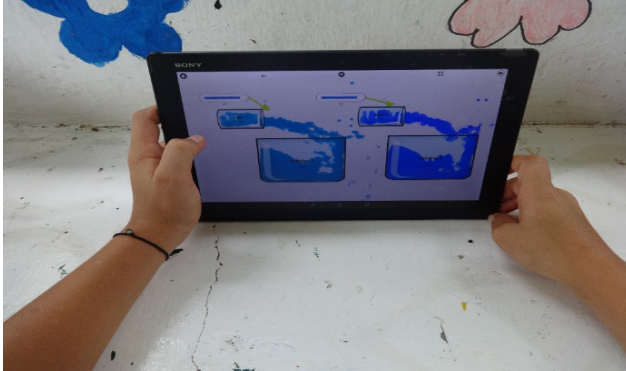
Nota. Observamos el instante en el cual el estudiante se inclina hacia adelante para lograr verter el agua en la caneca. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.53. Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.



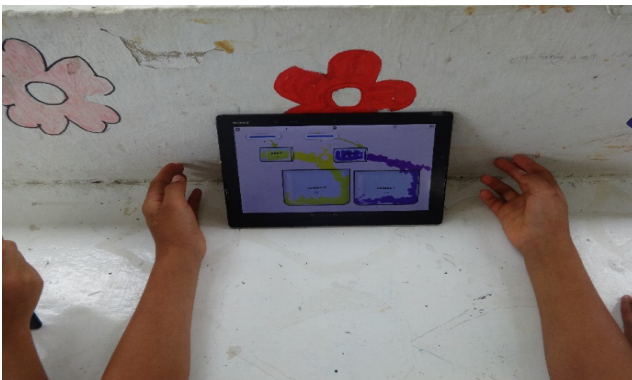
Nota. Observamos el diseño del modelo de un estudiante, el cual ya tiene el modelo terminado. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.54. Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.



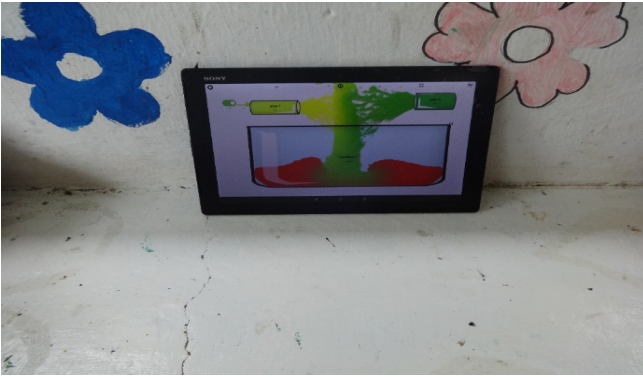
Nota. Observamos el modelo de un estudiante en funcionamiento, en el cual el líquido de cada tubo se encuentra llenando los tanques respectivos. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.55. Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.



Nota. En esta imagen se observa un diseño similar al anterior, pero usando colores distintos y ubicando los tanques y sus tubos más cerca entre ellos. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.56. Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.



Nota. En esta imagen observamos un diseño realizado por un estudiante, el cual situó dos tubos sobre un tanque, con la salida de fluido hacia el centro del tanque y cambiando los colores del fluido saliente de cada tubo. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.57. Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.



Nota. Observamos un diseño mucho más creativo que el anteriormente visto, en el cual el estudiante usó la creatividad para situar cuatro tubos sobre dos tanques y observar qué sucedía al mezclar los colores de los fluidos de cada tubo. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.58. Evidencia guía taller actividad 4, Escuela La Mesa.



Nota. Finalmente observamos la huerta escolar, la cual es una herramienta importante para esta escuela que pertenece a escuela nueva, donde los estudiantes de los primeros grados de escolaridad pueden desarrollar algunas habilidades de motricidad; de igual forma, se realiza un trabajo colaborativo en el cual los estudiantes de grado cuarto o quinto enseñan a sembrar, colgar y manejar las plantas a los otros estudiantes. Fuente: Elaboración propia

Diario de campo de la Escuela Rural Unitaria Portones

La cuarta actividad se hizo en la Escuela Rural Unitaria Portones, con todos los grados de educación básica primaria, por lo que a continuación se presentan los registros de observación.

Tabla 4.4.
Diario de campo Escuela Unitaria Portones

Observación - Implementación de talleres

Nombre del observador: Alejandra Mayorga y Rayid Reyes

Fecha: 22 de mayo de 2019

Lugar: Escuela Rural Multigrado Portones, San Bernardo, Cundinamarca

Tema: Introducción a la dinámica de fluidos

Objetivo: generar un primer acercamiento al pensamiento sistémico en estudiantes de escuelas multigrado, mediante una actividad relacionada con fluidos.

Secuencia	Descripción	Observación
Actividad 1		
Situación de acción	<p>El miércoles 22 de mayo del año cursante nos desplazamos a la Escuela Rural Unitarias de Portones, ubicada en la vereda Portones del municipio de San Bernardo, donde a las ocho y media de la mañana llegamos a la escuela, saludamos a los estudiantes y profesores. Nos presentamos e informamos que teníamos planeada una actividad con los estudiantes, por lo cual la profesora que estaba con los grados 1 y 2, y el profesor que se encontraba con los grados 3, 4 y 5 les solicitaron a los estudiantes que guardaran sus elementos escolares y permanecieran en silencio, para salir a realizar algunas actividades.</p> <p>Nos desplazamos hacia la cancha de microfútbol de la escuela, en la cual realizamos un círculo en compañía de los estudiantes del Semillero de Modelación Matemática y Computacional UCundinamarca. La profesora líder del semillero, Martha Barreto y la coordinadora de la Licenciatura de Matemáticas, Diana Contenido.</p> <p>Para iniciar las actividades, realizamos una actividad lúdica, la cual consistió en que cada estudiante y profesor se presentara, por lo cual todos nos presentamos.</p> <p>Como acto seguido se formaron dos filas de estudiantes y se indicó la actividad que se desarrollaría a continuación, la cual consistía en lanzar una bomba con agua hacia una caneca, que se encontraba a cierta distancia. Los primeros en realizar la actividad fueron los niños de grado primero y segundo, momento en el cual una estudiante se quedó congelada y se tardó como dos minutos en lazar la bomba; posteriormente fueron pasando a realizar el lanzamiento de las bombas, sucesivamente; todos tuvieron la oportunidad de realizar entre 2 y 3</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se evidenció que cada estudiante antes de realizar su lanzamiento tomó una decisión sobre la forma como lanzara la bomba para lograr insertarla en el recipiente. • A medida que los estudiantes realizan más lanzamientos, su estrategia se modifica, dependiendo del resultado obtenido en el lanzamiento anterior. • Algunas estrategias de estudiantes de grado 4 y 5 fueron acertadas y lograron insertar en el recipiente 1 o 2 bombas de agua. • Fue motivante observar a los estudiantes escoger bombas y estar listos, animados y eufóricos para realizar el lanzamiento. • Al momento de realizar la modelación de la actividad en Splash, fue importante el manejo de medios tecnológicos de cada estudiante, para lograr una mayor familiarización y habilidad para manejar la aplicación.

	<p>lanzamientos de la bomba hacia la caneca, hasta que quedaron todas las bombas en su caneca respectiva y así finalizó la actividad experimental.</p>	
Situación de formulación	<p>Posteriormente me dirigí con los estudiantes de grados 3, 4 y 5 al salón de clase, donde se encontraban veinticinco tabletas digitales, mediante las cuales los estudiantes realizarían la modelación de la actividad desarrollada anteriormente en el programa Splash; mientras los estudiantes de grados 1 y 2 se encontraban realizando otras actividades con los compañeros del semillero de investigación, por lo cual iniciamos este ejercicio con el reconocimiento y la familiarización de la aplicación por parte de los estudiantes; a continuación se llevó el tanque de la barra de herramientas hacia el centro de la pantalla, situamos sobre el tanque un tubo de salida de fluido, e insertamos un icono de variación en color rojo, el cual mediante un conector en forma de flecha, les permitiría indicar en qué momento de la simulación saldría agua por el tubo. Cada estudiante realizó su diseño a su gusto, usando los distintos colores para la interfaz, para el fluido, y modificando el tamaño de los tanques y los tubos. Después los estudiantes situaron 2 o 3 tubos más sobre el depósito, y cambiando los colores de cada fluido que salía por cada tubo, siguieron experimentando con la aplicación, hasta las 10 de la mañana, hora en la cual se dio por terminada la actividad y los estudiantes se dirigieron al restaurante escolar a tomar su merienda y a salir a descanso.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observamos que los estudiantes que no están realizando el lanzamiento están en un proceso de observación que es primordial para realizar su lanzamiento, puesto que reciben y adaptan la manera como sus compañeros realizan el lanzamiento de la bomba para conseguir insertarla en la caneca. • Con el objetivo de conseguir terminar en el menor tiempo posible la actividad, no bastó con que un estudiante insertara una bomba en cada lanzamiento, por tanto, fue la comunicación de este con sus compañeros crucial para que estos entendieran la mejor forma de realizar el lanzamiento e intentar meter la bomba en el recipiente. • En el acto de realizar la modelación de la actividad desarrollada anteriormente, es fundamental la concentración que tiene los estudiantes sobre el uso de la aplicación, para lograr en su dispositivo posteriormente y realizar el modelo de la actividad. • Observamos a los estudiantes comunicarse, para lograr cambiar los colores o aumentar el tamaño de un tanque, proceso que sirvió para mejorar el diseño del modelo.
Actividad 2		
Situación de acción	<p>A las once de la mañana congregué a todos los estudiantes de grados 1 y 2 y los invité a su salón de clase, para realizar una actividad muy interesante, por lo cual, primero, solicité que estuvieran bien sentados en el puesto. Por lo cual quedaron 4 mesas redondas con estudiantes y un estuante del semillero como guía de la actividad. Acto seguido comencé a entregar una tableta digital a cada estudiante para,</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La manera en que cada estudiante usó la aplicación fue cambiando a medida que tenían más tiempo para explorar las herramientas y su funcionalidad, sabiendo que eran niños de grados 1 y 2. • La modelación del sistema, de la mayoría de los estudiantes estuvo influenciada por el apoyo

<p>Situación de formulación</p>	<p>posteriormente, dirigirme a una mesa y comenzar a enseñarles la aplicación, mostrándoles las herramientas de esta. El uso de la aplicación por parte de los estudiantes estuvo limitada por sus habilidades motrices, por lo cual fue difícil el uso de esta, para lo cual fue necesario tener la mayor comprensión con los niños y explicar a cada uno qué hacer con la aplicación.</p> <p>Luego de realizar paso por paso el diseño del modelo, y ponerlo en funcionamiento, los estudiantes se observaron motivados por esta extraña aplicación que les permitía observar un líquido en movimiento de un tubo hacia un tanque o depósito. Y el momento más feliz para nosotros fue observar a niños de 6 y 7 años usando la aplicación por ellos mismos, y situaban 4 o 5 tubos sobre un depósito y comenzaban a observar cómo se llenaban el tanque con los diferentes colores de líquidos que vertían de cada tubo.</p> <p>Resalto esta situación como fundamental en esta introducción a la modelación de dinámica de sistemas que realizamos en esta institución, porque sí fue posible con niños de grados 1 y 2 comenzar con una actividad experimental y luego ir a realizar la modelación en tabletas, observando solo los elementos básicos de Splash y su funcionamiento, es posible lograr a futuro que los estudiantes diseñen sistemas con más dificultad en la aplicación, y enseñarles que esta actividad divertida tiene como fin el desarrollo del pensamiento sistémico.</p> <p>Sería magnífico que estos estudiantes que hoy juegan en Splash, realizando un diseño sencillo de un sistema de fluidos, en 10 años estén diseñando sistemas en STELLA profesional, en el laboratorio de matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, comprendiendo toda la temática referente a modelación, a dinámica de sistemas, y mejorando el simulador que nosotros en este momento tenemos construido.</p> <p>En esta fase, los estudiantes se concentraron alrededor del profesor observando cómo este realizaba el modelo; luego se dirigieron a su dispositivo e intentaron realizar la construcción de su modelo.</p> <p>En varias oportunidades solicitaron ayuda para lograr manipular las herramientas y terminar el diseño de la modelación en Splash.</p>	<p>y seguimiento constante del profesor, puesto que los estudiantes solos no tienen la suficiente práctica y las habilidades necesarias para manejar un programa de este tipo.</p> <ul style="list-style-type: none"> Se destacaron los espacios en que los estudiantes observaron cómo se realizaba el modelo, por parte del docente, realizando un aprendizaje, de la manera como se podía manipular las herramientas de Splash.
---------------------------------	---	---

Fuente: *Elaboración propia*

Evidencia fotográfica

A continuación, mostramos la evidencia fotográfica derivada de la actividad 1.

Figura 4.59. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. Observamos a los estudiantes en un círculo realizando una actividad lúdica, en la cual cada uno se presentaría. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.60. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. En esta imagen se observa a los estudiantes organizándose en dos filas, en compañía de los estudiantes del semillero de investigación, para realizar la actividad con los globos de agua. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.61. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. En esta imagen observamos a dos estudiantes que realizan el lanzamiento de la bomba, acompañados por los estudiantes del semillero de investigación. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.62. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. En esta imagen encontramos a los estudiantes observando la explicación que el profesor realizaba sobre el manejo de las herramientas de Splash. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.63. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. Observamos a los estudiantes realizando el diseño de la actividad desarrollada anteriormente, con el acompañamiento del docente titular. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.64. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



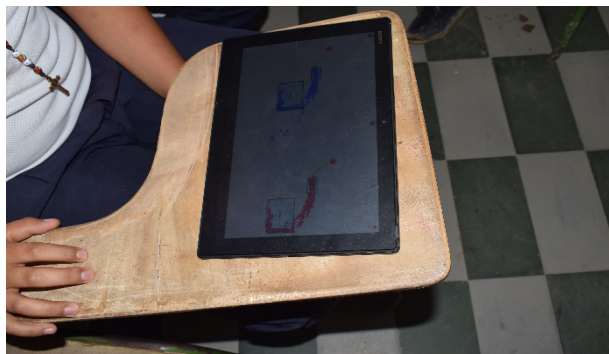
Nota. En esta imagen observamos a los estudiantes realizando la construcción del modelo, paso por paso, bajo la dirección del profesor encargado. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.65. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. Encontramos una fotografía del modelo creado por una estudiante, el cual ya está realizando la simulación del sistema construido. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.66. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. Observamos una fotografía del modelo terminado, creado por un estudiante de grado quinto, el cual ya está realizando la simulación del sistema construido. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.67. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. En esta imagen observamos a los estudiantes de grado primero y segundo, realizando otra actividad con fluidos, mediante pistolas de agua, en compañía de los estudiantes del semillero de investigación. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.68. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. Encontramos en esta imagen a un estudiante de la Universidad de Cundinamarca guiando a los estudiantes en la construcción del modelo de la actividad desarrollada en la cancha, mediante el programa Splash. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.69. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. En esta fotografía encontramos a los estudiantes terminando el diseño del modelo que representa la actividad experimental realizada en la cancha. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.70. Evidencia guía taller actividad 1, Escuela Portones



Nota. Observamos el diseño del modelo de los estudiantes, los cuales terminaron el diseño original de la actividad, y están realizando modificaciones al sistema, ejecutándolo y observando qué pasa con el líquido que sale por los tubos. Fuente: Elaboración propia

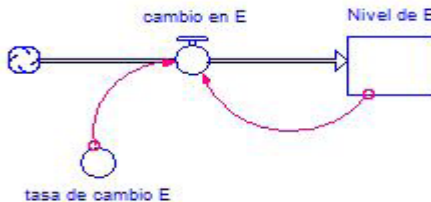
Nivel reflexivo

En este nivel, se implementan procesos de pensamiento con perspectiva sistémica que facilita la identificación de la naturaleza circular de las relaciones complejas de causa-efecto, entre las categorías de análisis: enseñanza, aprendizaje e investigación.

Con la ayuda de STELLA se diseñaron los modelos básicos para el patrón de conducta de cada una de las categorías de análisis de este subsistema, como se presenta a continuación:

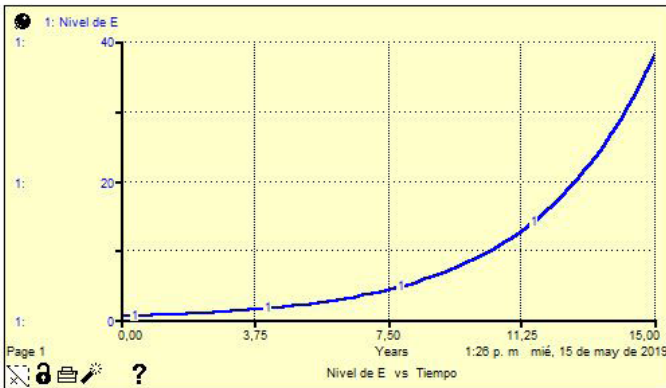
Enseñanza

Figura 4.71. Diagrama de Forrester - Categoría En señanza. Modelo exponencial



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

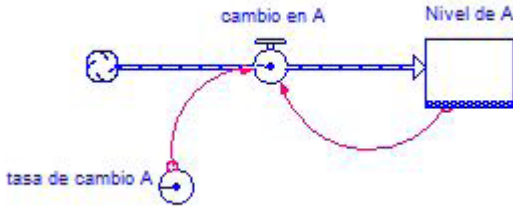
Figura 4.72. Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Enseñanza



Fuente: elaboración propia., Screenshot of programa STELLA

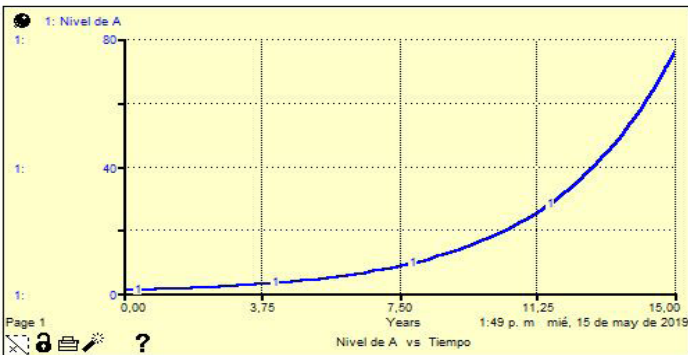
Aprendizaje

Figura 4.73. Diagrama de Forrester - Categoría Aprendizaje. Modelo exponencial



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STE-LLA

Figura 4.74. Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Aprendizaje. Modelo exponencial

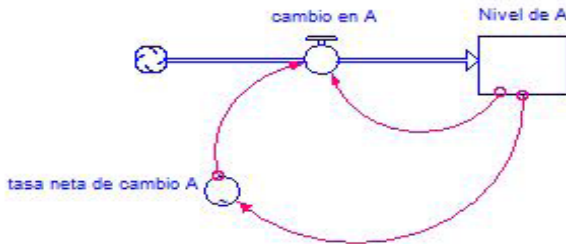


Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STE-LLA.

El Modelo de Autorreferencia también permite visualizar el patrón de conducta de la categoría Aprendizaje, puesto que el nivel del aprendizaje alcanzado influye en la rapidez de entrada de nuevos aprendizajes.

Figura 4.75.

Diagrama de Forrester - Categoría Aprendizaje.
Modelo autorreferencia



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STELLA.

Figura 4.76. Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Aprendizaje. Modelo autorreferencia



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STE-LLA

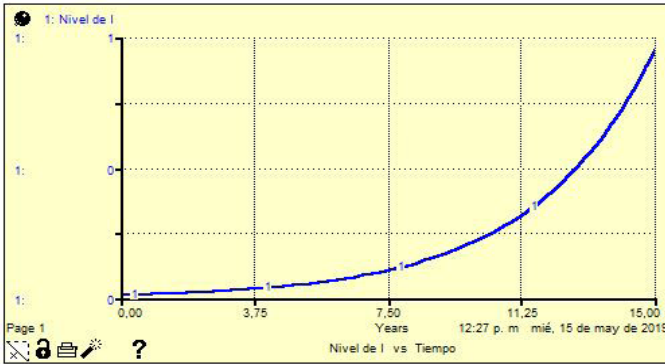
Investigación

Figura 4.77. Diagrama de Forrester - Categoría Investigación. Modelo exponencial



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STE-LLA.

Figura 4.78. Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Investigación. Modelo exponencial



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STELLA.

Nivel generativo

En este nivel se identifican las relaciones complejas que incluyen procesos de realimentación. La estructura básica es el círculo causal, y estas relaciones de influencia se esquematizan por medio de bucles de realimentación, como se presenta en la siguiente figura:

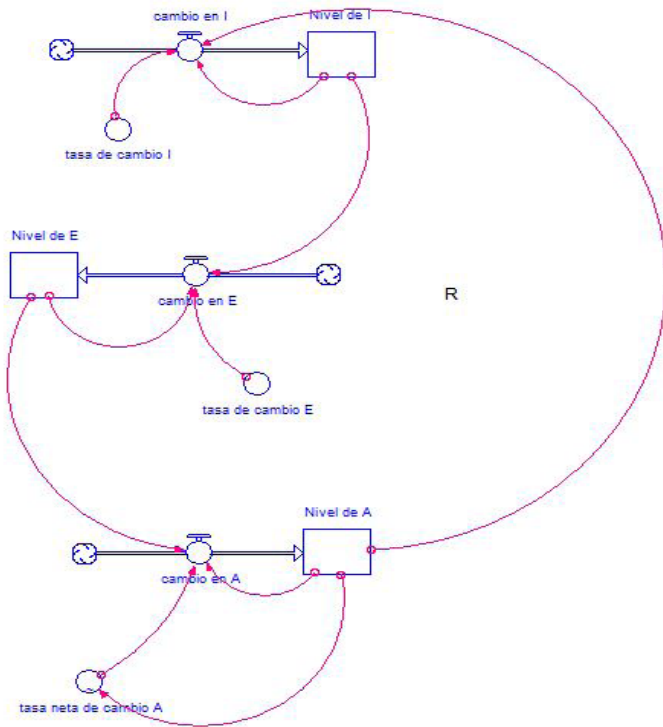
Figura 4.79. Diagrama causal. Bucle reforzador



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STELLA.

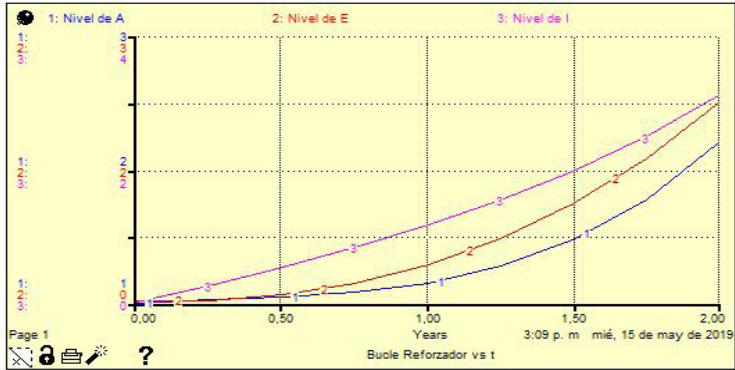
El análisis sobre los hechos contribuye a la esquematización del comportamiento del proceso en el cual se articulan las categorías Enseñanza - Aprendizaje - Investigación. Se trata de un bucle reforzador (R) cuyo patrón de conducta es el crecimiento, como se representa a continuación:

Figura 4.80. Diagrama de Forrester. Subsistema Enseñanza-Aprendizaje-Investigación



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STE-LLA.

Figura 4.81. Patrón de conducta en el tiempo - Subsistema Enseñanza-Aprendizaje-Investigación



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STE-LLA.

CONCLUSIÓN

El proceso de modelización dinámica del subsistema Enseñanza-Aprendizaje-Investigación genera una estructura dinámica de crecimiento en el tiempo, causada por relaciones de influencia reforzadoras.

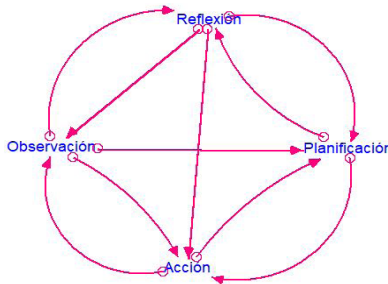
Sección VI

Modelización del subsistema investigación-proyección social

En esta sección se conserva la estructuración de la secuencia de niveles de explicación en la perspectiva del pensamiento sistémico, referenciados en el marco conceptual y aplicados en la sección 5.

En este proceso, los lineamientos de la Investigación-Acción (I-A) contribuyen con la organización de la secuencia de los siguientes momentos que facilitan la comprensión de la naturaleza dinámica de la espiral de I-A: *Reflexión inicial, Planificación, Acción-Observación, Reflexión, Replanificación*. Esta secuencia con enfoque sistémico se representa a través del Diagrama de Influencias (Diagrama Causal) de la Figura 4.82.

Figura 4.82. Diagrama de influencias, proceso Investigación-Acción



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STELLA.

Nivel reactivo

Los momentos de la I-A, representados en la Figura 4.82. por medio del enfoque sistémico, se concretan a través de la dinámica constructiva del proceso que condujo a la implementación de talleres itinerantes de alfabetización computacional, los cuales incluyen temáticas relacionadas con modelado dinámico de sistemas, modelado basado en agentes, modelado de eventos discretos y procesos para el desarrollo del pensamiento matemático-computacional, que articulan las categorías de análisis de investigación y proyección social.

Los *hechos* surgidos en esta primera fase se presentan a continuación:

Diario de campo Escuela Rural Santa Helena, de Granada

Se presenta el diario de campo derivado de la interacción de los actores del proceso realizado.

Tabla 4.5 Diario de campo Escuela Rural Santa Helena

Observación - Implementación de talleres		
Nombre del observador: Alejandra Mayorga y Rayid Reyes		
Fecha: 22 de mayo de 2019		
Lugar: Escuela Rural Multigrado Portones, San Bernardo, Cundinamarca		
Tema: Introducción a la dinámica de fluidos		
Objetivo: generar un primer acercamiento al pensamiento sistémico en estudiantes de escuelas multigrado, mediante una actividad relacionada con fluidos.		
Secuencia	Descripción	Observación
Actividad 1		
Situación de acción	<p>El miércoles 22 de mayo del año cursante nos desplazamos a la Escuela Rural Unitarias de Portones, ubicada en la vereda Portones del municipio de San Bernardo, donde a las ocho y media de la mañana llegamos a la escuela, saludamos a los estudiantes y profesores. Nos presentamos e informamos que teníamos planeada una actividad con los estudiantes, por lo cual la profesora que estaba con los grados 1 y 2, y el profesor que se encontraba con los grados 3, 4 y 5 les solicitaron a los estudiantes que guardaran sus elementos escolares y permanecieran en silencio, para salir a realizar algunas actividades.</p> <p>Nos desplazamos hacia la cancha de microfútbol de la escuela, en la cual realizamos un círculo en compañía de los estudiantes del Semillero de Modelación Matemática y Computacional UCundinamarca. La profesora líder del semillero, Martha Barreto y la coordinadora de la Licenciatura de Matemáticas, Diana Contento.</p> <p>Para iniciar las actividades, realizamos una actividad lúdica, la cual consistió en que cada estudiante y profesor se presentara, por lo cual todos nos presentamos.</p> <p>Como acto seguido se formaron dos filas de estudiantes y se indicó la actividad que se desarrollaría a continuación, la cual consistía en lanzar una bomba con agua hacia una caneca, que se encontraba a cierta distancia. Los primeros en realizar la actividad fueron los niños de grado primero y segundo, momento en el cual una estudiante se quedó congelada y se tardó como dos minutos en lazar la bomba; posteriormente fueron pasando a realizar el lanzamiento de las bombas, sucesivamente; todos tuvieron la oportunidad de realizar entre 2 y 3</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se evidenció que cada estudiante antes de realizar su lanzamiento tomó una decisión sobre la forma como lanzarla la bomba para lograr insertarla en el recipiente. • A medida que los estudiantes realizan más lanzamientos, su estrategia se modifica, dependiendo del resultado obtenido en el lanzamiento anterior. • Algunas estrategias de estudiantes de grado 4 y 5 fueron acertadas y lograron insertar en el recipiente 1 o 2 bombas de agua. • Fue motivante observar a los estudiantes escoger bombas y estar listos, animados y eufóricos para realizar el lanzamiento. • Al momento de realizar la modelación de la actividad en Splash, fue importante el manejo de medios tecnológicos de cada estudiante, para lograr una mayor familiarización y habilidad para manejar la aplicación.

Secuencia investigativa**Nombre del observador:** Rayid Reyes**Fecha:** 29 de enero de 2019**Lugar:** Escuela Unitaria Rural Santa Helena, Granada, Cundinamarca

Secuencia	Descripción	Observación
Planificación	<p>En diciembre se planteó realizar una actividad sobre dinámica de fluidos, con estudiantes de alguna escuela rural multigrado; por lo tanto, por facilidades de desplazamiento, seleccionamos la Escuela Rural Santa Helena, para lo cual nos dirigimos a hablar con la profesora titular de la escuela, la cual nos agenda para el 29 de enero, después de las diez de la mañana.</p> <p>Acto seguido, se realizó la planificación de la actividad: obtuvimos los materiales para la actividad experimental gracias a nuestros propios recursos, y nos planteamos conseguir ocho tabletas, para instalar el <i>software</i> Splash, y realizar el modelo de la actividad desarrollada anteriormente; por lo cual, gracias a la ayuda de nuestras familias logramos conseguir siete tabletas, y un teléfono, e instalamos Splash.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observamos la buena disposición de la profesora para permitirnos el espacio para el desarrollo de la actividad. • La recolección de las tabletas fue difícil, debido a que no fue posible obtener el préstamo de las tabletas de la Universidad. • Después de la actividad, la profesora ha manifestado que cuándo vamos a volver a ir a realizar más ejercicios con los estudiantes.
Acción	<p>En la interacción de los estudiantes de la Universidad con la profesora de la Escuela Santa Helena, se dio un ambiente amistoso en el que desarrollamos la actividad y la profesora la estaba observando. Nos realizaba preguntas sobre la actividad y el fin del proyecto.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El interés de la profesora por la actividad fue alto, nos colaboró con tomar las fotografías mientras realizábamos la actividad experimental o estábamos con los estudiantes familiarizándonos con el Splash.
Observación	<p>Al realizar la actividad se encontraban en la escuela algunas madres de familia, acompañando los estudiantes de grado preescolar que estaban hasta ahora ingresando al sistema educativo, a las cuales les pareció interesante la actividad, por ser distinta a todas las que los estudiantes desarrollan día a día, y para los estudiantes fue aún más interesante observar, y estar inmersos en una actividad que les daría un beneficio como lo fue un vaso de gaseosa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Las personas (profesora, estudiantes, algunas madres y la señora del restaurante) comprendieron que la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca está llevando a cabo procesos de aprendizaje en la región del Sumapaz.
Reflexión	<p>En el proceso de reflexión de la actividad realizada surgen varios temas para mejorar, como lo son el diseño de la actividad, teniendo en cuenta la complejidad de los estudiantes para manejar Splash, por lo cual se hace pertinente planear más actividades, en las cuales haya más acompañamiento del semillero de investigación y contemos con más tiempo. Es posible realizar alguna actividad en</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observamos que en la sede es posible realizar más actividades con las tabletas digitales del laboratorio de la Universidad de Cundinamarca, apoyándose en un tablero digital que tienen y no saben manejar ni están usando. • Es posible realizar algunas
	<p>la que se use un tablero digital que tiene la escuela y no está en uso. Además, sería pertinente seguir visitando esta sede Rural Unitaria así como muchas que hay en las veredas del municipio de Granada.</p>	<p>actividades similares en otras escuelas rurales en el municipio de Granada, para que se conozcan los proyectos que se están desarrollando en la Universidad, y que se genere una conexión entre las sedes y la Licenciatura en Matemáticas.</p>
Replanificación	<p>Este momento aún no se ha desarrollado debido a que no se han planificado más actividades para ir a hacer en esta sede.</p>	

Evidencia fotográfica

Presentamos la evidencia fotográfica derivada de la interacción de los actores del proceso realizado en la Escuela Rural Santa Helena de Granada.

Figura 4.83. Evidencia de la actividad 1 Escuela Santa Helena. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta fotografía observamos a los estudiantes de la escuela con el estudiante encargado de la actividad, brindándoles un pequeño refrigerio mientras se desarrollaba la actividad. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.84. Evidencia de la actividad 1 Escuela Santa Helena. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. Este equipo es muy funcional para que los estudiantes pasen y realicen modelos sencillos de sistemas mediante Splash, con la facilidad de que todos observarán la creatividad y el ingenio del estudiante que esté situado al frente; además es una herramienta muy útil para realizar explicaciones. Fuente: Elaboración propia

Diario de campo de la Escuela Rural La Mesa, de Arbeláez

Mostramos el diario de campo derivado de la interacción de los actores del proceso realizado.

Tabla 4.6.
Diario de campo Escuela Rural La Mesa

Diario de campo. Secuencia investigativa		
Nombre del observador: Rayid Reyes		
Fecha: 25 de abril de 2019		
Lugar: Escuela Rural Unitaria La Mesa, Arbeláez, Cundinamarca		
Secuencia	Descripción	Observación
Planificación	<p>En abril se proyectaron algunas actividades para desarrollar en el municipio de Arbeláez, para lo cual se realizó el diseño de las actividades. Posteriormente, la profesora Martha Barreto se comunicó con la docente de la Escuela La Mesa, y fue posible tener su aprobación y enviar una carta de permiso para desarrollar la actividad al colegio donde pertenece esta sede, para ir a realizarla.</p> <p>Acto seguido se solicitó el permiso de la salida académica para ir con los integrantes del Semillero de Modelación Matemática y Computacional; así mismo se solicitaron recursos para llevar refrigerios a los estudiantes de la escuela, conseguimos todos los materiales requeridos para las actividades experimentales y se solicitó los materiales y equipos del laboratorio de matemáticas (tabletas digitales, cámara fotográfica y cámara de video).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Fue fundamental el apoyo de la directora de semillero de investigación para la planificación de las actividades, obtener el permiso académico para ir todos los integrantes del semillero y desarrollar buenas actividades con los estudiantes. • Llevar los equipos de la Universidad, para realizar la interacción, tomar fotografías y videos como evidencia de las actividades, fue crucial para el posterior análisis de las actividades.

<p>Acción</p>	<p>Al llegar a la escuela a realizar las actividades fuimos recibidos por la profesora, con muy buena disposición, e igualmente los estudiantes habían asistido en su mayoría en uniforme de educación física para realizar algunas actividades con agua.</p> <p>La comunicación entre la docente y la directora del semillero de investigación con los estudiantes de la escuela y los estudiantes del semillero siempre fue amistosa, colaborativa y alegre. Por parte de la docente de la escuela, observamos un espíritu de inquietud frente al manejo de Splash por los niños, por lo cual estuvo presente en las actividades desarrolladas durante toda la jornada académica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observamos una comunicación excelente entre los estudiantes y docentes de la universidad con la profesora de la sede y los estudiantes. La profesora de la sede nos explicó los proyectos que actualmente está desarrollando la escuela y analizamos algunas ideas para el futuro para ayudarle con un sistema de riego para la huerta escolar.
<p>Observación</p>	<p>El comportamiento de los estudiantes al iniciar las actividades fue bueno, pero estaban un poco desconcentrados; sin embargo al ir realizando la actividad se animaron y entusiasmaron. La docente se mostró siempre colaboradora, interesada en las actividades y en que todos los estudiantes estuvieran participando.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El comportamiento de los estudiantes fue muy bueno, prestaron atención a la explicación de cada actividad y al manejo y posterior diseño del modelo en las tabletas medianamente Splash.

Reflexión	<p>Para una próxima actividad en esta sede, es muy importante preparar una actividad rompe hielo en la cual los estudiantes se familiaricen con nosotros y comiencen las actividades aún más animadas.</p> <p>Es importante realizar más interacciones en más escuelas rurales en el municipio de Arbeláez, y seguir con el proceso que se lleva en esta sede.</p> <p>Para una próxima práctica, es fundamental llevar una actividad con fluidos, en la que se evidencia la formación de un sistema de riego, para realizar la actividad con los estudiantes, y así mismo llevar una idea para que los estudiantes y la profesora, acompañados del semillero de investigación, logren tener un sistema de riego en la huerta escolar.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observamos que es factible el desarrollo de más actividades, para seguir introduciendo la modelación dinámica de sistemas mediante actividades lúdicas sencillas en las que los estudiantes juegan y van interactuando en Splash.
Replanificación	<p>Este momento aún no se ha desarrollado debido a que no se han planificado más actividades para ir a hacer en esta sede.</p>	

Fuente: *Elaboración propia*

Evidencia fotográfica

Presentamos la evidencia fotográfica derivada de la interacción de los actores del proceso realizado en la Escuela Rural La Mesa, de Arbeláez.

Figura 4.85. Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos a los estudiantes de la Universidad de Cundinamarca dialogando con la profesora que labora en la escuela. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.86. Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. Observamos a la profesora directora del semillero de investigación dialogando con la profesora que labora en la sede. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.87. Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos a la directora del semillero de investigación realizando la explicación de la modelación en Splash a una estudiante. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.88. Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos un espacio para celebrar el cumpleaños de los estudiantes que cumplieron en días cercanos a la realización de la actividad, con el fin de compartir un pequeño detalle. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.89. Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos a los estudiantes de la escuela acompañados por las profesoras y los estudiantes semilleristas de la Universidad de Cundinamarca. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.90. Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos los estudiantes con los refrigerios que envió la Universidad de Cundinamarca. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.91. Evidencia de la actividad 1, Escuela La Mesa. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen encontramos la huerta escolar, la cual es un proyecto que se tiene pensado apoyar, con el diseño de un sistema de riego para todas sus plantas. Fuente: Elaboración propia

Diario de campo Escuela Rural Portones, de San Bernardo

Presentamos el diario de campo derivado de la interacción de los actores del proceso.

Tabla 4.7.
Diario de campo Escuela Rural Portones

Diario de campo. Secuencia investigativa		
Nombre del observador: Rayid Reyes		
Fecha: 22 de mayo de 2019		
Lugar: Escuela Rural Multigrado Portones, San Bernardo, Cundinamarca		
Secuencia	Descripción	Observación
Planificación	<p>En abril se proyectaron algunas actividades para desarrollar en el municipio de San Bernardo, más exactamente en la vereda Portones, en la sede Rural Multigrado Portones, para lo cual, ya teniendo planificadas las actividades de la práctica anterior, se realizó un ajuste en algunos detalles de la planeación, como fue conseguir más materiales para las actividades y planear las actividades para un grupo mucho más numeroso que el de la escuela en Arbeláez. Se realizó el contacto y se solicitó el permiso de los docentes de la sede Portones y del rector del colegio de San Bernardo, institución a la cual pertenece esta sede.</p> <p>La semana anterior al día en que se tenía proyectado realizar la actividad, se radicó la solicitud de permiso académico para asistir la mayoría de los integrantes del semillero de investigación dirigido con la profesora Martha Barreto, con el fin de realizar diferentes actividades entre todos los integrantes del semillero en las cuales fuera posible dividir los estudiantes en dos grupos, para lograr trabajar con grupos más reducidos.</p> <p>Se hizo la solicitud de recursos para llevar a los estudiantes un pequeño refrigerio, el cual fue aprobado y llevaron pastel y jugo en caja.</p> <p>Se realizó la solicitud de préstamo de materiales como tabletas, cámaras fotográficas y cámaras de video.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observamos que al planificar mejor la actividad, se obtuvieron resultados diferentes a la actividad realizada en la anterior sede, por lo cual funcionó mejorar las actividades planeadas en pequeños detallitos. • Se hizo un cambio en la fecha de la aplicación, para un día antes de lo proyectado en el taller itinerante, por lo que se tuvieron que realizar solicitudes a la universidad para cambiar la fecha de los permisos, y confirmar el transporte para el 22 de mayo.
Acción	<p>La interacción en la sede entre las docentes que fueron de la universidad (profesora y directora de semillero de investigación y la coordinadora de la Licenciatura en Matemáticas, Diana Contento) y estudiantes semilleras con los estudiantes y profesores de la escuela fue muy buena.</p> <p>La profesora de los grados primero y segundo se mostró interesada en las actividades realizadas, y en comunicación con la profesora Martha manifestó el interés por lograr una comunicación entre docentes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observamos que los estudiantes y los docentes de la escuela, se mostraron muy receptivos con las diferentes actividades, y los estudiantes disfrutaron mucho la jornada.
Observación	<p>El comportamiento de los estudiantes fue ejemplar: se mostraron muy activos, alegres y amistosos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Los actores en el proceso se comportaron muy bien, se dio una gran comunicación entre

	<p>Los docentes fueron muy amables con todos y muy atentos durante toda la jornada, en el desarrollo de las actividades.</p>	<p>los estudiantes de la escuela y los estudiantes y profesores de la universidad.</p>
Reflexión	<p>Con base en las actividades realizadas surgieron situaciones como, por ejemplo, una mayor organización de todos los estudiantes en el desarrollo de las lúdicas que nos conducen a mejorar las actividades, y garantizar la continuidad del proceso.</p> <p>De igual forma, es posible realizar actividades con base en el siguiente nivel de comprensión de los estudiantes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Es factible el desarrollo de más actividades mejoradas y con un grado de desarrollo diferente, para seguir introduciendo la modelación dinámica de sistemas mediante actividades lúdicas sencillas.
Replanificación	<p>Así mismo, es primordial hacer más actividades en otras sedes rurales en San Bernardo, con estrategias que generen impacto en el municipio.</p> <p>Este momento aún no se ha desarrollado debido a que no se han planificado más actividades para ir a hacer en esta sede.</p>	

Fuente: Elaboración propia

Evidencia fotográfica

Presentamos la evidencia fotográfica derivada de la interacción de los actores del proceso realizado en la Escuela Rural Portones, de San Bernardo.

Figura 4.92. Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos la interacción entre las docentes de la Universidad y el profesor que dirige los grados tercero, cuarto y quinto. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.93. Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos las docentes de la Universidad realizando interacción con la profesora que dirige los grados primero y segundo. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.94. Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen encontramos a las profesoras entablando vínculos y relaciones sociales. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.95. Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos a la profesora Martha Barreto dialogando con el profesor. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.96. Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos a los estudiantes interactuando con un estudiante del semillero de investigación: formaron una fila para ir en orden al salón. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.97. Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos a los estudiantes compartiendo un refrigerio que envió la Universidad, después de terminar todas las actividades. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.98. Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. En esta imagen observamos a la profesora Martha enseñando a la profesora de la sede las herramientas de Splash y la construcción del modelo en el programa. Fuente: Elaboración propia

Figura 4.99. Evidencia de la actividad 1, Escuela Portones. Enfocada a la investigación y proyección social



Nota. Observamos el grupo que estuvo en la sede rural Portones realizando las diferentes actividades con los estudiantes. Fuente: Elaboración propia

Nivel reflexivo

En este nivel se implementan procesos de pensamiento con perspectiva sistémica, dada la naturaleza circular de las relaciones complejas de causa-efecto, en las categorías de análisis investigación-proyección social.

Con la ayuda de STELLA, se diseñaron los modelos básicos para el patrón de conducta de cada una de las categorías de análisis de este subsistema, como se presenta a continuación:

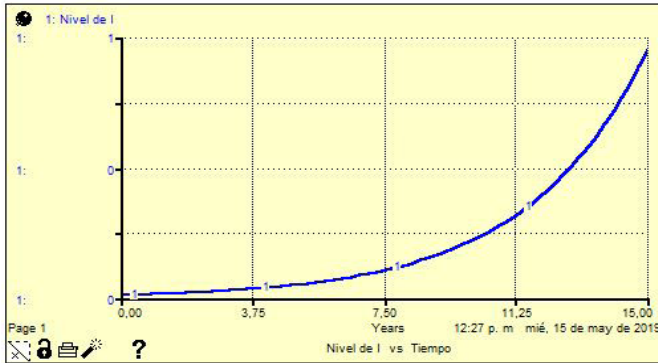
Investigación

Figura 4.100. Diagrama de Forrester - Categoría Investigación. Modelo exponencial



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STELLA.

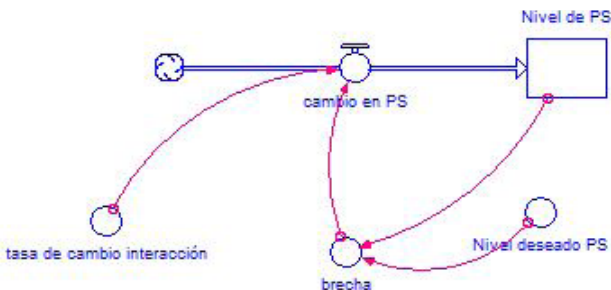
Figura 4.101. Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Investigación. Modelo exponencial



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STELLA.

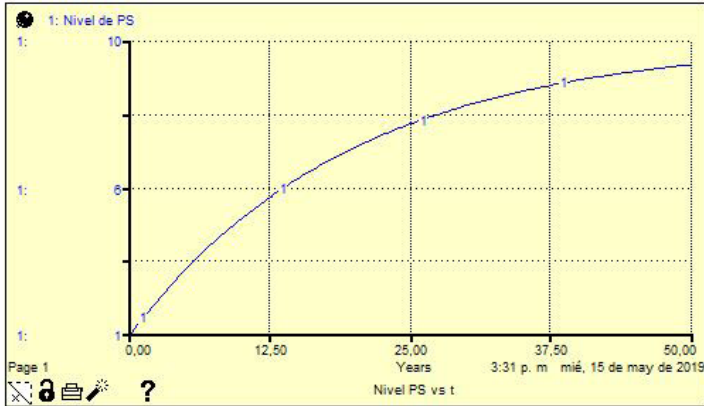
Proyección social

Figura 4.102. Diagrama de Forrester - Categoría Proyección social. Modelo buscando objetivo



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STELLA.

Figura 4.103. Patrón de conducta en el tiempo - Categoría Proyección social. Modelo buscando objetivo

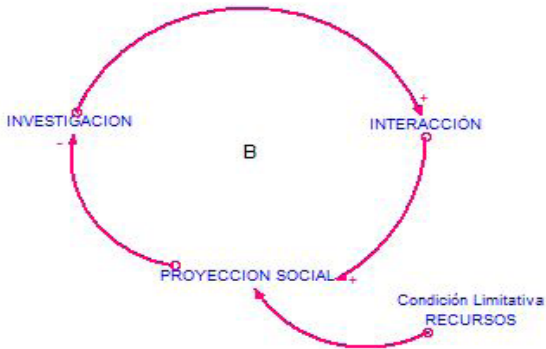


Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STELLA.

Nivel generativo

En este nivel se identifican las relaciones complejas que incluyen procesos de realimentación. La estructura básica es el círculo causal, y estas relaciones de influencia se esquematizan por medio de bucles de compensación (balanceo o equilibrio), como se presenta en la siguiente figura:

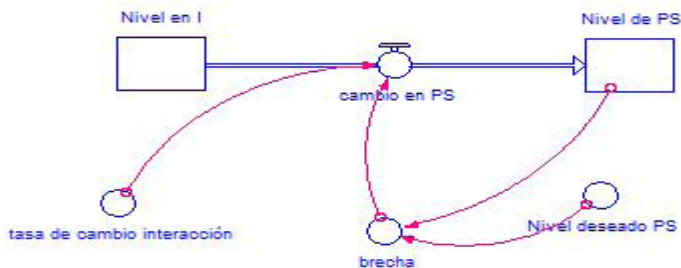
Figura 4.104. Diagrama causal. Bucle de balanceo



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STELLA

El análisis sobre los hechos contribuyó con la esquematización del comportamiento del proceso en el cual se articulan las categorías de investigación-proyección social. Se trata de un bucle compensador cuyo patrón de conducta es el representado a continuación:

Figura 4.105 Diagrama de Forrester. Subsistema Investigación-Proyección social



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STE-LLA

Figura 4.106. Patrón de conducta en el tiempo - Subsistema Investigación-Proyección social



Fuente: elaboración propia, captura de pantalla del programa STE-LLA

CONCLUSIÓN

El proceso de modelización dinámica del subsistema Investigación-Proyección social genera una estructura dinámica causada por relaciones de influencia de naturaleza circular con las características de un bucle compensador.

Sección VII

Modelización del sistema enseñanza-aprendizaje-investigación-proyección social

La implementación del modelado dinámico de sistemas en educación básica primaria rural a través de los talleres itinerantes de alfabetización constitucional, se ha constituido en la plataforma sobre la cual se ha realizado la modelización del proceso didáctico, que comprendido en el contexto de la educación superior se concreta en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca, a través de la dinámica desarrollada en el sistema Enseñanza-Aprendizaje-Investigación-Proyección Social (EAIPS), cuyo proceso de simulación se describe a continuación.

La estructuración de la presente sección sigue el mismo patrón de las secciones 5 y 6, sin embargo, en el nivel reactivo los hechos que se describen corresponden a la secuencia de reflexiones constructivas que a través de procesos de reflexión crítica y replanificación configuraron el pensamiento del equipo de investigación y han conducido

a la comprensión y construcción del prototipo de simulador en la versión de junio de 2019.

Nivel reactivo

Los hechos aquí relacionados se ejecutaron siguiendo las pautas metodológicas de la modelización dinámica de sistemas, estructurada en las tres fases que se presentan a continuación:

Identificación del problema y análisis de comportamiento

Implica la determinación de variables clave que intervienen en el proceso didáctico.

La práctica del pensamiento sistémico conduce a ver interrelaciones, para ello se requiere de un lenguaje adecuado, constituido por círculos de causalidad. Este lenguaje es importante para enfrentar problemas dinámicamente complejos y opciones estratégicas, especialmente cuando los individuos, los equipos y las organizaciones necesitan trascender los hechos para ver las fuerzas que *modelan el cambio* (Senge, 2011, p. 40).

A través de la siguiente figura se representa en forma sistémica la estructura circular y cómo se ha concebido este proceso de construcción de conocimiento, cuya meta es la modelización computacional (simulación) del proceso didáctico en la perspectiva de la formación de docentes en educación superior.

Figura 4.107. Círculo de causalidad



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

La historia que se cuenta a través de este círculo de causalidad puede comenzar en cualquier elemento de la estructura sistémica y hace posible observar siguiendo el círculo como el tren de un ferrocarril de juguete. Un punto para comenzar esta lectura es la acción realizada por quien tomó la decisión de introducir el pensamiento sistémico como

referente clave para estructurar los procesos didácticos en la presente investigación. Desde esta perspectiva, la “historia” es la siguiente:

1. Se fijó el nivel del referente teórico: pensamiento sistémico tomando como punto de partida algunos hábitos de pensamiento sistémico y la dinámica de sistemas.
2. La implementación de hábitos del pensamiento sistémico y de herramientas de la dinámica de sistemas influyen la selección y el ajuste de las actividades que dinamizan la interacción en los procesos de formación y aprendizaje con estudiantes de educación básica primaria rural, secuenciadas en forma empirista, ya que se parte de lo concreto y próximo a la cotidianidad de los estudiantes.
3. La dinámica de los procesos de formación y aprendizaje ejerce influencia en la implementación de estrategias para el modelado didáctico, cuya organización inicial se establece sobre la base de los planteamientos de la teoría de situaciones didácticas.
4. Al implementar ajustes en la modelación didáctica, la brecha percibida (diferencia entre la modelación actual y la modelación deseada) cambia, puesto que el tipo de modelación deseado es computacional (simulación). Por tanto, se requiere cambiar la brecha, lo cual implica ascender en el nivel de comprensión del sistema para mejorar la simulación, y continuar evolucionando sobre la base de este patrón de comportamiento.

Este tipo de diagrama cuenta una “historia” que permite ver: “¿cómo la estructura crea un patrón de conducta de-

terminado? (o en una estructura compleja, varios patrones de conducta) y ¿cómo se puede influir sobre ese patrón?” (Senge, 2011. p. 45). Aquí la historia consiste en la modelización computacional (simulación) del proceso didáctico, que se ajusta gradualmente como resultado de la reflexión continua sobre la acción (praxis), pues este estilo de pensamiento permite ver que continuamente se recibe influencia de la realidad y se ejerce influencia sobre ella (somos parte de esa realidad).

Modelado cualitativo o causal del sistema

Se realiza como hipótesis dinámica. En esta etapa del proceso, se detectan cuáles son los elementos que se incluirán y tienen mayor importancia en el sistema, se realiza la construcción de los diagramas causales, los cuales muestran las relaciones que conectan a cada una de las variables, sin dejar de lado que estos diagramas solo recaudan información, pero no presentan el resultado en función del tiempo en el que se desarrolla el sistema (Morlán, 2010, p. 7).

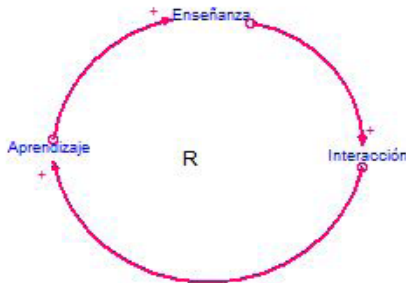
Las categorías representadas en la Figura 4.107. están organizadas en un círculo o rizo de relaciones causa-efecto, denominado “proceso de realimentación”, el cual opera continuamente para llevar la simulación del proceso didáctico a su nivel deseado.

En el pensamiento sistémico, *la realimentación* es un *axioma* que indica que “toda influencia es causa y efecto”. Nunca hay influencias en una sola dirección. “La clave para ver la realidad sistémicamente consiste en ver círculos de influencias en vez de líneas rectas” (Senge, 2011. p. 41).

Hay dos tipos de procesos de realimentación: de refuerzo (R) y de equilibrio (B). Los procesos de realimentación reforzadora (o amplificadora) son los motores del crecimiento, cuando en la situación estudiada las cosas (eventos) crecen, está operando la realimentación reforzadora. Este tipo de realimentación también puede generar la aceleración de la decadencia, ejemplo, un proceso de deterioro.

En este trabajo, el proceso reforzador se representa en la Figura 4.108.

Figura 4.108. Diagrama causal - Reforzador



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

El diagrama muestra el proceso de realimentación reforzadora caracterizado por aquellas situaciones en las cuales los actos forman una “bola de nieve”. Se puede seguir el proceso recorriendo el círculo. Por ejemplo, si las acciones de enseñanza son buenas, influyen positivamente en

la interacción (estudiante-estudiante, docente-estudiante, estudiante-conocimiento, docente-conocimiento, etc.), lo cual significa más estudiantes satisfechos, más actitudes positivas hacia las actividades de aprendizaje, mayor motivación hacia la innovación, y así sucesivamente.

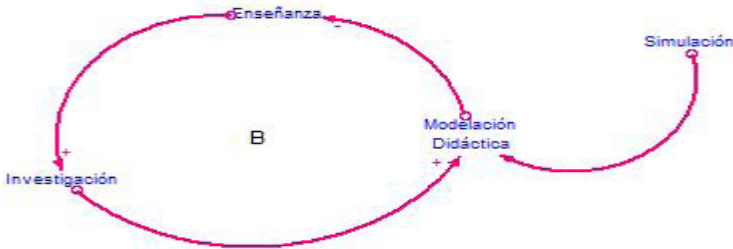
Es importante tener cuidado, pues si el proceso es defectuoso, el círculo virtuoso se transforma en círculo vicioso, lo cual conduce a desmotivación y decadencia en los aprendizajes.

Así mismo, “la conducta que deriva de un rizo reforzador es *crecimiento acelerado o deterioro acelerado*” (Senge, 2011. p. 49).

Los procesos de realimentación compensadores (B) buscan la estabilidad. Argumenta Senge (2011) que “si nos agrada la meta, seremos felices. De lo contrario, todos nuestros esfuerzos para cambiar la situación quedarán frustrados, hasta que podamos cambiar la meta o debilitar su influencia” (p. 50). En un sistema compensador (estabilizador), la autocorrección procura mantener una meta u objetivo. La planificación crea procesos compensadores de largo plazo.

En la figura siguiente, el diagrama causal muestra un proceso de realimentación compensadora.

Figura 4.109. Diagrama causal - Compensador



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Para comprender el proceso, es más fácil comenzar en la lectura de la “historia” en la brecha, es decir, donde se presenta una discrepancia entre lo deseado y lo existente. Por ejemplo, aquí hay un déficit en la implementación de herramientas computacionales para sistematizar los procesos didácticos, es decir, hay una brecha entre el estilo de modelación deseado (simulación) y el estado real.

Los actos realizados para corregir la brecha son:

- Modelar computacionalmente (simular) el proceso didáctico. Esto aumenta la visualización, comprensión y comunicación del proceso de modelado y reduce la brecha entre lo deseado (simulación) y lo existente.
- Esta meta (simulación) cambia a través del tiempo con el crecimiento o el deterioro del proceso de enseñanza. No obstante, el proceso compensador continúa operando para ajustar las estrategias a las necesidades

reales de la comunidad, y autorregular la enseñanza.

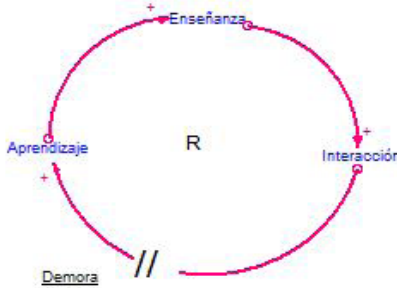
Al proceso lo caracteriza la “resistencia al cambio”. Es importante destacar que cuando se presenta “resistencia al cambio”, sin duda hay uno o más procesos compensadores “ocultos”. La resistencia al cambio no es caprichosa ni misteriosa. Siempre surge de amenazas a normas y criterios tradicionales (Senge, 2011, p. 53).

En la implementación de esta metodología (fase de modelado cualitativo), se presentan también *demoras*, es decir, pausas entre nuestros actos y sus consecuencias. Las *demoras* pueden inducirnos a grandes errores, o tener un efecto positivo si las reconocemos y trabajamos con ellas.

Uno de los puntos de apalancamiento más relevantes para mejorar el desempeño de un sistema, dice Ray Stata, director de Analog Devices, citado en La Quinta Disciplina (Senge, 2011) es la minimización de demoras en el sistema.

En el siguiente diagrama causal se representa el proceso reforzador con demora:

Figura 4.110. Diagrama causal - Ciclo reforzador con demora



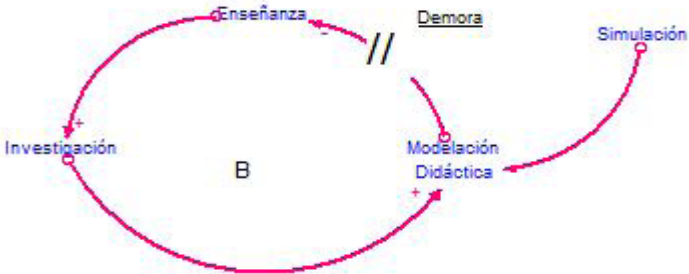
Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Al retomar el diagrama de realimentación del proceso reforzador que venía construyendo, la reflexión continua sobre la acción ha permitido identificar una *demora* significativa entre el momento de interacción y el momento en que vemos un *cambio* en el aprendizaje de los estudiantes. Las demoras se representan con dos líneas transversales //.

Las flechas con líneas transversales no indican cuántos segundos (o años) durará la demora. Solo se sabe que es tan prolongada como para tener importancia. Cuando se sigue la flecha con una demora, se añade la palabra “finalmente” a la historia que es narrada. Ejemplo, “realizamos las interacciones y finalmente se percibió un cambio en el aprendizaje”.

En el siguiente diagrama causal se representa el proceso compensador con demora:

Ilustración 4.111. Diagrama causal - Ciclo con pensador con demora



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Para continuar con la reflexión sobre la construcción, se identifica una demora significativa, representada en el diagrama de realimentación del proceso compensador entre el momento de modelación didáctica y el momento en que se percibe un cambio en el proceso de enseñanza. En este caso, en la “historia” se expresa lo siguiente: “realizamos la modelización computacional del proceso didáctico y finalmente percibimos un cambio en la planificación y autorregulación del proceso de enseñanza”.

Este proceso de compensación se evidenciará en la práctica, cuando se logre que la modelización computacional del proceso didáctico cumpla la función que se persigue, de autorregular las innovaciones didácticas a partir del uso eficiente de la simulación como herramienta que contribuya a la visualización, experimentación y comunicación de los comportamientos en los procesos de investigación didáctica.

Hay que tener en cuenta que “uno de los conceptos más importantes y decisivos en el campo del pensamiento sistémico es la idea de que ciertos patrones estructurales son recurrentes” (Senge, 2011, p. 56). Estas estructuras genéricas (arquetipos sistémicos) constituyen la clave para aprender a ver estructuras en la vida personal y laboral.

Los arquetipos sistémicos:

Fueron desarrollados en Innovation Associates a mediados de los 80. En esa época, el estudio de la dinámica de sistemas dependía de la graficación de los circuitos causales complejos y de la modelación por ordenador, que utilizaba ecuaciones matemáticas para definir la relación entre variables (Senge, 2011, p. 26).

En este proceso, el patrón estructural identificado es el arquetipo conocido como *límites del crecimiento*, cuyo origen data de la traducción de “estructuras genéricas”, que Jay Forrester y otros pioneros del pensamiento sistémico habían descrito.

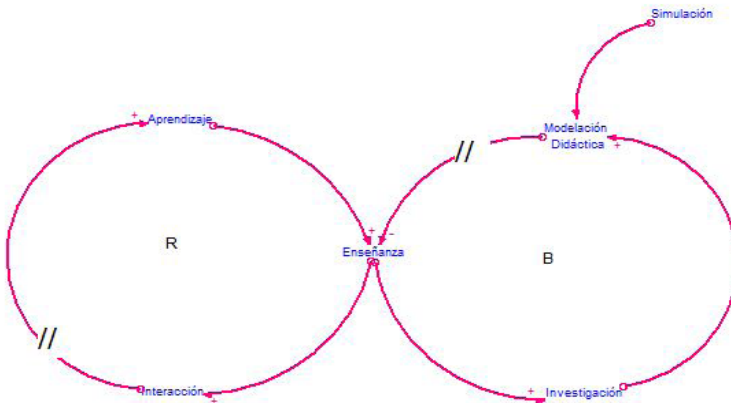
Los arquetipos son herramientas accesibles que permiten construir hipótesis creíbles y coherentes, acerca de las fuerzas que operan en los sistemas, y también constituyen un vehículo natural para clarificar y verificar modelos mentales acerca de esos sistemas; en este proceso, el arquetipo denominado *límites del crecimiento* ha sido la estructura sistémica que ha facilitado la interconexión entre las estructuras sistémicas conocidas como bucles o ciclos de realimentación, diseñadas en los párrafos anteriores y las presentadas en las secciones 5 y 6.

Para Senge (2011),

Nunca crecemos sin límites. En todo aspecto de la vida, las pautas de crecimiento y los límites se combinan de diversas maneras. A veces predomina el crecimiento, a veces predominan los límites, y a menudo el grado de influencia predomina entre uno y otro (p. 20).

En el siguiente diagrama se presenta el arquetipo que se ha construido como resultado de la reflexión continua que se ha descrito en los párrafos anteriores:

Figura 4.112. Arquetipo - Límite del crecimiento



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Como el propósito de los arquetipos sistémicos es recondicionar nuestras percepciones para que sepamos ver las estructuras en juego, en la figura anterior se aprecia un proceso reforzador (amplificador) que se pone en marcha para producir un resultado deseado. Es decir, se han planificado actividades para la enseñanza, las cuales han sido llevadas a la práctica a través de la interacción con un grupo de estudiantes de educación básica, cuyo propósito es contribuir con la calidad del aprendizaje.

Habitualmente en estas situaciones se crea una espiral de éxito que a su vez genera efectos secundarios inadvertidos (manifestados en un proceso compensador, que por lo general atentan contra el éxito). En este caso, la estructura de los límites del crecimiento es útil para comprender todas las situaciones en las cuales el crecimiento se topa con límites. Por ejemplo, se ha percibido éxito en la interacción con los estudiantes al implementar las actividades, sin embargo, se requiere mayor tiempo para monitorear el cambio en el aprendizaje de parte de los estudiantes, situación que ocasiona demora para la replanificación de las siguientes actividades (enseñanza) para reforzar el ciclo, y producir resultados investigativos que enriquezcan el proceso de modelización del proceso didáctico y de implementación del modelado didáctico en educación básica primaria.

La modelización didáctica enriquecida con herramientas computacionales producirá una simulación, cuya construcción es un proceso gradual que evoluciona con los resultados del ejercicio de investigación-acción, cuya dinámica se espera que fortalezca el proceso de implementación de la modelación dinámica de sistemas y del simulador del proceso didáctico.

Sin embargo, cuando se presentan límites del crecimiento hay un proceso reforzador de crecimiento o perfeccionamiento que opera por sí mismo durante un tiempo, y luego se encuentra con un proceso compensador (estabilizador) que opera para limitar el crecimiento. Cuando esto ocurre,

la tasa de perfeccionamiento disminuye e incluso se detiene.

Durante el desarrollo de la Fase 1 del proceso investigativo vinculado con el presente trabajo, se percibe que la implementación de la modelización computacional en el modelado didáctico genera una demora, puesto que la construcción de la simulación exige de varios momentos reconstructivos; esto implica la existencia de un proceso compensador (estabilizador), cuya influencia se espera incida significativamente en los siguientes momentos de planificación de la enseñanza y la presencia de evidencias detectables en los procesos de enseñanza, interacción, aprendizaje e investigación.

Modelado cuantitativo

Al utilizar el programa STELLA, el proceso puede simularse en un computador; para este caso es necesario traducir el arquetipo, a los llamados diagramas de Forrester o diagramas de *stock* y flujos, los cuales son necesarios para poder realizar la construcción futura de ecuaciones matemáticas (las cuales no forman parte de los alcances del presente trabajo) que definen en un nivel más abstracto el comportamiento del sistema.

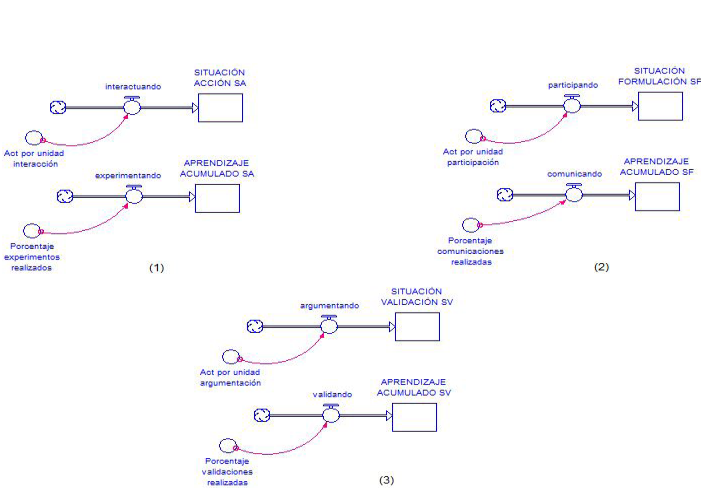
Para comprender el funcionamiento del sistema en esta etapa del proceso de implementación de la metodología (modelización dinámica de sistemas), se utilizan diagramas de *stock* y flujo, los cuales permiten representar las percepciones en términos de acumulaciones y tasas de cambio.

La aproximación inicial a este tipo de representaciones se muestra en la siguiente colección de imágenes diseñadas para un proceso de enseñanza secuenciado con los pará

metros de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau:

Proceso de enseñanza

Figura 4.113. Diagrama de stock y flujo - Proceso de enseñanza



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

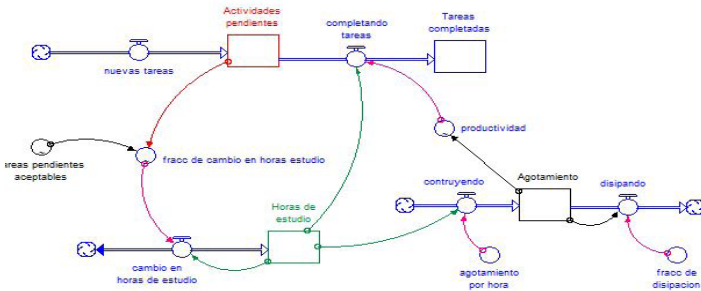
El diagrama de *stock* y flujo de la Figura 4.113. representa la siguiente secuencia: Situación de acción-Situación de formulación-Situación de validación, a través de la que se ha estructurado el proceso de enseñanza. El diseño pa-

ralelo de diagramas de *stock* y flujo relacionados con el aprendizaje en cada momento de la secuencia facilitará la identificación de patrones de comportamiento asociados con los procesos de aprendizaje en cada situación.

Para el proceso de aprendizaje se ha diseñado el siguiente diagrama, cuyos antecedentes se encuentran registrados en el *Documento maestro de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca*.

Proceso de aprendizaje

Figura 4.114. Diagrama de stock y flujo - Proceso de aprendizaje



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

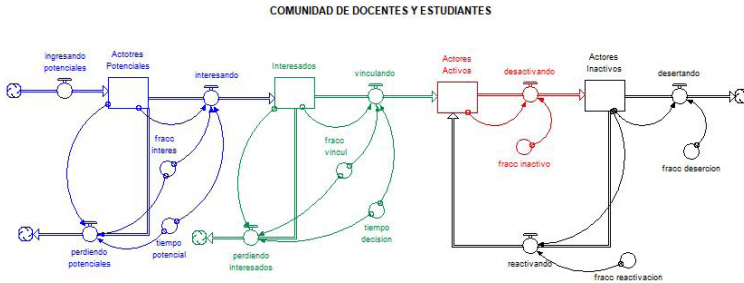
El diagrama de la Figura 4.114. representa la estructura a través de la cual se percibe el patrón de comportamiento en un proceso de aprendizaje, que sirve como punto de

partida para la observación y los registros de las conductas de los estudiantes durante el proceso investigativo.

Proceso de interacción

El diagrama de *stock* y flujo de la Figura 4.115. representa la estructura inicial que facilita la planificación, sistematización y el seguimiento al proceso de interacción, en función de acumulaciones y tasas de cambio.

Figura 4.115. Diagrama de stock y flujo - Proceso de interacción

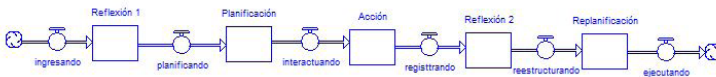


Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Proceso de investigación

El diagrama de *stock* y flujo de la Figura 4.116. representa la estructura del proceso de investigación-acción.

Figura 4.116. Diagrama de stock y flujo - Proceso de investigación

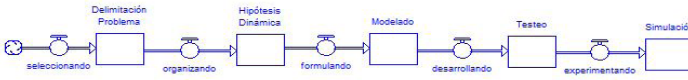


Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Proceso de modelado dinámico de sistemas adaptable a la modelización didáctica

El diagrama de *stock* y flujo de la Figura 4.117. representa la estructura que guía el desarrollo actual y futuro del presente proceso de modelación aplicado a la simulación del proceso didáctico, que se ha abordado en el presente trabajo.

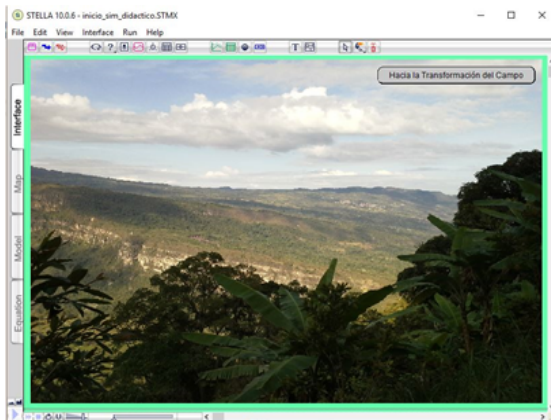
Figura 4.117. Diagrama de stock y flujo - Proceso de modelación didáctica



Nota. Adaptado del curso "Introducción al modelado dinámico de sistemas". Fuente: IseeSystems.

A continuación, presentamos las imágenes de la interfase del simulador - versión octubre de 2018.

Figura 4.118. Página principal



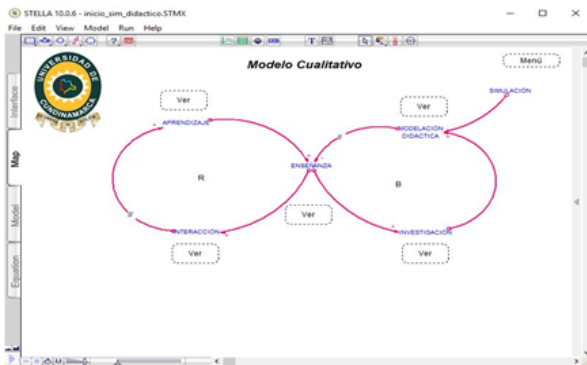
Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.119. Menú



Fuente: captura de pantalla del programa STELLA.

Figura 4.120. Arquetipo



Fuente: captura de pantalla del programa STELLA.

Figura 4.121. Ecuaciones en código STELLA

```

STELLA 10.0.6 - inicio_sim_didactico.STMX
File Edit View Equation Run Help

Interfaz
Modelo
Mip
Equation

APRENDIZAJE:
[ ] Actividades_pendientes(t) = Actividades_pendientes(t - dt) + (nuevas_tareas - completando_tareas) * dt
INIT Actividades_pendientes = 2
INFLOWS:
  -> nuevas_tareas = 2
OUTFLOWS:
  -> completando_tareas = Horas_de_estudio*productividad
[ ] Agotamiento(t) = Agotamiento(t - dt) + (contruyendo - dispando) * dt
INIT Agotamiento = 0
INFLOWS:
  -> contruyendo = IF(Horas_de_estudio/INIT(Horas_de_estudio)=1)THEN(0) ELSE(Horas_de_estudio*agotamiento_por_hora)
OUTFLOWS:
  -> dispando = fracc_de_disipacion*Agotamiento
[ ] Horas_de_estudio(t) = Horas_de_estudio(t - dt) + (cambio_en_horas_de_estudio) * dt
INIT Horas_de_estudio = 2
INFLOWS:
  -> cambio_en_horas_de_estudio = (Horas_de_estudio*fracc_de_cambio_en_horas_estudio)-Horas_de_estudio
[ ] Tareas_completadas(t) = Tareas_completadas(t - dt) + (completando_tareas) * dt
INIT Tareas_completadas = 0
INFLOWS:
  -> completando_tareas = Horas_de_estudio*productividad
agotamiento_por_hora = 3
fracc_de_cambio_en_horas_estudio = GRAPH(Actividades_pendientes,tareas_pendientes_aceptables)
(0.00, 0.203), (0.2, 0.248), (0.4, 0.413), (0.6, 0.616), (0.8, 1.00), (1.00, 1.00), (1.20, 1.00), (1.40, 1.30), (1.60, 1.50), (1.80, 1.93), (2.00, 2.00)
fracc_de_disipacion = 0.1
productividad = GRAPH(Agotamiento)
(0.00, 1.00), (10.0, 0.994), (20.0, 0.933), (30.0, 0.771), (40.0, 0.3), (50.0, 0.184), (60.0, 0.114), (70.0, 0.114), (80.0, 0.0952), (90.0, 0.0762),
(100, 0.0635)
tareas_pendientes_aceptables = GRAPH(TIME)
(0.00, 2.00), (6.00, 2.00), (12.0, 2.00), (18.0, 2.00), (24.0, 2.00), (30.0, 2.00), (36.0, 2.00), (42.0, 2.00), (48.0, 2.00), (54.0, 2.00), (60.0, 2.00)
  
```

Fuente: captura de pantalla del programa STELLA.

Nivel reflexivo

En este nivel se articula el discurso con las construcciones presentadas en las secciones 5 y 6, en las que se ha construido el proceso de modelización de los subsistemas Enseñanza-Aprendizaje-Investigación (EAI) e Investigación-Proyección Social (IPS), haciendo una primera aproximación al estudio de cada componente de los subsistemas allí analizados en función de la representación gráfica de patrones de conducta y del diseño de las situaciones a través de diagramas que representan flujos y acumulaciones.

La práctica de hábitos de pensamiento sistémico permite conectar los subsistemas para representar el sistema completo integrado por la interconexión entre el ciclo reforzador (EAI) y el ciclo compensador (IPS). Estos dos sub-

sistemas se articulan en esta sección para configurar la simulación sobre el arquetipo que representa la estructura clave de las relaciones de influencia entre las cinco categorías de análisis, a través de las cuales se desarrolla el proceso didáctico.

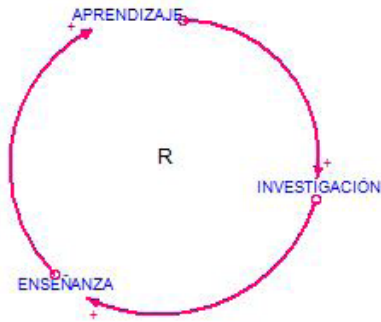
Esta acción se implementa dada la utilidad de prestar atención a que el lenguaje enriquecido con estructuras de pensamiento dadas por la identificación de los flujos y acumulaciones, ayudan a comunicar y comprender la estructura del sistema y a identificar el potencial para incrementar o disminuir su crecimiento y decrecimiento en el tiempo.

Las siguientes preguntas contribuyen a la construcción reflexiva de la simulación. En esta etapa, el proceso se sincroniza gradualmente con el ritmo de desarrollo del pensamiento sistémico del equipo de investigación, como evidencia de la evolución del proceso didáctico que avanza con la construcción y reconstrucción continua de conocimiento, en el ejercicio dinámico de estrategias que enriquecen el aprendizaje generativo.

Preguntas orientadoras

- ✓ ¿Cómo el proceso didáctico limita su crecimiento?
- ✓ ¿Cómo podría direccionar más efectivamente sus límites?
- ✓ ¿Dónde crece el proceso?

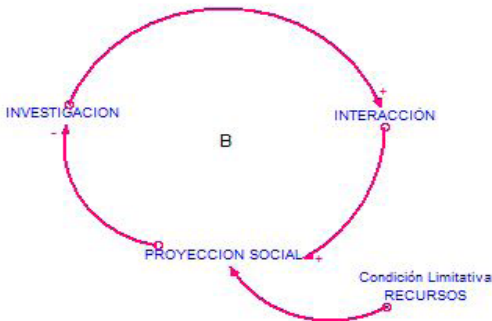
Figura 4.122. Diagrama causal. Bucle reforzador



Fuente: captura de pantalla del programa STELLA.

✓ ¿Dónde el proceso limita su crecimiento?

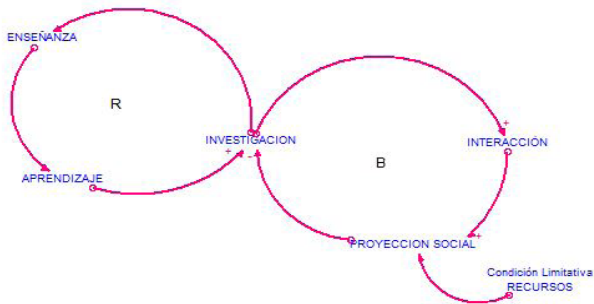
Figura 4.123. Diagrama causal. Bucle compensador



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

- ✓ ¿Cuál es la estructura del proceso?

Figura 4.124. Arquetipo límite de crecimiento



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

- ✓ ¿Cómo crece el proceso?

Investigación

La estructura del crecimiento es del modelo exponencial, el cual tiene tendencia a crecer de manera no lineal, ya que la entrada se construye con el producto del nivel de investigación y de la tasa de cambio en investigación.

- Variable de nivel: investigación
- Variable de flujo: cambio en investigación

- Variable auxiliar: tasa de cambio en investigación
- Tiempo de observación: 15 años
-

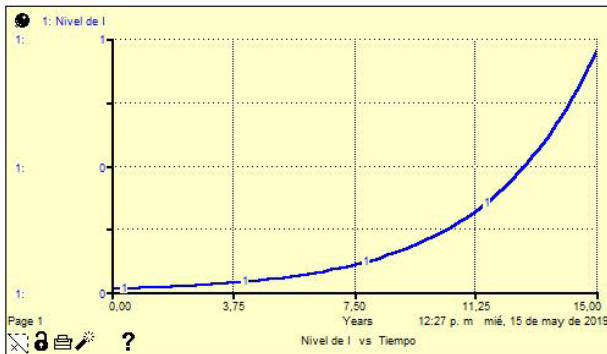
Crecimiento de cada categoría

Figura 4.125. Diagrama de Forrester. Modelo exponencial



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.126. Patrón de comportamiento en el tiempo. Curva de crecimiento exponencial



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.127.

Código STELLA del modelo exponencial

```

 Nivel_de_I(t) = Nivel_de_I(t - dt) + (cambio_en_I) * dt
INIT Nivel_de_I = 0.01
INFLOWS:
  -  cambio_en_I = Nivel_de_I*tasa_de_cambio_I
  ○ tasa_de_cambio_I = 0.3
  
```

Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.128. Expresión matemática



Fuente: elaboración propia.

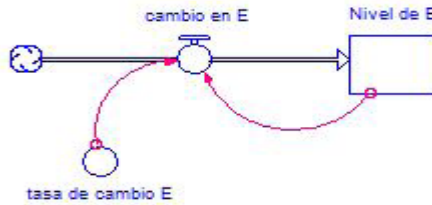
Enseñanza

Este es un modelo con tendencia a crecer de manera no lineal, ya que la entrada se construye con el producto del nivel de enseñanza y de la tasa de cambio de enseñanza.

- Variable de nivel: enseñanza
- Variable de flujo: cambio en enseñanza
- Variable auxiliar: tasa de cambio en enseñanza
- Tiempo de observación: 15 años

Crecimiento de cada categoría

Figura 4.129. Diagrama de Forrester. Modelo exponencial



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.130. Patrón de comportamiento en el tiempo. Curva de crecimiento exponencial



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.131. Código STELLA del modelo exponencial

```

□ Nivel_de_E(t) = Nivel_de_E(t - dt) + (cambio_en_E) * dt
INIT Nivel_de_E = 0.5
INFLOWS:
  ↻ cambio_en_E = Nivel_de_E*tasa_de_cambio_E
○ tasa_de_cambio_E = 0.3

```

Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.132. Expresión matemática

$$\text{Cambio_en_E} = \text{Nivel_de_E} * \text{tasa_de_cambio_E}$$

$$\text{Nivel_de_E} = \int \text{cambio_en_E} dt$$

$$dE/dt = \alpha E$$

Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

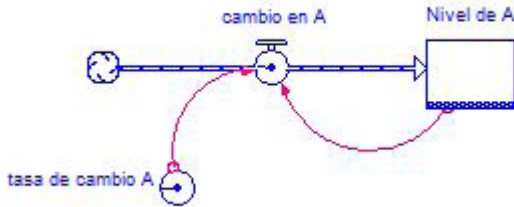
Aprendizaje

Este es un modelo con tendencia a crecer de manera no lineal, ya que la entrada se construye con el producto del nivel de aprendizaje y de la tasa de cambio de aprendizaje.

- Variable de nivel: aprendizaje
- Variable de flujo: cambio en aprendizaje
- Variable auxiliar: tasa de cambio en aprendizaje
- Tiempo de observación: 15 años

Crecimiento de cada categoría

Figura 4.133. Diagrama de Forrester. Modelo exponencial



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.134. Patrón de comportamiento en el tiempo. Curva de crecimiento exponencial



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.135 Código STELLA del modelo exponencial

```

 Nivel_de_A(t) = Nivel_de_A(t - dt) + (cambio_en_A) * dt
INIT Nivel_de_A = 1
INFLOWS:
    ↻ cambio_en_A = Nivel_de_A*tasa_de_cambio_A
 tasa_de_cambio_A = 0.3
  
```

Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.136. Expresión matemática

$$\text{Cambio_en_A} = \text{Nivel_de_A} * \text{tasa_de_cambio_A}$$

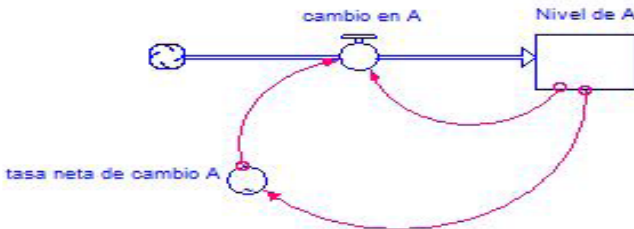
$$\text{Nivel_de_A} = \int \text{cambio_en_A} dt$$

$$dA/dt = \alpha A$$

Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

El modelo de autorreferencia también permite visualizar el crecimiento en el nivel de aprendizaje, puesto que el stock influye en su propio flujo de entrada.

Figura 4.137. Diagrama de Forrester. Modelo de autorreferencia



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.138. Patrón de comportamiento en el tiempo. Curva de crecimiento. Modelo autorreferencia



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.139. Código STELLA del modelo autorreferencia

```

 Nivel_de_A(t) = Nivel_de_A(t - dt) + (cambio_en_A) * dt
INIT Nivel_de_A = 1
INFLOWS:
   cambio_en_A = Nivel_de_A*tasa_neta_de_cambio_A
   tasa_neta_de_cambio_A = GRAPH(Nivel_de_A)
 (0.00, 0.0582), (2.00, 0.0554), (4.00, 0.0538), (6.00, 0.051), (8.00, 0.048), (10.0, 0.0433), (12.0, 0.0381),
 (14.0, 0.0299), (16.0, 0.0219), (18.0, 0.0128), (20.0, 0.00)
  
```

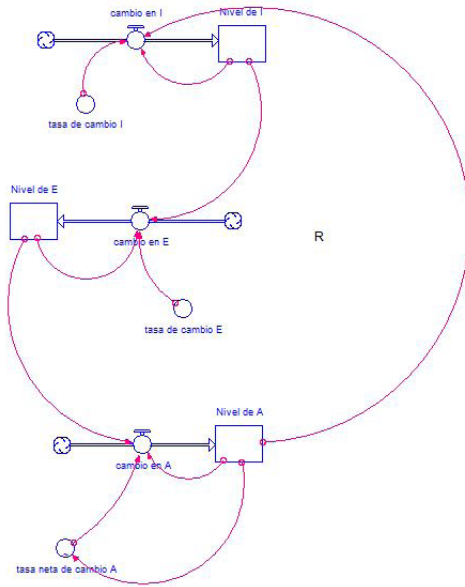
Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

¿Cómo crece el proceso IEA?

Crecimiento en conjunto

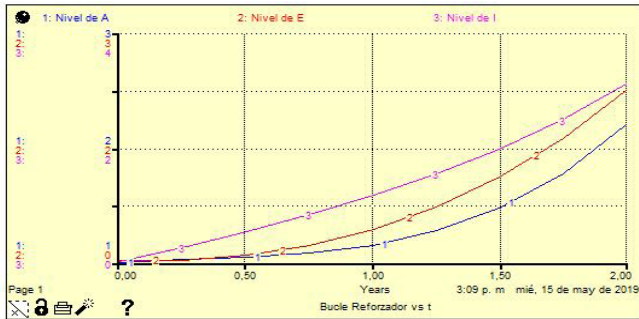
Figura 4.140.

Diagrama de Forrester. Subsistema EAI



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.141. Patrón de comportamiento en el tiempo. Curvas de crecimiento del subsistema EAI



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.142. Código STELLA del subsistema EAI

```

 Nivel_de_A(t) = Nivel_de_A(t - dt) + (cambio_en_A) * dt
INIT Nivel_de_A = 1
INFLOWS:
  <=> cambio_en_A = (Nivel_de_A*tasa_neta_de_cambio_A)+Nivel_de_E
 Nivel_de_E(t) = Nivel_de_E(t - dt) + (cambio_en_E) * dt
INIT Nivel_de_E = 0.02
INFLOWS:
  <=> cambio_en_E = Nivel_de_I+(Nivel_de_E*tasa_de_cambio_E)
 Nivel_de_I(t) = Nivel_de_I(t - dt) + (cambio_en_I) * dt
INIT Nivel_de_I = 0.01
INFLOWS:
  <=> cambio_en_I = (Nivel_de_I*tasa_de_cambio_I)+Nivel_de_A
 tasa_de_cambio_E = 0.03
 tasa_de_cambio_I = 0.3
 tasa_neta_de_cambio_A = GRAPH(Nivel_de_A)
 (0.00, 0.0592), (2.00, 0.0578), (4.00, 0.0556), (6.00, 0.052), (8.00, 0.048), (10.0, 0.0437), (12.0, 0.0387),
 (14.0, 0.0345), (16.0, 0.0295), (18.0, 0.0231), (20.0, 0.00)

```

Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

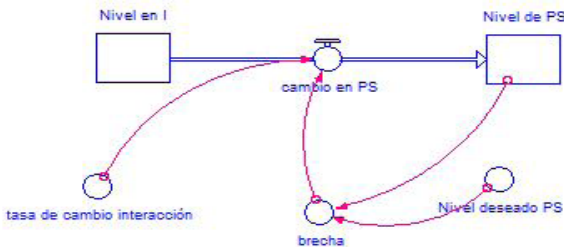
¿Cómo el proceso limita su crecimiento?

La estructura que limita el crecimiento es del modelo buscando objetivo, en el cual el objetivo (meta) para alcanzar es un nivel deseado de proyección social (cobertura e impacto).

- Variables de nivel: investigación y proyección social
- Variable de flujo: cambio en investigación, cambio de proyección social
- Variable auxiliar: tasa de cambio en investigación, tasa de cambio en proyección social (interacción)
- Tiempo de observación: 15 años

Comportamiento de cada categoría

Figura 4.143. Diagrama de Forrester



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.144. Patrón de comportamiento en el tiempo. Curvas de crecimiento del subsistema IPS



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

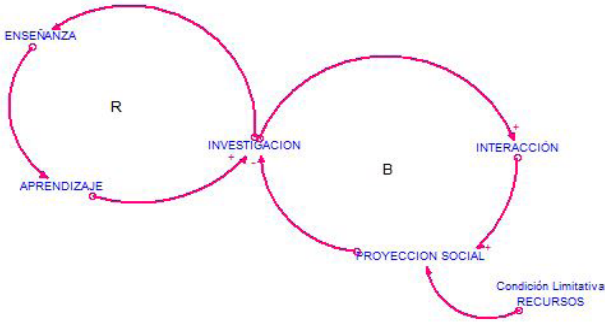
Figura 4.145. Código STELLA - Sistema EAIPS

```

 Nivel_de_PS(t) = Nivel_de_PS(t - dt) + (cambio_en_PS) * dt
INIT Nivel_de_PS = 1
INFLOWS:
  -> cambio_en_PS = tasa_de_cambio_interacción*brecha
 Nivel_en_I(t) = Nivel_en_I(t - dt) + (-cambio_en_PS) * dt
INIT Nivel_en_I = 10
OUTFLOWS:
  -> cambio_en_PS = tasa_de_cambio_interacción*brecha
 brecha = Nivel_deseado_PS - Nivel_de_PS
 Nivel_deseado_PS = 10
 tasa_de_cambio_interacción = 0.05
  
```

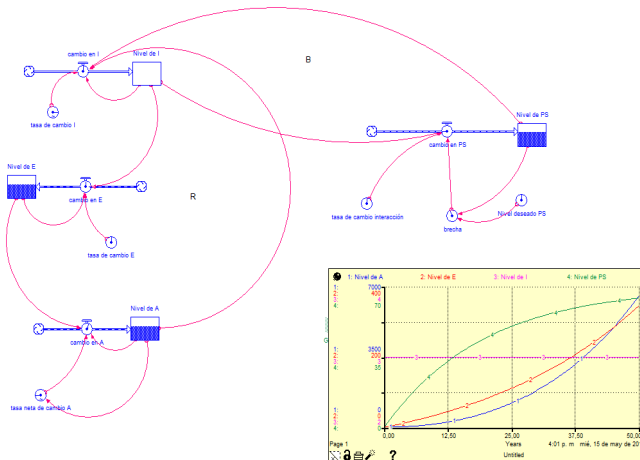
Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.146. Arquetipo límite de crecimiento. Sistema EAIPS



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Figura 4.147. Diagrama de Forrester y patrones de comportamiento del sistema EAIPS

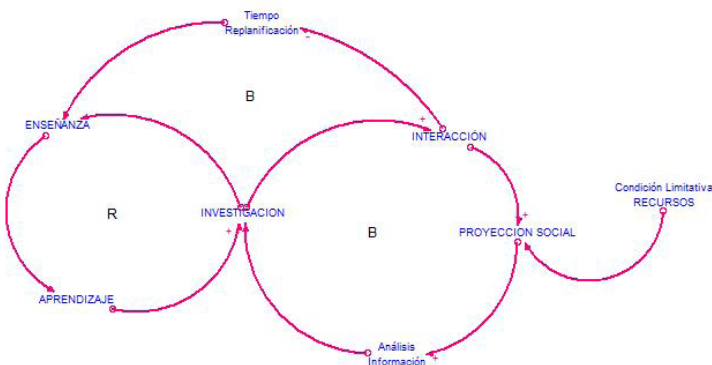


Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Nivel generativo

La reflexión desde la estructura arquetípica de *límites de crecimiento* del sistema EAIPS ha conducido a identificar nuevas categorías de análisis y sus consecuentes relaciones de influencia, aspecto que ha enriquecido el arquetipo inicial para dar paso a la Fase 2 del proceso investigativo, que ubica la construcción del simulador en un nivel superior, y abre así un nuevo proceso de aprendizaje generativo con la introducción del arquetipo de desplazamiento de carga, representado en la siguiente figura:

Figura 4.148. Arquetipo desplazamiento de Carga Sistema EAIPS



Nota. Captura de pantalla del programa STELLA. Fuente: elaboración propia.

Resultados y conclusiones

El ejercicio de modelación del subsistema de enseñanza-aprendizaje-investigación fue posible desarrollarlo con base en los niveles explicativos del pensamiento sistémico, en el que se realizó la implementación didáctica, el diseño de los diagramas de Forrester de cada categoría y se identificaron las relaciones complejas que formaron los procesos de realimentación reforzadora, esquematizados como bucle de realimentación reforzadora, cuyo patrón de conducta es decrecimiento exponencial, mediante el cual es posible analizar la conducta del subsistema, en el momento en que en una de las categorías no se evidencien avances.

La modelación del subsistema de investigación-proyección social se desarrolló igualmente con respecto a los niveles explicativos del pensamiento sistémico, en los que se realizó el análisis de la información con base en la investigación y proyección social, para posteriormente diseñar los diagramas de Forrester de cada una de estas categorías y se reconocieron las relaciones complejas que formaron los procesos de realimentación compensadora, esquematizados como bucle de realimentación de balanceo (compensación o equilibrio), cuyo patrón de conducta de la investigación es el modelo exponencial, y de la categoría de proyección social es el modelo buscando objetivo y el crecimiento se va haciendo cada vez menor.

Cuando se articulan las categorías de investigación con un crecimiento exponencial y la de proyección social con un crecimiento como el del modelo buscando objetivo, se genera un crecimiento como el modelo logístico.

En la construcción del arquetipo de límite de crecimiento, cuando se realizan reflexiones sobre nuestras percepciones es posible observar situaciones de éxito en la interacción con los estudiantes al implementar las actividades, en las cuales se evidencia la necesidad de mayor tiempo para

monitorear el cambio en el aprendizaje por parte de los estudiantes. Es una situación que crea una demora para la replanificación de las siguientes actividades para reforzar el ciclo, y producir resultados investigativos que enriquezcan el proceso de modelización del proceso didáctico y de implementación del modelado didáctico en educación básica primaria.

El modelado didáctico enriquecido con herramientas computacionales produce el simulador, cuya construcción es un proceso gradual que seguirá evolucionado con los resultados del ejercicio de la investigación-acción, cuya dinámica se espera que mejore el proceso de implementación de la modelación dinámica de sistemas y mejore el simulador del proceso didáctico.

Recomendaciones

Debido a que esta investigación tiene aún sin desarrollar un gran campo de acción, es fundamental para futuras líneas de investigación, la planificación y aplicación de más actividades lúdicas, que se apoyen en los programas para continuar introduciendo gradualmente el modelado dinámico de sistemas como metodología para articular los procesos de enseñanza-aprendizaje, para continuar con el desarrollo de cada capítulo de la presente investigación y lograr mejorar el simulador de los procesos didácticos.

En el semillero de investigación, es útil que los estudiantes promuevan la planificación, aplicación y análisis de actividades lúdicas con los temas estudiados para fomentar la construcción del conocimiento. Por ello, es fundamental que se tengan los conocimientos necesarios para el uso correcto de las herramientas usadas para este fin, pudiendo fomentar el uso de programas como Splash y STELLA

para realizar los procesos de modelación con mayor facilidad y para analizar y reflexionar sobre los comportamientos de un sistema. Por esta razón, se puede crear una electiva en modelación, cuyo objetivo sea el uso adecuado de programas para el continuo desarrollo de proyectos de modelación computacional, con temáticas educativas que favorezcan el crecimiento de los conocimientos del pensamiento computacional.

REFERENCIAS

AnyLogic. (2019). *The AnyLogic Company*. <https://www.anylogic.com/company/about-us/>

Aracil, J. (1995). *Dinámica de sistemas*. Monografía de Ingeniería de Sistemas, Isdefe.

Armando, C., Xavier C. y Nuno S. (2009). *STELLA, programa para la modelación dinámica en biología*. Universidad Nacional Autónoma de México

Artigue, M. (1998). *Ingeniería didáctica*.

Barreto Moreno, M. L. (2020). El estudio de la función desde el movimiento. Fusagasugá: Editorial de la Universidad de Cundinamarca. ISBN: 978-958-52515-6-4. <https://www.ucundinamarca.edu.co/selloeditorial/index.php/catalogo-digital/academicos/educacion/el-estudio-de-la-funcion-desde-el-movimiento>.

Barreto, M. (2002). *La relación teoría práctica en la formación de docentes*. (Tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Barrios, M. M. (2013). *Experiencia didáctica de aprendizaje en el espacio académico de pensamiento funcional y variacional*. (Trabajo de grado). Universidad de Cundinamarca, Fusagasugá, Colombia.

Brousseau, G. (1986). Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 7(2), 33-115.

Cantoral, R. (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. Trillas.

Cárdenas, J. H. y Suárez, P. J. J. (2018). Modelación computacional en la ejecución de técnicas de pateo en el taekwondo. *RLE - Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. <http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/500>

Carlos Monge, M. (2016, 14 de agosto). ¿Qué es el pensamiento computacional y por qué desarrollarlo? <https://www.pqs.pe/tecnologia/pensamiento-computacional-importancia>

Correa Carvajal, M. A., Gómez Úsuga, P. A. y Marín Ríos, A. (2015). *La modelación matemática en la formación inicial de profesores de matemáticas: visiones de algunos formadores*. Informe Técnico de Investigación, Universidad de Antioquia, Medellín. http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/1855/1/Informe_t%C3%A9cnico_Mar%C3%ADn_Correa_G%C3%B3mez_Modelaci%C3%B3n_julio9.pdf

Creative Learning Exchange & Visual Interfaces for Serious Simulations. (2018). *Creative Learning Exchange*. <http://www.clexchange.org/splash>

Díez, J. N. (s. f.). Mensaje del ministro.

Douady, R. (1996). *Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas*. Topiques éditions.

Felipe, A. E. y Larrico, R. (2015). *Modelización Didáctica en la formación del profesorado: ejemplos desde la biología del desarrollo*. Universidad Nacional de La Plata, Argentina.

Fullana Belda, C. y Urquía Grande, E. (2009). Los modelos de simulación: una herramienta multidisciplinar de investigación. *Encuentros multidisciplinares*. Universidad Pontificia de Comillas, 11(32), 37-48.

García, R. (2006). *Sistemas complejos. Conceptos, método y fundamentación epistemológica de la investigación interdisciplinaria*. Gedisa.

García-García, J. y Rentería-Rodríguez, E. (2013). Resolver problemas y modelizar: un modelo de interacción. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 5(11), 297-333. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.m5-11.rpmm>

Google Maps. (2019, 15 de abril). Google. <https://www.google.com/maps>

González, G. y Sánchez Chávez, A. (2019). La didáctica como disciplina científica y pedagógica. *Rastros y Rostros del Saber*, 2(1), 41-52. <https://revistas.uptc.edu.co/index.php/rastrosrostros/article/view/9264>

Iseesystems. (2019). *Isee Systems Inc.* <https://www.iseesystems.com/>

Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Laertes.

León, J. A. (2007). *Pensamiento sistémico: la clave para la creación de futuros realmente deseados*. <http://jmonzo.net/blogeps/psjpa1.pdf>

Marina, J. A. (2016). *Tratado de filosofía del zoom*. Ariel.

Márquez Vizcaya, Z. (2012). La simulación como estrategia didáctica en el aprendizaje y la resolución de problemas lógicos. *Educación y Humanismo*, 14(22), 150-160. <http://revistas.unisimon.edu.co/index.php/educacion/article/view/2254>

Martínez, F. L. y Londoño, J. E. (2013). El pensamiento sistémico como herramienta metodológica para la resolución de problemas. *Revista Soluciones de Postgrado*, 4(8), 43-65.

MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Magisterio.

MEN. (2017). *Plan especial de educación rural. Hacia el desarrollo rural y la construcción de Paz*. <https://educapaz.co/wp-content/uploads/2018/08/PEER-TOTAL-9-julio.compressed.pdf>

MinTIC. (2018). *Acerca del MinTIC*. <https://mintic.gov.co/portal/604/w3-propertyvalue-540.html>

Morin, E. (1984). *Ciencia con consciencia*. Anthropos.

Morlán, I. M. (2010). *Modelo de dinámica de sistemas para la implantación de Tecnologías de la Información en la gestión estratégica universitaria*. Universidad del País Vasco.

National Institute of Biomedical Imaging and Bioengineering [NIBIB]. (2016). *Modelado computacional*. <https://www.nibib.nih.gov/espanol/temas-cientificos/modelado-computacional>

Powersim Solutions Inc. (2015). *Powersim Studio*. <http://www.powersimsolutions.com/powersimstudio.html>

Prieto González, G. y Sánchez Chávez, A. (2019). La didáctica como disciplina científica y pedagógica. *Rastros y Ros-tros del Saber*, 2(1), 41-52.

Pueyo, E. (2017). Centro de Investigación Biomédica en Red. <https://www.ciber-bbn.es/programas-transversales/programa-de-difusion-e-internacionalizacion/biomedicina-con-y-para-la-sociedad/miniserie-de-tv/simulacion-computacional>

Rodríguez Zoya, L. G. y Roggero, P. (2014). La modelización y simulación computacional como metodología de investigación social. *Polis*, 13(39), 417-440. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-65682014000300019>

Sarmiento, S. D. (2018). *Modelado dinámico de la práctica pedagógica en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca*. (Trabajo de pregrado). Universidad de Cundinamarca, Fusagasugá, Colombia.

Sarmiento Gutiérrez, P. P. (2016). *Aplicación de una herramienta de modelado en dinámica de sistemas para la estimación de costos de proyectos en licitaciones de servicios de ingeniería de programa y sistemas de información en Colombia*.

Senge, P. M. (2011). *La quinta disciplina. El arte y la práctica de la organización abierta al aprendizaje*. Ediciones Granica.

Rojas Durango, Y. (2015). *Dificultades en la modelización didáctica del modelo biológico de flor: un estudio de caso en la licenciatura en educación básica, énfasis en ciencias naturales y educación ambiental de la Universidad de Antioquia*. Universidad de Antioquia, Medellín. <http://jornadas-ceyn.fahce.unlp.edu.ar/convocatoria>

The AnyLogic Company. (2019). *The AnyLogic Company*. <https://www.anylogic.com/>

Trujillo P. C. (2018). *Construcción del reglamento interno y de funcionamiento de la PPyE de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Cundinamarca - Colombia*. (Tesis de maestría). Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología, Ciudad de Panamá, Panamá.

UCundinamarca. (2016). *Proyecto Educativo Institucional*. Universidad de Cundinamarca. <https://www.ucundinamarca.edu.co/index.php/universidad/proyecto-educativo-universitario>

Ventana Systems Inc. (2019). *Vensim*. <https://vensim.com/>

Villamil, L. A. y Iriarte, G. J. A. (2014). *Modelación matemática: alternativa didáctica en la formación de docentes de matemáticas*. (Tesis de pregrado). Universidad de Cundinamarca, Fusagasugá, Colombia.

Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrío, M., Osorio, A. y Ocampo, D. (2008). El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. A propósito de los 10 años de su inclusión en los lineamientos curriculares colombianos.

Waters Center. (2019). *Waters Center for System Thinking*. <https://waterscenterst.org/systems-thinking-tools-and-strategies/habits-of-a-systems-thinker/>



UDEC
UNIVERSIDAD DE
CUNDINAMARCA