	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAr113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
		PAGINA: 1 de 7

26.

FECHA	viernes, 26 de julio de 2019
--------------	------------------------------

Señores
UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA
 BIBLIOTECA
 Ciudad


UNIDAD REGIONAL	Sede Fusagasugá
TIPO DE DOCUMENTO	Trabajo De Grado
FACULTAD	Educación
NIVEL ACADÉMICO DE FORMACIÓN O PROCESO	Maestría
PROGRAMA ACADÉMICO	Maestría en Educación

El Autor(Es):

APELLIDOS COMPLETOS	NOMBRES COMPLETOS	No. DOCUMENTO DE IDENTIFICACIÓN
VEGA SIERRA	LUZ STELLA	1069717195

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
 Teléfono (091) 8281483 Línea Gratuita 018000976000
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
 NIT: 890.680.062-2

*Documento controlado por el Sistema de Gestión de la Calidad
 Asegúrese que corresponde a la última versión consultando el Portal Institucional*

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAr113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
		PAGINA: 2 de 7

Director(Es) y/o Asesor(Es) del documento:

APELLIDOS COMPLETOS	NOMBRES COMPLETOS
BARRETO MORENO	MARTHA LIDIA

TÍTULO DEL DOCUMENTO
<p>PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PLANA A TRAVÉS DE LA MODELACIÓN DE PATRONES DE LA NATURALEZA, CON ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO EN LA INSTITUCIÓN JOSÉ CELESTINO MUTIS DEL MUNICIPIO DE FUSAGASUGÁ</p>

SUBTÍTULO (Aplica solo para Tesis, Artículos Científicos, Disertaciones, Objetos Virtuales de Aprendizaje)

TRABAJO PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Aplica para Tesis/Trabajo de Grado/Pasantía
Magister en Educación

AÑO DE EDICION DEL DOCUMENTO	NÚMERO DE PÀGINAS
19/07/2019	117

DESCRIPTORES O PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS (Usar 6 descriptores o palabras claves)	
ESPAÑOL	INGLÉS
1. Modelación matemática	Mathematics modelling
2. Contexto	Context
3. Ambiente de aprendizaje	learning environment
4. Patrones geométricos.	Geometric patterns
5.	
6.	

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
 Teléfono (091) 8281483 Línea Gratuita 018000976000
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
 NIT: 890.680.062-2

*Documento controlado por el Sistema de Gestión de la Calidad
 Asegúrese que corresponde a la última versión consultando el Portal Institucional*



MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
	PAGINA: 3 de 7

RESUMEN DEL CONTENIDO EN ESPAÑOL E INGLÉS (Máximo 250 palabras – 1530 caracteres, aplica para resumen en español):

Resumen

La investigación se desarrolló en el marco de la Maestría en Educación, en la sublínea Educación ambiental para la conservación de la vida, la naturaleza y la cultura de la Universidad De Cundinamarca. Se originó en la necesidad de crear un ambiente contextualizado para el aprendizaje de la Geometría en la Institución José Celestino Mutis, puesto que el tiempo que se dedica a ésta parte de la matemáticas es muy poco y se orienta de una manera tradicional. De modo que se hace necesario propiciar un espacio que genere un aprendizaje significativo y que sea transversal con las diversas áreas del conocimiento, a partir del reconocimiento e identificación de patrones geométricos del entorno y medio ambiente próximo de los estudiantes, en este sentido se propone la modelación matemática como eje articulador para llevar a cabo la contextualización. Se pensó la modelación matemática como principal estrategia didáctica para favorecer y enriquecer los procesos de enseñanza – aprendizaje de la Geometría y responder a la problemática observada, entendiéndola como la forma de explicar mediante las matemáticas una situación real, mediada por el uso de recursos y aplicaciones tecnológicas como Paint y Geogebra. Así mismo para disminuir la brecha percibida entre los planteamientos del MEN y los procesos en el aula. Se usó la investigación cualitativa, desde un enfoque de Acción Participación Educativa, como manera de reflexionar sobre la propia práctica de la docente investigadora y lograr transformar algunas acciones permitiendo fortalecer en la relación enseñanza – aprendizaje un pensamiento sistémico.

Abstract

This research was developed on the structural plan of the environmental Education Master Degree for the conservation of life, nature and culture of Cundinamarca University. It emerged on the need to create a contextualised environment for the learning of Geometry at Jose Celestino Mutis school since the time dedicated to this branch of Mathematics is short and taught in a traditional way. That's why, it is mandatory to foster a good atmosphere among schoolmates that generates a significant learning and intersects the different areas of knowledge from the recognition and identification of geometric patterns around the students. In this sense, it is proposed to restructure the subject as a main idea to carry on the contextualization. It was thought the mathematics modelling as a main didactics strategy to assist and enrich the teaching-learning process of Geometry and answer to the difficulties observed, understanding it as the way of explaining mathematically a real situation, interceded by the use of technological resources as Paint and Geogebra. Moreover, to reduce the gap noticed between the approaches from Educational Ministry and the classroom processes. It was used the qualitative investigation from an Educative action participation, as a way to think on the Professor's own practice and manage to transform some actions that would allow to strengthen in the relationship learning-teaching process a systemic thought.



MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAr113
PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
	PAGINA: 4 de 7

AUTORIZACION DE PUBLICACIÓN

Por medio del presente escrito autorizo (Autorizamos) a la Universidad de Cundinamarca para que, en desarrollo de la presente licencia de uso parcial, pueda ejercer sobre mí (nuestra) obra las atribuciones que se indican a continuación, teniendo en cuenta que, en cualquier caso, la finalidad perseguida será facilitar, difundir y promover el aprendizaje, la enseñanza y la investigación.

En consecuencia, las atribuciones de usos temporales y parciales que por virtud de la presente licencia se autoriza a la Universidad de Cundinamarca, a los usuarios de la Biblioteca de la Universidad; así como a los usuarios de las redes, bases de datos y demás sitios web con los que la Universidad tenga perfeccionado una alianza, son:

Marque con una "X":

AUTORIZO (AUTORIZAMOS)	SI	NO
1. La reproducción por cualquier formato conocido o por conocer.	X	
2. La comunicación pública por cualquier procedimiento o medio físico o electrónico, así como su puesta a disposición en Internet.	X	
3. La inclusión en bases de datos y en sitios web sean éstos onerosos o gratuitos, existiendo con ellos previa alianza perfeccionada con la Universidad de Cundinamarca para efectos de satisfacer los fines previstos. En este evento, tales sitios y sus usuarios tendrán las mismas facultades que las aquí concedidas con las mismas limitaciones y condiciones.	X	
4. La inclusión en el Repositorio Institucional.	X	

De acuerdo con la naturaleza del uso concedido, la presente licencia parcial se otorga a título gratuito por el máximo tiempo legal colombiano, con el propósito de que en dicho lapso mi (nuestra) obra sea explotada en las condiciones aquí estipuladas y para los fines indicados, respetando siempre la titularidad de los derechos patrimoniales y morales correspondientes, de acuerdo con los usos honrados, de manera proporcional y justificada a la finalidad perseguida, sin ánimo de lucro ni de comercialización.

Para el caso de las Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía, de manera complementaria, garantizo(garantizamos) en mi(nuestra) calidad de estudiante(s) y por ende autor(es) exclusivo(s), que la Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía en cuestión, es producto de mi(nuestra) plena autoría, de mi(nuestro) esfuerzo personal intelectual, como consecuencia de mi(nuestra) creación original particular y, por tanto, soy(somos) el(los) único(s) titular(es) de la misma. Además, aseguro (aseguramos) que no contiene citas, ni transcripciones de otras obras protegidas.

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
Teléfono (091) 8281483 Línea Gratuita 018000976000
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
NIT: 890.680.062-2



MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAr113
PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
	PAGINA: 5 de 7

por fuera de los límites autorizados por la ley, según los usos honrados, y en proporción a los fines previstos; ni tampoco contempla declaraciones difamatorias contra terceros; respetando el derecho a la imagen, intimidad, buen nombre y demás derechos constitucionales. Adicionalmente, manifiesto (manifestamos) que no se incluyeron expresiones contrarias al orden público ni a las buenas costumbres. En consecuencia, la responsabilidad directa en la elaboración, presentación, investigación y, en general, contenidos de la Tesis o Trabajo de Grado es de mí (nuestra) competencia exclusiva, eximiendo de toda responsabilidad a la Universidad de Cundinamarca por tales aspectos.

Sin perjuicio de los usos y atribuciones otorgadas en virtud de este documento, continuaré (continuaremos) conservando los correspondientes derechos patrimoniales sin modificación o restricción alguna, puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación de los derechos patrimoniales derivados del régimen del Derecho de Autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “*Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores*”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables. En consecuencia, la Universidad de Cundinamarca está en la obligación de RESPETARLOS Y HACERLOS RESPETAR, para lo cual tomará las medidas correspondientes para garantizar su observancia.

NOTA: (Para Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía):

Información Confidencial:

Esta Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía, contiene información privilegiada, estratégica, secreta, confidencial y demás similar, o hace parte de la investigación que se adelanta y cuyos resultados finales no se han publicado. **SI** ___ **NO** **X**__.

En caso afirmativo expresamente indicaré (indicaremos), en carta adjunta tal situación con el fin de que se mantenga la restricción de acceso.

LICENCIA DE PUBLICACIÓN

Como titular(es) del derecho de autor, confiero(erimos) a la Universidad de Cundinamarca una licencia no exclusiva, limitada y gratuita sobre la obra que se integrará en el Repositorio Institucional, que se ajusta a las siguientes características:

a) Estará vigente a partir de la fecha de inclusión en el repositorio, por un plazo de

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
Teléfono (091) 8281483 Línea Gratuita 018000976000
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
NIT: 890.680.062-2



MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAr113
PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
	PAGINA: 6 de 7

5 años, que serán prorrogables indefinidamente por el tiempo que dure el derecho patrimonial del autor. El autor podrá dar por terminada la licencia solicitándolo a la Universidad por escrito. (Para el caso de los Recursos Educativos Digitales, la Licencia de Publicación será permanente).

b) Autoriza a la Universidad de Cundinamarca a publicar la obra en formato y/o soporte digital, conociendo que, dado que se publica en Internet, por este hecho circula con un alcance mundial.

c) Los titulares aceptan que la autorización se hace a título gratuito, por lo tanto, renuncian a recibir beneficio alguno por la publicación, distribución, comunicación pública y cualquier otro uso que se haga en los términos de la presente licencia y de la licencia de uso con que se publica.

d) El(Los) Autor(es), garantizo(amos) que el documento en cuestión, es producto de mi(nuestra) plena autoría, de mi(nuestro) esfuerzo personal intelectual, como consecuencia de mi (nuestra) creación original particular y, por tanto, soy(somos) el(los) único(s) titular(es) de la misma. Además, aseguro(aseguramos) que no contiene citas, ni transcripciones de otras obras protegidas, por fuera de los límites autorizados por la ley, según los usos honrados, y en proporción a los fines previstos; ni tampoco contempla declaraciones difamatorias contra terceros; respetando el derecho a la imagen, intimidad, buen nombre y demás derechos constitucionales. Adicionalmente, manifiesto (manifestamos) que no se incluyeron expresiones contrarias al orden público ni a las buenas costumbres. En consecuencia, la responsabilidad directa en la elaboración, presentación, investigación y, en general, contenidos es de mí (nuestro) competencia exclusiva, eximiendo de toda responsabilidad a la Universidad de Cundinamarca por tales aspectos.

e) En todo caso la Universidad de Cundinamarca se compromete a indicar siempre la autoría incluyendo el nombre del autor y la fecha de publicación.

f) Los titulares autorizan a la Universidad para incluir la obra en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión.


g) Los titulares aceptan que la Universidad de Cundinamarca pueda convertir el documento a cualquier medio o formato para propósitos de preservación digital.

h) Los titulares autorizan que la obra sea puesta a disposición del público en los términos autorizados en los literales anteriores bajo los límites definidos por la universidad en el “Manual del Repositorio Institucional AAAM003”

i) Para el caso de los Recursos Educativos Digitales producidos por la Oficina de Educación Virtual, sus contenidos de publicación se rigen bajo la Licencia Creative Commons: Atribución- No comercial- Compartir Igual.



Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
Teléfono (091) 8281483 Línea Gratuita 018000976000
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
NIT: 890.680.062-2

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL	VIGENCIA: 2017-11-16
	REPOSITORIO INSTITUCIONAL	PAGINA: 7 de 7

j) Para el caso de los Artículos Científicos y Revistas, sus contenidos se rigen bajo la Licencia Creative Commons Atribución- No comercial- Sin derivar.



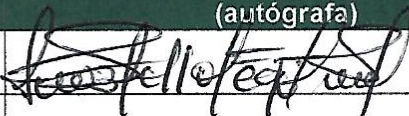
Nota:

Si el documento se basa en un trabajo que ha sido patrocinado o apoyado por una entidad, con excepción de Universidad de Cundinamarca, los autores garantizan que se ha cumplido con los derechos y obligaciones requeridos por el respectivo contrato o acuerdo.

La obra que se integrará en el Repositorio Institucional, está en el(los) siguiente(s) archivo(s).

Nombre completo del Archivo Incluida su Extensión (Ej. PerezJuan2017.pdf)	Tipo de documento (ej. Texto, imagen, video, etc.)
1. Stella-Vega-2019-UDEC	Texto
2.	
3.	
4.	

En constancia de lo anterior, Firmo (amos) el presente documento:

APELLIDOS Y NOMBRES COMPLETOS	FIRMA (autógrafo)
VEGA SIERRA LUZ STELLA	

12.1.50

**PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PLANA A
TRAVÉS DE LA MODELACIÓN DE PATRONES DE LA NATURALEZA, CON
ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO EN LA INSTITUCIÓN JOSÉ CELESTINO
MUTIS DEL MUNICIPIO DE FUSAGASUGÁ**

LUZ STELLA VEGA SIERRA

Línea de investigación
Educación y Complejidad

Sublínea
Educación ambiental para la conservación de la vida, la naturaleza y la cultura

Universidad de Cundinamarca
Facultad de Educación
Fusagasugá, Colombia

2019

**PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PLANA A
TRAVÉS DE LA MODELACIÓN DE PATRONES DE LA NATURALEZA, CON
ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO EN LA INSTITUCIÓN JOSÉ CELESTINO
MUTIS DEL MUNICIPIO DE FUSAGASUGÁ**

LUZ STELLA VEGA SIERRA

Investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Educación

Directora:

Mg. Martha Lidia Barreto Moreno

Línea de investigación
Educación y Complejidad

Sublínea

Educación ambiental para la conservación de la vida, la naturaleza y la cultura

Universidad de Cundinamarca

Facultad de Educación

Fusagasugá, Colombia

2019

Nota de aceptación

Firma del jurado

Firma del jurado

Firma del presidente del jurado

Fusagasugá, Cundinamarca; junio de 2019.

Agradecimientos

En el arduo camino hacia la culminación de esta meta propuesta, se me han presentado obstáculos y dificultades, que en ocasiones conllevaron a desanimarme, pero lo que si nunca perdí fue la fe y esperanza, de creer que siempre hay una salida y que todo esfuerzo y sacrificio tendrá una recompensa.

Dios tu inmenso amor y misericordia, nunca tienen fin, me permites cada día sonreír, me guías y llenas de sabiduría para tomar las mejores decisiones, me llevas a aprender de cada momento y reconocer que todo es perfecto en tu tiempo, gracias infinitas por no soltarme de tu mano y estar no solo en esta etapa de mi vida sino todos y cada uno de mis días y guiar mis pasos.

A mi esposo, por su apoyo, por su compañía, guía, ayuda y paciencia que se convirtieron en los ingredientes perfectos en cada uno de los momentos de este meta.

A mi linda asesora Martha Lidia Barreto, por su apoyo y confianza en mi trabajo, por el tiempo y preocupación, por cada detalle y momento dedicado a sugerirme y guiarme en mis ideas, por transmitirme ese entusiasmo y amor por lo que hace, ha sido un aporte invaluable, no solo en el desarrollo de mi proyecto sino en mi formación como docente. Le agradezco por siempre estar dispuesta a facilitarme los medios para llevar a cabo cada una de las actividades.

Resumen

La investigación se desarrolló en el marco de la Maestría en Educación, en la sublínea Educación ambiental para la conservación de la vida, la naturaleza y la cultura de la Universidad De Cundinamarca. Se originó en la necesidad de crear un ambiente contextualizado para el aprendizaje de la Geometría en la Institución José Celestino Mutis, puesto que el tiempo que se dedica a ésta parte de la matemáticas es muy poco y se orienta de una manera tradicional. De modo que se hace necesario propiciar un espacio que genere un aprendizaje significativo y que sea transversal con las diversas áreas del conocimiento, a partir del reconocimiento e identificación de patrones geométricos del entorno y medio ambiente próximo de los estudiantes, en este sentido se propone la modelación matemática como eje articulador para llevar a cabo la contextualización

Se pensó la modelación matemática como principal estrategia didáctica para favorecer y enriquecer los procesos de enseñanza – aprendizaje de la Geometría y responder a la problemática observada, entendiéndola como la forma de explicar mediante las matemáticas una situación real, mediada por el uso de recursos y aplicaciones tecnológicas como Paint y Geogebra. Así mismo para disminuir la brecha percibida entre los planteamientos del MEN y los procesos en el aula.

Se usó la investigación cualitativa, desde un enfoque de Acción Participación Educativa, como manera de reflexionar sobre la propia práctica de la docente investigadora y lograr transformar algunas acciones permitiendo fortalecer en la relación enseñanza – aprendizaje un pensamiento sistémico.

Palabras claves: Modelación matemática, contexto, ambiente de aprendizaje, patrones geométricos.

Abstract

This research was developed on the structural plan of the environmental Education Master Degree for the conservation of life, nature and culture of Cundinamarca University. It emerged on the need to create a contextualised environment for the learning of Geometry at Jose Celestino Mutis school since the time dedicated to this branch of Mathematics is short and taught in a traditional way.

That's why, it is mandatory to foster a good atmosphere among schoolmates that generates a significant learning and intersects the different areas of knowledge from the recognition and identification of geometric patterns around the students.

In this sense, it is proposed to restructure the subject as a main idea to carry on the contextualization.

It was thought the mathematics modelling as a main didactics strategy to assist and enrich the teaching -learning process of Geometry and answer to the difficulties observed, understanding it as the way of explaining mathematically a real situation, interceded by the use of technological resources as Paint and Geogebra.

Moreover, to reduce the gap noticed between the approaches from Educational Ministry and the classroom processes.

It was used the qualitative investigation from an Educative action participation, as a way to think on the Professor's own practice and manage to transform some actions that would allow to strengthen in the relationship learning-teaching process a systemic thought.

Keywords: Mathematics modelling, context, learning environment, geometric patterns.

Contenido

	Pág.
Introducción.....	15
CAPÍTULO I.....	17
1 Contextualización de la Problemática.....	17
1.1 Justificación.....	17
1.2 Planteamiento del problema.....	19
1.3 Hipótesis.....	21
1.4 Objetivos.....	21
1.4.1 General.....	21
1.4.2 Específicos.....	22
CAPÍTULO II.....	22
2 Marco de Referencia.....	22
2.1 Estado del arte.....	22
2.1.1 Investigaciones Internacionales.....	23
2.1.2 Investigaciones Nacionales.....	27
2.2 Marco teórico.....	30
2.2.1 Niveles de razonamiento Van Hiele.....	31
2.2.2 Concepciones acerca del contexto.....	33
2.2.3 La modelación matemática.....	36
2.2.4 Aprendizaje significativo.....	41
2.2.5 Concepciones de Didáctica y Unidad Didáctica.....	43
2.3 Marco legal.....	45
2.3.1 Constitución Política Nacional.....	45
2.3.2 Ley General de Educación.....	46
2.3.3 Estándares de matemáticas.....	46
2.3.4 Decreto 1743 De 1994.....	47
2.4 Marco conceptual.....	47
3 Diseño Metodológico.....	49
3.1 Enfoque metodológico de la investigación.....	49

3.2	Tipo de estudio.....	50
3.3	Contexto y participantes.....	51
3.4	Instrumentos.....	53
3.4.1	Observación participante.....	53
3.4.2	Diario de campo.....	53
3.4.3	Encuesta.....	54
3.4.4	Guías.....	54
3.5	Categorías analíticas/ variables.....	54
CAPÍTULO III.....		57
4	Aspectos Cotidianos en el Aprendizaje de la Geometría Plana por Parte de los Estudiantes.....	57
4.1	Descripción del docente y la clase.....	57
4.2	Resultados y análisis de la encuesta: aprendizaje de la geometría.....	58
4.2.1	En la institución, el tiempo dedicado a aprender geometría es.....	59
4.2.2	¿En la institución hay suficientes recursos para el aprendizaje de la geometría?.....	59
4.2.3	La clase de geometría se desarrolla, basada principalmente en.....	60
4.2.4	La clase de geometría tiene en cuenta aspectos cotidianos.....	60
4.2.5	La evaluación de geometría se enfoca en.....	61
4.2.6	¿Le gusta aprender geometría?.....	62
4.2.7	Para usted aprender geometría es.....	62
4.2.8	¿Cómo le gustaría aprender geometría?.....	63
CAPÍTULO IV.....		66
5	Elementos de la Geometría Plana Presentes en Patrones Geométricos de la Naturaleza Mediados por el Estudio Matemático de Algunas Frutas y Ambientes Naturales	66
5.1	Organización de los equipos de trabajo.....	67
5.2	Aprendiendo desde la realidad y la interacción.....	67
5.3	Fotografías y videos.....	67
5.4	Organizando los datos y representando el entorno.....	68
5.5	Resultados.....	68
5.6	Conclusiones e interpretación.....	74

CAPÍTULO V.....	77
6 Ambiente de Aprendizaje Mediado por GeoGebra para Favorecer el Aprendizaje Significativo desde la Modelación Matemática de Elementos del Contexto.....	77
6.1 Análisis y resultados.....	78
7 Conclusiones y Recomendaciones.....	89
7.1 Aspectos Cotidianos en el Aprendizaje de la Geometría Plana por Parte de los Estudiantes.....	89
7.2 Elementos de la geometría plana presentes en patrones geométricos de la naturaleza mediados por el estudio matemático de algunas frutas y ambientes naturales.....	90
7.3 Ambiente de aprendizaje mediado por Geogebra para favorecer el aprendizaje significativo desde la modelación matemática de elementos del contexto.....	90
7.4 Relaciones de Influencia.....	93
7.5 Perspectivas Futuras de la Investigación.....	96
Bibliografía.....	97

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Acepciones acerca del contexto.....	34
Tabla 2. Principios de la Educación Matemática Realista.....	39
Tabla 3. Algunas diferencias entre los procesos de modelización y de modelación en el campo de las matemáticas.....	41
Tabla 4. Identificación de la Institución.....	51
Tabla 5. Categorías analíticas.....	54
Tabla 6. Resumen subcategorías de acuerdo a encuesta.....	65
Tabla 7. Aspectos físicos, sociales, ambientales y económicos.....	70
Tabla 8. Presentación de resultados de esquemas realizados en Paint por los estudiantes.....	75
Tabla 9. Análisis de categorías.....	82
Tabla 10. Categorías Inductivas.....	95

Lista de Gráficas

	Pág.
Gráfica 1. Tiempo dedicado a aprender geometría.....	59
Gráfica 2. Recursos de la institución para aprender geometría.....	59
Gráfica 3. Aspectos sobre los que se desarrolla la clase de geometría.....	60
Gráfica 4. La clase de geometría tiene en cuenta aspectos cotidianos.....	60
Gráfica 5. Evaluación de geometría.....	61
Gráfica 6. Gusto por aprender geometría.....	62
Gráfica 7. Para usted aprender geometría es.....	62

Lista de Ilustraciones

	Pág.
Ilustración 1. Esquema del ciclo del aprendizaje de acuerdo a Sanmartí (1996).....	45
Ilustración 2. Mapa del sector.....	68
Ilustración 3. Naranja.....	71
Ilustración 4. Fresa, fotografía proporcionada por estudiantes.....	71
Ilustración 5. La piña.....	72
Ilustración 6. Sandía.....	72
Ilustración 7. Kiwi.....	73
Ilustración 8. Cortes de Kiwi.....	73
Ilustración 9. Papaya.....	74
Ilustración 10. Modelo de la naranja realizado por grupo 1.....	78
Ilustración 11. Modelo de la naranja realizado por grupo 2.....	79
Ilustración 12. Modelo de la naranja realizado por grupo 3.....	79
Ilustración 13. Modelo Geométrico de la piña realizado por estudiantes, grupo 4.....	80
Ilustración 14. Modelo matemático de la piña, grupo 5.....	80
Ilustración 15. Modelo geométrico del Kiwi, por estudiantes grupo 6.....	81
Ilustración 16. Rotación de polígonos, grupo 1.....	85
Ilustración 17. Rotación de polígonos, grupo 2.....	85
Ilustración 18. Rotación de polígonos, grupo 3.....	86
Ilustración 19. Rotación de polígonos, grupo 4.....	86
Ilustración 20. Esquemmatización de la fresa, grupo 5.....	87
Ilustración 21. Esquemmatización de la sandía, grupo 6.....	87

Lista de Diagramas

	Pág.
Diagrama 1. Relaciones de Influencia entre Categorías Deductivas.....	94
Diagrama 2. Relaciones de influencia entre Categorías Inductivas.....	95

Lista de Anexos

	Pág.
Anexo 1. Bitácoras.....	104
Anexo 2. Encuesta.....	112
Anexo 3. Guía 1: “Recorro mi entorno y lo represento”.....	113
Anexo 4. Guía “Con mi territorio aprendo comandos básicos de GeoGebra”.....	115
Anexo 5. Diseño de la Unidad Didáctica.....	117
Anexo 6. Actividades de exploración en GeoGebra.....	120
Anexo 7: Actividades de introducción de los nuevos conocimientos.....	121

Introducción

El presente trabajo se refiere al tema de la modelación matemática desde la geometría plana, entendiéndose como aquella que trata los elementos y las figuras que solo tienen dos dimensiones como base para el desarrollo de un pensamiento tridimensional, esto desarrollado desde los elementos geométricos presentes en la naturaleza.

La investigación parte de la observación y la experiencia propia, de la enseñanza de la geometría en varias instituciones, pero en especial en la Institución Educativa José Celestino Mutis de Fusagasugá, donde se ha dejado a la geometría como una asignatura más y a la que se le dedica poco tiempo y pocas veces se muestran sus aplicaciones, de modo que no se evidencia que la geometría se esté contextualizando, y por el interés de conocer la percepción del aprendizaje de dicha área desde los elementos que brinda la naturaleza.

Lo anterior atendiendo a que el ser humano en todas sus dimensiones siempre, ha tenido diferentes necesidades y así mismo ha buscado soluciones, pues necesitó contar, entonces creó los números, pretendió hacer cálculos y definió las operaciones, a esto le fue sumando la lógica y obtuvo instrumentos para resolver situaciones que aparecían a diario, en algunos momentos ha admirado la naturaleza y todo lo que le rodea, de donde aparecieron conceptos de formas, figuras, cuerpos, entre otros, que han dado paso a la aparición de una parte de las matemáticas conocida como la geometría.

El presente trabajo está enfocado en la enseñanza – aprendizaje de la geometría, a partir de la representación y modelación entendida desde los estándares como

Un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también “una estructura”– que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo. (Colombia, Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Análisis y representación que se puede realizar desde la admiración y observación del entorno y cada uno de sus elementos, por ejemplo desde las plantas, flores, semillas y frutos; esto apoyado desde un ejercicio de la poligrafía social, que permita a su vez reconocer el territorio y entorno propio de la Institución y de los estudiantes.

Se realiza esta propuesta para fijar recursos didácticos en el proceso de representación y que sirvan para contextualizar los temas al interior del aula, así mismo para fortalecer el reconocimiento como parte de un territorio, tanto para docentes como para estudiantes, a la vez que fortalezca la capacidad de asombro y la conciencia por el cuidado del medio ambiente, desde una visión ecopedagógica de la educación matemática.

La investigación se organiza en cuatro capítulos, de la siguiente manera:

En el Capítulo I se presenta el planteamiento del problema, que surge de la experiencia de la investigadora, al estar orientando el área de matemáticas y en específico el componente de la geometría y evidenciar dificultades para el aprendizaje de los contenidos, ya que se han venido presentado de manera abstracta y sin aplicación, además al ver la necesidad de impulsar el cuidado por el entorno.

En el Capítulo II se presentan los fundamentos teóricos, conceptuales y legales acerca del tema investigado, revisando estado del arte sobre la contextualización de la geometría desde la modelación matemática a partir de experiencias del entorno y naturaleza en general. Así mismo se expone la metodología empleada en el proceso de investigación para la recolección y análisis de la información.

En el Capítulo III se hace una descripción general de los aspectos generales del aprendizaje de la geometría en la Institución José Celestino Mutis, desde la visión y percepción de los estudiantes, que a su vez permite entender el problema planteado. Esta información se organiza e interpreta en subcategorías, como lo son el rol del docente, el rol del estudiante, didáctica, ambientes de aprendizaje y tiempo dedicado a esta asignatura.

En el Capítulo IV mediante un ejercicio de poligrafía social, se reconocen y caracterizan elementos del entorno, que son fuente para el aprendizaje de la geometría plana. Sirviendo como base para generar esquemas de modelación matemática. Llama la atención, en especial las formas, colores y tamaños de la diversidad de frutas.

Con este ejercicio se fortalece la capacidad de asombro en los estudiantes, se verifica la influencia del contexto mejorando el ambiente de aprendizaje, haciendo que éste sea más significativo.

En el Capítulo V se expone la propuesta para la aplicación de la modelación y representación matemática en la geometría, mediada por el uso de algunas herramientas tecnológicas, se analizan resultados y se presentan conclusiones al respecto.

CAPÍTULO I

1 Contextualización de la Problemática

1.1 Justificación

Las matemáticas en ocasiones son difíciles de comprender porque no se les muestra la aplicación ni se relaciona con el entorno; lo que se pretende en esta investigación es relacionar una rama de la matemática, como lo es la geometría plana con el medio ambiente, a través de la observación de la naturaleza, para confirmar que ésta y su biodiversidad son una herramienta en el aprendizaje, de acuerdo a sus formas, tamaños y demás características; con el fin de contextualizar su aprendizaje y contribuir a generar conciencia por el cuidado del entorno y de acuerdo a la línea de investigación **Educación ambiental para la conservación de la vida, la naturaleza y la cultura.**

Desde la escuela platónica en el siglo IV a. C, encabezada desde luego por Platón (427-347 a. C) se concebía que los números y los conceptos geométricos no tenían nada material y, además que eran distintos de los objetos físicos, por lo que impedía una comprensión dentro de la experiencia, es decir se le daba más valor a las ideas abstractas, se puede comparar con ideas como la bondad y la justicia, en algunos contextos Platón afirma:

Que aunque hacen uso de las formas visibles y razonan acerca de ellas, no piensan en éstas, sino en los ideales a que ellas semejan [...] Pero están intentando realmente contemplar las cosas mismas, que sólo pueden ser vistas con los ojos de la mente (Kline, 1999, p. 73).

Por ende, hasta ese momento se preferían las ideas abstractas y se consideraba que del mundo real solo se podían obtener opiniones, las formas geométricas son un ejemplo de lo que para Platón era una idea, un plato podía ser un círculo, porque se piensa no en la forma, sino en lo que se le parece; de modo que para este autor, la experiencia y los conceptos matemáticos son independientes.

Por otro lado, Galileo Galilei mencionó en una de sus premisas que:

La filosofía está escrita en ese libro enorme que tenemos continuamente abierto delante de nuestros ojos (hablo del universo), pero que no puede entenderse si no aprendemos primero a comprender la lengua y a conocer los caracteres con que se ha

escrito. Está escrito en lengua matemática, y los caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas sin los cuales es humanamente imposible entender una palabra; sin ellos se deambula en vano por un laberinto oscuro (Calvino, 2009, p. 50).

Contrario a lo que consideraba Platón, Galileo Galilei otorga un papel fundamental a la experiencia y al entorno, en el que se encuentra la geometría. Conviene subrayar, que el medio ambiente es un libro y en él, como plantea Muñoz (2008), tanto maestros como estudiantes deben ir a la escuela a equivocarse, antes que a buscar respuestas estereotipadas y seguras. De modo que el entorno y el territorio se convierten en maestros que brindan infinitas formas de aprender. Siguiendo el pensamiento de Galileo, se afirma entonces que la geometría está presente en diversos ámbitos de la sociedad y del medio ambiente, es decir, que el entorno de cada estudiante está lleno de elementos geométricos que es válido que sean aprovechados en el proceso de aprendizaje de esta parte de la matemática, para así propiciar un ambiente más agradable y significativo.

Uno de los retos está en lograr que los estudiantes desarrollen de una manera práctica el pensamiento geométrico y espacial, en lo relacionado con las formas, figuras y características de las mismas, plasmando esto mediante la representación matemática y la modelación, mediado por el uso de algunas herramientas y aplicaciones tecnológicas, como es el caso de los dispositivos móviles, computadores y aplicaciones como Paint y GeoGebra, esto resulta una forma interesante de motivar a los estudiantes y conllevarlos a descubrir diferentes conocimientos y procedimientos matemáticos, permitiendo situarlos en un contexto real, de modo que se muestre la necesidad y justifique su uso en la vida cotidiana, lo cual permite aumentar el interés y la participación de los estudiantes, rescatando así la capacidad de asombro y de observación en cada uno de los individuos desde el entorno más próximo que lo rodea.

Según el MEN las matemáticas se aprenden con interés y gusto si se muestran a los estudiantes de modo que sean capaces:

[...] a través de la exploración, de la abstracción, de clasificaciones, mediciones y estimaciones, de llegar a resultados que les permitan comunicarse, hacer interpretaciones y representaciones; en fin, descubrir que las matemáticas están íntimamente relacionadas con la realidad y con las situaciones que los rodean, no

solamente en su institución educativa, sino también en la vida fuera de ella” (Colombia Aprende, 2003, párr. 4).

En la actualidad es válido afirmar que desde las cumbres ambientales realizadas desde diferentes lugares del mundo, como la de Rio de Janeiro, la agenda 21 y la Carta de la Tierra, se han determinado algunos compromisos a tener en cuenta desde todos los sectores, para el cuidado del medio ambiente, que han contribuido para que el ser humano se haya dado cuenta del gran daño que ha ocasionado al entorno con cada una de las acciones diarias; sin embargo se cae en el error desde el ámbito educativo de dejar este tema solo al área de ciencias naturales, se cree que es la única responsable de formar en este tema, sin embargo, la tarea es desde todo el ámbito educativo (Colombia, Ministerio de Educación Nacional, 1994), en el currículo de cada área se debe transversalizar y procurar la conservación, pero esto no se va a lograr haciendo lo mismo siempre, se requieren cambios en los currículos y desde el aula, es necesario mostrar a los estudiantes las ventajas y desventajas de todo lo que se hace y las herramientas que en la naturaleza se logran encontrar. Pues se está ante “una Colombia donde la crisis medioambiental amenaza la subsistencia de los más débiles, donde la tragedia despierta nuestra conciencia lentamente, y donde el precio de la Sostenibilidad es demasiado alto para pagarlo individualmente” (Soto, 2014, p. 1), así que es hora de aportar desde todas las disciplinas un granito de arena.

1.2 Planteamiento del problema

La geometría es una rama de las matemáticas multifacética, esto como producto de la relación con las diferentes dimensiones de la vida cotidiana. En este sentido convergen dos polos: el empírico y el teórico; en el empírico se encuentran la percepción, la intuición y la visualización; y en el teórico está todo lo relacionado con lo abstracto, conceptual, deductivo, formal y riguroso de la geometría (Camargo & Acosta, 2012). Entre estos dos polos existe una mutua dependencia que se ha observado a lo largo de la historia por diferentes culturas del mundo, como es el caso de la cultura egipcia y griega; sin embargo en la actualidad en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en las instituciones educativas se evidencia un fuerte distanciamiento entre estos dos aspectos, se ha ocupado de manera característica del aspecto teórico, a esto se le suma entonces, la descontextualización.

Contrariamente, a lo desarrollado por las antiguas culturas, que se le ha dado aplicación directa a la geometría, en la actualidad se observa como uno de los principales problemas, el aprendizaje –enseñanza de la geometría se muestra como una ciencia de naturaleza abstracta, en la que se adquieren conocimientos de manera mecánica y conducida por el docente, donde no se muestra una aplicabilidad y el contexto resulta irrelevante; es decir que no se está dando un adecuado enfoque a la didáctica de esta rama de las matemáticas en las aulas, además que, se encuentra desarticulación entre las áreas del conocimiento con el medio ambiente y el entorno próximo de los estudiantes. Pues cada una de las áreas se enfoca en una serie de contenidos que están descontextualizados. A los estudiantes con frecuencia se les presenta información que poco o nada tiene sentido, pues no encuentran una aplicación en su entorno y en el mundo real.

Lo mencionado hasta el momento, conlleva a que en las aulas de clase se dé el proceso de enseñanza – aprendizaje, de una manera exclusiva del enfoque tradicionalista, enfocado a rol del docente como transmisor del conocimiento y el estudiante pasivo recibiendo información, que se encuentra desvinculada de su realidad (Cavazos, 2013), que como ya se dijo no es de su interés ni cobra sentido para su vida.

De modo que, el escenario y ambiente del aula tradicional, no es favorable ni adecuado para contextualizar los contenidos de la geometría, persistiendo así en la presentación de un conocimiento que va en contravía del entorno y de lo cotidiano (Berríos, 2015), partiendo desde la estructura de la planeación curricular que se realiza y se consolida tan sólo desde lo disciplinar y de manera parcelada.

Desde la antigüedad es muy común escuchar en las instituciones educativas organizar el currículo para cada una de las áreas, como se establece en la Ley General de Educación de 1994, pero esto se realiza de una manera independiente, es decir que el conocimiento comienza a partir de esa planeación a ser fraccionado, agregando que no siempre se le da una aplicación, de ahí que los estudiantes se desmotivan y pierden en la mayoría de veces el interés en el aprendizaje.

En Colombia, se establecen estándares básicos para la enseñanza de las matemáticas, en donde se menciona el pensamiento espacial y los sistemas geométricos (Colombia, Ministerio de Educación Nacional, 2006), y al que quizá en las instituciones educativas se le dedica menos tiempo para su aprendizaje y cuando se tiene en cuenta se toma como una isla más del conocimiento que hay que estudiar y aprender. De ahí que no haya una relación con el entorno y cuando se menciona el tema del medio ambiente se considera que este sólo le corresponde al área

de ciencias naturales, no se le da una visión desde las demás áreas del conocimiento, aun cuando mediante las normas ya está establecido que se debe integrar este tema en todas las instancias de las instituciones educativas (Colombia, Ministerio de Educación Nacional, 1994).

Todo lo anterior, se observa en la institución José Celestino Mutis de Fusagasugá, donde en el currículo y plan de estudios del área de matemáticas, donde la organización de la geometría está relegada a una sola hora de clase a la semana, por otro lado no se disponen de recursos didácticos suficientes y adecuados para el aprendizaje, obligando muchas veces tanto a los docentes como a los estudiantes, a realizar los procesos tradicionalistas que no son los más adecuados ni permiten favorables resultados, en cuanto al desempeño de los estudiantes es muy bajo en esta asignatura.

De acuerdo a lo anterior se considera el entorno de cada estudiante, la naturaleza y junto con ella su biodiversidad, como una herramienta fundamental para el trabajo de la geometría, de modo que esta mirada de la realidad permite plantear la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo contextualizar el aprendizaje de la geometría plana y polígonos a través de patrones geométricos en la naturaleza, con estudiantes de grado séptimo en la institución educativa José Celestino Mutis del municipio de Fusagasugá?

1.3 Hipótesis

Si se emplea la modelación matemática basada en patrones y elementos geométricos de la naturaleza para el aprendizaje de los polígonos, ésta se contextualiza y permite transformar el ambiente escolar y se logra que el aprendizaje sea más significativo, permitiendo además tener una visión de cuidado y conservación del medio ambiente.

1.4 Objetivos

1.4.1 General

Diseñar una unidad didáctica que permita la contextualización del aprendizaje de la geometría plana a través de la modelación de patrones y elementos de la naturaleza, con estudiantes de grado séptimo en la institución educativa José Celestino Mutis del municipio de Fusagasugá.

1.4.2 Específicos

- Indagar sobre la manera en que los estudiantes asumen los aspectos cotidianos en el aprendizaje de la geometría.
- Caracterizar elementos de la geometría plana presentes en patrones geométricos de la naturaleza mediado por el estudio matemático de algunas frutas y ambientes naturales.
- Generar un ambiente de aprendizaje con integración de herramientas tecnológicas que favorezca el aprendizaje significativo desde la modelación matemática de elementos del medio ambiente.

CAPÍTULO II

2 Marco de Referencia

2.1 Estado del arte

Las investigaciones que anteceden esta propuesta, se han encontrado empleando buscadores y bases de datos, entre ellos Redalyc, Science Direct, Scielo, Latindex y repositorios de universidades, como la universidad de los Andes, Universidad de Antioquia y Universidad Nacional. Estas investigaciones se enmarcan de acuerdo a las categorías establecidas para efectos de esta propuesta como lo son: el aprendizaje, la contextualización de la geometría y la modelación matemática a través de patrones de la naturaleza.

En primera medida, pensando como eje central el aprendizaje de la geometría, desde donde se presentan dificultades, en parte porque tanto docentes como estudiantes tienen la concepción de ésta como un espacio abstracto y el que está planeado como una serie de fórmulas, axiomas y conceptos que solo se usan para desarrollar ejercicios pero poco o nada se muestra una verdadera aplicación.

De ahí, que esta problemática se debe en un principio a que no se logra desde el aula contextualizar ese aprendizaje, el protagonista es el docente quien presenta los contenidos y se aleja del rol activo que tiene también el estudiante.

En segundo lugar, se resalta el papel de la contextualización como base para crear conexión entre el saber y el entorno, para obtener un aprendizaje significativo y comprensivo, facilitando entonces el desarrollo del pensamiento matemático, reflexivo y crítico. Donde es válido involucrar experiencias cotidianas de los estudiantes, es decir, que emergen conocimientos

y experiencias de contextos auténticos o el uso de situaciones en las que la imaginación de estudiantes se ubica o predice.

Por otro lado, se destaca la modelación matemática, como una herramienta útil en el aprendizaje de la geometría, que permite conducir a centrar el interés, encontrar aplicabilidad y significación a lo que se aprende. Teniendo en cuenta que en la mayoría de los casos los recursos didácticos son escasos, y hace que los procesos se enfoquen sólo al aula y no se busquen otras estrategias, olvidando hacer uso de medios que puede propiciar el estudiante y con él sus intereses y entorno en el que se desenvuelve; es entonces cuando se hace propicio trabajar desde el contexto y la modelación matemática.

Para dar cuenta de estas categorías se han clasificado estudios a nivel internacional y nacional de la siguiente manera:

2.1.1 Investigaciones Internacionales

En el artículo titulado “Qualitative Patterns in Plane Geometry” cuyos autores son Medhat H. Rahim y Alton Olson (1998), manifiestan que el objetivo principal del estudio, fue identificar y expresar los procesos de pensamiento geométrico que realizan los estudiantes de grado octavo, al juzgar de manera visual las áreas poligonales de diferentes formas, ya sean o no congruentes.

En los resultados manifiestan que hubo patrones de respuesta, todas interesantes y sorprendentes, se permitió la visualización del concepto de área en las diferentes formas presentadas y al final realizan recomendaciones sobre la implicación de la geometría en el currículo y las investigaciones.

De acuerdo con esta posición de los autores, se considera de especial relevancia el empleo de la visualización para el aprendizaje de la geometría, y la relación que tiene con el entorno para el aprendizaje. Por lo tanto, en las instituciones educativas y en sus currículos es necesario implementar y fortalecer el pensamiento espacial y geométrico.

En esta perspectiva se sitúa también el artículo presentado por Abraham Arcavi (2003), titulado: “The role of visual representations in the learning of mathematics” en el que se inicia con una descripción acerca de la importancia de la visión desde el aspecto biológico y se considera como la fuente de información más importante en el mundo, en la parte cultural también cumple un papel significativo, la información se trasmite por lo visual, a través de envolturas y tecnologías que influyen en la comunicación. Explica que hoy en día, la

visualización ya no es solo con fines ilustrativos, se reconoce como un componente clave en el razonamiento para hacer y aprender matemáticas.

Dentro del artículo Stevens (1983) afirma que la visualización mediante gráficos, diagramas, figuras y modelos, es una forma de comunicar, desde la interacción de las personas con los objetos, es decir, que las formas de ver emergen desde la práctica social y relación con el otro.

De modo que Rahim y Olson (1998) coinciden con Arcavi (2003), a la hora de resaltar el valor que surge desde la visualización para el aprendizaje de la geometría, a través de los diferentes elementos que se puedan emplear para llegar a él; dejando de lado la mera transmisión de contenidos y permitiendo un aprendizaje con mayor autonomía en el estudiante, desde sus propias observaciones y experiencias.

El trabajo titulado: *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestros sobre la geometría escolar*, desarrollado por Manuel Barrantes y Lorenzo Blanco (2004) , en la Universidad de Extremadura, en España, es una caracterización sobre las concepciones y expectativas de los estudiantes hacia la geometría; para este estudio organizaron las siguientes categorías de estudio:

- GE - Geometría escolar y su enseñanza
- CO - Contenidos escolares de geometría
- ME - Metodología en la geometría escolar
- MA - Materiales en la geometría escolar
- RE - Recursos en la geometría escolar
- AC - Actividades de geometría escolar
- AP - Aprendizaje en la geometría escolar
- PA - Papel del alumno
- PM - Papel del maestro
- EV - Evaluación en la geometría escolar

Para estas categorías aplicaron cuestionarios y realizaron entrevistas a los estudiantes, donde entre otras cosas, señalan que presentan dificultad porque es muy poco el tiempo dedicado a esta asignatura, es muy difícil memorizar fórmulas y resolver problemas, es una materia muy teórica y abstracta, que no se deja comprender, se le suma a esto que es impartida al final de los cursos escolares.

Esto es algo que en la actualidad debería tener un cambio, pues hay avances curriculares, sin embargo, se observa que se persiste en los mismos errores y que estas concepciones se mantienen.

Llama la atención acá, que los juicios emitidos por los estudiantes dejan evidenciar la manera tradicionalista en la que se continúa desarrollando la clase de geometría en las instituciones, lo cual es un factor de desmotivación para ellos, sin embargo, esto ocurre aun cuando se tienen recomendaciones y actualizaciones por parte del ministerio de educación, quizá por desconocimiento o por falta de interés en innovar las prácticas escolares.

Siguiendo con este orden de ideas, aparece el estudio realizado por Guillén y Figueras (2005) en México, titulado *Estudio exploratorio sobre la enseñanza de la geometría primaria. Curso-taller*, donde entre otros aspectos, señalan que los docentes sienten la carencia de recursos para la enseñanza de la geometría, ésta se imparte desde una visión tradicionalista tan solo siguiendo los contenidos de algunos textos. Según las autoras afirman que se pudo evidenciar que los docentes están en contraste con lo que dice el currículo y con lo que hacen, en muchos se plasma que se debe seguir de objetos y del mundo real, sin embargo no hay claridad de donde partir ni para dónde ir.

En concordancia con el estudio de Barrantes y Blanco (2004), se sitúa una coyuntura entre los juicios de los estudiantes y los de los docentes, desde cada uno de sus roles encuentran dificultades para la enseñanza – aprendizaje de la geometría, en algunos casos por factores externos, en otros por falta de disposición y capacitación.

Otro artículo muy relacionado con los anteriores, es el de Raquel Susana Abrate, Delgado y Pochulu (2006), titulado *Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática*, realizado en la Universidad Villa María de Córdoba- Argentina, en este documento se muestra como a menudo la enseñanza de la geometría se fundamenta en el aspecto memorístico y como los docentes desplazan los contenidos de geometría para el final del año escolar, aunque hayan recomendaciones de investigadores por enriquecer el aprendizaje de la matemática en otros entornos. Por otro lado se considera que los libros son los recursos más utilizados en la enseñanza- aprendizaje de la geometría y que tienen gran influencia sobre el qué enseñar, cómo enseñar, convirtiéndose así en controladores del currículo.

En el trabajo de Manuel Barrantes López y Marcos Zapata (2008) en la Universidad de Piura en Perú, titulado *Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras*

geométricas, se hace reflexión en torno a los esquemas conceptuales mal elaborados o incompletos que realizan los estudiantes en el aprendizaje de la geometría, por ejemplo confundir las figuras planas con los sólidos, esto en parte afirman los autores, porque los libros y los docentes presentan la geometría centrada en ejercicios de memorización de los conceptos y características de las figuras. Dentro de las recomendaciones y observaciones que hacen los autores, se encuentra que uno de los errores es forzar la conceptualización, obviando actividades concretas, así mismo recomiendan que la enseñanza de la geometría debe realizarse a través de actividades interdisciplinarias con las demás áreas, como por ejemplo el arte.

Continuando con la perspectiva de la enseñanza- aprendizaje tradicionalista de la geometría, se ubica acá la importancia de transversalizar esta área con las demás propuestas en el currículo de las instituciones o por lo menos crear contextos que permitan apropiación de este aprendizaje tanto en docentes como en estudiantes.

El trabajo realizado por Guillén y Pérez (2009) , en Valencia España, titulado *Planteamiento de un proyecto de investigación sobre la enseñanza de la geometría en secundaria a través de diferentes enfoques. Utilización de un curso-taller como técnica para la obtención de datos*, es un compendio de ideas que manifiestan docentes de la comunidad Valenciana de España sobre la geometría, allí se indaga sobre los contenidos que imparten o no, sobre la enseñanza – aprendizaje de los mismos y sobre el uso de los contextos para esta asignatura; este estudio lo realizan en tres etapas: Diseño de un cuestionario, diseño de un instrumento para obtener los datos y un curso- taller para analizar los resultados. En este informe exponen de manera principal lo realizado en la etapa dos, que lo desarrollaron en varias sesiones encaminadas a conocer las perspectivas de los docentes sobre la representación, las relaciones entre los contenidos y los procesos que se deben tener en cuenta en el aprendizaje de la geometría.

Según Gamboa y Ballesteros (2010) , en un estudio realizado en Costa Rica, titulado *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes*, en el que aplicaron un cuestionario de 24 preguntas a los estudiantes de educación secundaria para conocer su percepción sobre la enseñanza-aprendizaje de la geometría, encontrando que se ha basado en un sistema tradicionalista; donde el docente es quien presenta los conceptos y teorías; en las clases se desarrollan ejemplos y los estudiantes resuelven ejercicios que se les plantean, donde juega un papel importante la memorización de fórmulas y aplicación de las mismas, no se deja espacio para procesos de visualización, argumentación, representación y justificación. Es

decir, que se expone como un proceso abstracto muy alejado de la realidad, los autores expresan además que la mayor dificultad está para resolver situaciones, realizar cálculos, como por ejemplo de áreas y perímetros e interpretar las diversas situaciones.

El trabajo concluye afirmando que la enseñanza de la geometría debe enfocarse en el desarrollo de habilidades para explorar, visualizar, representar, argumentar y justificar.

En relación a este planteamiento está Barrantes y Blanco (2004), al coincidir en los juicios de los estudiantes acerca del aprendizaje de la geometría, donde se evidencia tradicionalista y con poco tiempo destinado a su estudio, enfocado a la memorización de fórmulas y resolución de ejercicios. Se resalta el interés por darle paso a otra forma de enseñanza- aprendizaje de la geometría y permitir el desarrollo de otras habilidades diferentes a la memorización, que conlleven a ubicar a los estudiantes en contexto con lo aprendido.

Por su parte, Alsina y otros autores (2016) en España, en el trabajo titulado: “Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: Aprendizaje realista de la geometría en Educación Infantil” realizan una apuesta a la enseñanza-aprendizaje de la geometría desde un enfoque realista, en el que entre otras características se menciona el uso de contextos como vínculo entre lo abstracto y lo concreto, el uso de construcciones y producciones libres por parte de los estudiantes en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

El trabajo finaliza con una experiencia en la calle Mayor de Palencia- España, donde los estudiantes realizaron un reconocimiento de su contexto e identificaron allí contenidos geométricos, donde se concluye de acuerdo a Reeuwijk (citado por Alsina y otros, 2016) que el trabajo a partir de contextos de la vida cotidiana es una manera de acercar a los estudiantes al aprendizaje de las matemáticas y en este caso de la geometría, teniendo en cuenta entonces su entorno, la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación y la representación.

2.1.2 Investigaciones Nacionales

A nivel nacional se destacan las siguientes investigaciones realizadas, que están enfocadas al trabajo de la geometría desde la representación y contextualización de la misma:

Se ha revisado el estudio de Lina María Muñoz y otros (2011) titulado *Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares* desarrollado en Antioquia; es un estudio de caso cualitativo, en el que se indagó por los diferentes modelos matemáticos que aparecen de un contexto cercano y real de los estudiantes, como lo es el sistema de transporte masivo Metro de Medellín. Los autores afirman, entre otras cosas que el estudio sugiere:

[...] que cuando se reconocen los contextos auténticos de los estudiantes como insumos para desarrollar actividad matemática escolar, no solo hay participación y empoderamiento en aspectos como la toma de datos, producción de modelos y significados, sino que también se presenta una mayor comprensión de los fenómenos asociados al contexto mencionado (Muñoz y otros, 2011, p. 50)

Es decir que se produce un aprendizaje más autónomo y significativo en los estudiantes.

En el estudio se destaca, que aunque el medio de transporte es común y cotidiano para los estudiantes, ninguno le había encontrado el sentido geométrico y matemático, es así como lograron reflexionar sobre su propia realidad.

En el trabajo de Gustavo Marmolejo y Myriam Vega (2012) titulado *La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje*, realizado en la Universidad del Valle, conciben parte fundamental el aprendizaje de las figuras geométricas, para intuir y lograr resolver problemas en el área de matemáticas; en el artículo se destacan procedimientos que han realizado estudiantes, sobre comparación de figuras y sus respectivas áreas. De acuerdo con Duval (citado en Marmolejo y Vega, 2012), se describe que la enseñanza y el aprendizaje de la geometría involucran como mínimo tres procesos: la construcción, el razonamiento y la visualización; aunque cada uno puede ser aprendido por separado la articulación entre ellos es lo que conlleva a asegurar el aprendizaje de la geometría.

Dentro de las conclusiones de los autores está la preocupación por el abandono de la geometría en los currículos escolares, o se dedica poco tiempo.

La propuesta titulada *Geometría experimental y contextos matemáticos: estudio de la congruencia a través del diseño de logo*, de Octavio Pabón y otros (2013) en la Universidad del Valle, realizan este proyecto, con el que pretenden se desarrolle un conocimiento en la enseñanza- aprendizaje de la geometría, fundamentado en contextos reales, de una manera significativa para que puedan servir de campos de experiencia. Es un estudio dirigido en especial a docentes de educación básica.

Este proyecto se propone en tres etapas, en la primera muestran expectativas, motivaciones y explican algunos referentes teóricos que dan el sentido a lo que trabajan. En la segunda etapa plantean elementos para la identificación de elementos geométricos en el contexto, en especial los que se refieren a anuncios publicitarios y en la tercera etapa socializan aspectos

metodológicos sobre los recursos pedagógicos empleados y los procesos de modelación llevados a cabo.

Se resalta acá, el interés por relacionar la geometría con contextos cercanos a los estudiantes, como el arte y la publicidad, así de una manera experimental los familiarizan y permiten comprender contenidos que parecen no tener ninguna aplicación.

El trabajo titulado *La geometría de las plantas: una experiencia de modelación matemática en el pensamiento espacial y sistemas geométricos*, de Fabio Zapata (2014), en la ciudad de Medellín, en el que explica como los estudiantes realizan procesos de modelación, desde la experiencia de un sendero ecológico de su propia institución, permitiendo así un aprendizaje más significativo.

El desarrollo de este proyecto permitió a los estudiantes encontrar sentido al aprendizaje de las matemáticas, dejando de ser teóricas para ser aplicadas en un entorno propio y real, por otro lado se evidencia una estrecha relación entre las demás áreas del conocimiento y las matemáticas, en este caso la geometría con la biología, comparando las formas de las hojas con las figuras geométricas, la distribución de los pétalos de las flores, cortes de las frutas, entre otros aspectos, forjando así capacidad de asombro, respeto, cuidado por la naturaleza y el medio ambiente y cooperando a hacer una sociedad con responsabilidad social y ambiental.

En este sentido, se muestra un estrecho nexo en lo planteado por Pabón y otros (2013) con Zapata (2014), en cuanto los contextos para aprender la geometría fueron diferentes al aula y en relación con lo real y lo vivido a diario por los estudiantes, permitiendo desarrollo de más habilidades, un aprendizaje quizá por descubrimiento y con más sentido.

En este orden, se encuentra el trabajo titulado *Medida de áreas en contextos auténticos: un enfoque desde la modelación matemática*, de Rivera Quiroz, Jaramillo & Londoño (2016) en Antioquia, estudio que emplea el entorno de la institución y las inundaciones ocurridas por el Río Cauca en el que los estudiantes trabajan diferentes conceptos como es el caso del área y lo relacionan con la altura del nivel del agua, de modo que así proponen modelos de construcción y alternativas de solución al impacto socio- ambiental del fenómeno que allí se presenta.

En el estudio realizado por Deifer Marmolejo Correa (2018), titulado *Maneras de atribuir sentidos y significados al contexto en actividades de modelación con estudiantes de séptimo grado*, desarrollado en Antioquia, en el municipio de Apartadó con estudiantes de grado séptimo, en el que en especial se indaga a los estudiantes, sobre el significado de los contextos en

el aprendizaje de la matemáticas mediante actividades en las que interviene la modelación; para ello se estableció el método de investigación cualitativa.

En los resultados se expresa que al plantearles una situación extra-matemática a los estudiantes, se desencadenan en diferentes aspectos para interpretarla, así mismo mediante la modelación logran darle sentido y significado acerca del contexto, por otra parte el autor afirma:

Cuando en una actividad de modelación se atiende a los intereses de los estudiantes, se favorece la atribución de importancia subjetiva sobre las situaciones objeto de estudio. Esto permite que los estudiantes no solo inscriban la actividad en sus deseos y necesidades ante aquello que acontecen en su realidad, sino que también establezcan y se apropien de los propósitos de la misma. De este modo, los estudiantes presentan mayor autonomía en las acciones que realiza al desenvolverse en cada una de las fases que componen la actividad (Marmolejo, 2018, p. 127).

Por lo que se puede afirmar que de acuerdo al contexto, los estudiantes realizan procesos de representación y emplean diferentes elementos que los conduzcan a la solución de las situaciones planteadas, forjando así un aprendizaje significativo y con mayor autonomía.

2.2 Marco teórico

Teniendo en cuenta que el tema principal de este estudio, es el aprendizaje de la geometría y dentro de él la contextualización que se debe dar en el aula de clase desde los diferentes contenidos, se hace necesario abordarlo como eje articulador de esta propuesta, de esta manera para efectos de esta propuesta se tiene en cuenta los aportes de Van Hiele; Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele, pareja de profesores Holandeses de matemáticas, quienes a partir de su experiencia en la enseñanza de la geometría y dadas las dificultades que se presentan en los estudiantes para aprender, deciden buscar una solución que facilitara el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta rama de la matemática, es así como formulan hacia 1957 la teoría “Structure and Insight: A theory of mathematics education”, teoría que apunta en exclusivo a la didáctica de la geometría y busca por un lado explicar cómo se produce el razonamiento en los estudiantes y por otra brinda ayudas para que los docentes puedan mejorar la calidad de razonamiento.

Este modelo despertó interés en el Unión Soviética que hacia 1963 varios investigadores y docentes lo fueron introduciendo en el programa de geometría, al igual que en Estados Unidos (Gómez, 2003).

Este método se describe desde dos aspectos:

- Descriptivo: En este aspecto se detectan las diferentes formas de razonamiento de los individuos y se puede evaluar su progreso.
- Instructivo: Donde se dan pautas a los docentes para favorecer los diferentes niveles de razonamiento.

Por otro lado en este modelo se describen los siguientes niveles de razonamiento.

2.2.1 Niveles de razonamiento Van Hiele

De acuerdo a los profesores holandeses Gutiérrez y Jaime (1991) este modelo lo conforman cinco niveles, que permiten caracterizarlo:

- Nivel 0: Visualización o Reconocimiento
- Nivel 1: Análisis
- Nivel 2: Ordenación o clasificación
- Nivel 3: Deducción Formal
- Nivel 4: Rigor.

A continuación una descripción de las características de cada uno de ellos:

Nivel 0: En este nivel los objetos se perciben en su totalidad como un todo, no diferenciando sus características y propiedades. Las descripciones son visuales y tendientes a asemejarlas con elementos familiares.

Ejemplo: identifica paralelogramos en un conjunto de figuras. Identifica ángulos y triángulos en diferentes posiciones en imágenes.

Nivel 1: Se perciben propiedades de los objetos geométricos. Los estudiantes están en la capacidad de describir objetos a través de sus propiedades (ya no solo de manera visual). Pero no puede relacionar las propiedades unas con otras.

Ejemplo: un cuadrado tiene lados iguales. Un cuadrado tiene ángulos iguales

Nivel 2: Ordenan, describen los objetos y figuras de manera formal, entienden los significados de las definiciones, reconocen como algunas propiedades derivan de otras, establecen relaciones entre propiedades y sus consecuencias. Los estudiantes son capaces de seguir demostraciones, aunque no las entienden como un todo, ya que, con su razonamiento lógico solo son capaces de seguir pasos individuales.

Ejemplo: en un paralelogramo, lados opuestos iguales implican lados opuestos paralelos. Lados opuestos paralelos implican lados opuestos iguales.

Nivel 3: En este nivel se realizan deducciones y demostraciones, se entiende la naturaleza axiomática, se comprende las propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos. Van Hiele llama a este nivel la esencia de la matemática

Ejemplo: demuestra de forma sintética o analítica que las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.

Nivel 4: Se trabaja la geometría sin necesidad de objetos geométricos concretos, se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se puede analizar y comparar. Se aceptará una demostración contraria a la intuición y al sentido común si el argumento es válido.

2.2.1.1 Fases del modelo Van Hiele

Es importante resaltar las características y fases de este modelo:

Información: Se trata de una fase de toma de contacto: el docente debe informar a los estudiantes sobre el campo de estudio en el que van a trabajar, qué tipo de problemas se van a plantear, qué materiales van a utilizar, etc. Así mismo, los estudiantes aprenderán a manejar el material y adquirirán una serie de conocimientos básicos imprescindibles para poder empezar el trabajo matemático propiamente dicho. Esta fase sirve para dirigir la atención de los estudiantes y permitirles que sepan qué tipo de trabajo van a hacer, y para que el docente descubra qué nivel de razonamiento tienen sus estudiantes en el nuevo tema y qué saben del mismo.

Orientación dirigida: En esta fase los estudiantes empiezan a explorar el campo de estudio por medio de investigaciones basadas en el material que les ha sido proporcionado. El objetivo principal de esta fase es conseguir que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan cuáles son los conceptos, propiedades, figuras, etc. principales en el área de la geometría que están estudiando. Las actividades que se les propongan deben estar en conveniencia a dirigidas hacia los conceptos, propiedades, etc. que deben estudiar. El trabajo que vayan a hacer estará seleccionado de tal forma que los conceptos y estructuras característicos se les presenten de forma progresiva.

Explicitación: Entre las finalidades principales de esta fase es hacer que los estudiantes intercambien sus experiencias, que comenten las regularidades que han observado, que expliquen cómo han resuelto las actividades, todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo. Es interesante que surjan puntos de vista divergentes, ya que el intento de cada estudiante por justificar su opinión hará que tenga que analizar con cuidado sus ideas (o las de su compañero), que ordenarlas y que expresarlas con claridad.

Orientación libre: En este momento los alumnos deberán aplicar los conocimientos y lenguaje que acaban de adquirir a otras investigaciones diferentes de las anteriores. El docente debe plantear problemas que, en lo preferible, puedan desarrollarse de diversas formas o que puedan llevar a diferentes soluciones, para de esta forma perfeccionar los conocimientos que los estudiantes poseen sobre el campo de estudio. En estos problemas se colocarán indicios que muestren el camino a seguir, pero de forma que el estudiante tenga que combinarlos de manera adecuada aplicando los conocimientos y la forma de razonar que ha adquirido en las fases anteriores.

Integración: En esta fase los estudiantes deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos que tienen a su disposición, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado con anterioridad; se trata de condensar en un todo el dominio que ha explorado su pensamiento. En esta fase el docente puede fomentar este trabajo proporcionando comprensiones globales, pero es importante que estas comprensiones no le aporten ningún concepto o propiedad nuevos al estudiante: Tan solo deben ser una acumulación, comparación y combinación de cosas que ya conoce.

De acuerdo al modelo Van Hiele, se puede tener claridad en el nivel de razonamiento que se encuentran los estudiantes y así mismo el docente plantear actividades afines, para ir avanzando durante todo el proceso.

2.2.2 Concepciones acerca del contexto

Una de las preocupaciones en la enseñanza de la geometría, se encuentra ubicada desde la perspectiva que los estudiantes le encuentren sentido a los contenidos planteados y presentados, es decir, que el aprendizaje sea significativo y le distingan una aplicabilidad en su cotidianidad. Una de las maneras de lograrlo es relacionando las temáticas con su entorno, contexto y hechos reales.

Hay que mencionar, acá un posible acercamiento a la idea de contexto, ya que como lo plantea Marmolejo (2018) “No existe una comprensión homogénea del contexto, en la literatura matemática, es un concepto utilizado de diferentes formas (situación, entorno, ambiente, etc.) y con diferentes significados” (p. 27). Sin embargo se relacionan algunos puntos en común para este caso.

Por un lado, Martínez (2003) (citado por Muñoz y otros, 2011), considera que el contexto en matemáticas puede tener las siguientes acepciones:

Contexto real: Como el nombre lo indica es cuando se trata al enfoque y práctica real de las matemáticas, al entorno sociocultural donde se desarrolla esa práctica.

Contexto simulado: Se origina del real, se presenta cuando se reproduce algo del entorno real, por ejemplo una tienda escolar.

Contexto evocado: tiene lugar cuando en la clase se plantea una situación en la que se permite imaginar un marco donde ocurre.

De otra parte, Valero (2002), considera que el contexto “es aquello que “acompaña” a un “texto”, es decir, la serie de circunstancias que rodean un evento” (p. 50), por ejemplo cuando se trata una investigación en un colegio del Municipio de Fusagasugá, el contexto acá se refiere al espacio de ese lugar.

Esta autora distingue el contexto como:

Contexto de un problema: Se entiende como el conjunto de nociones, elementos y medios matemáticos dentro de los cuales se logra situar una situación problema, es decir, todas referencias a las que acude el estudiante para llegar a la solución (Valero, 2002). En este mismo sentido el contexto de un problema es relevante, en el sentido que involucra al estudiante en la construcción activa del conocimiento y le permite realizar conexiones entre lo que ya conoce y lo nuevo que se presenta.

Otra forma de entender el contexto es desde la **interacción**, no sólo se trata de llegar a soluciones de problemas, sino que es preciso tener en cuenta la forma como se afrontan en el aula, desde las relaciones entre los estudiantes, estudiante- docente, estudiante – objeto de aprendizaje y la colaboración entre todos los sujetos.

Una tercera forma de concebir el contexto, para esta autora es el **contexto situacional**, entendido como el conjunto de las relaciones, desde todas dimensiones (histórica, social, cultural, psicológica, entre otras) que conduzcan a la producción de conocimiento y aprendizaje (Wedege, 1999, citado por Valero, 2002).

Tabla 1. Acepciones acerca del contexto

Acepción del contexto	Elementos o características	Vínculos con las matemáticas escolares
Real		Modelación matemática.
Auténtico	Problemas del mundo real.	
Vida cotidiana	Situaciones cotidianas.	Conocimiento matemático.
Evocado	Situaciones o problemas propuestos por el profesor	Solución de problemas.
Interacción	Problemas de la vida real.	

Acepción del contexto	Elementos o características	Vínculos con las matemáticas escolares
Simulado	Entornos didácticos -transformación de problemas o situaciones procedentes de la realidad-	Conceptos matemáticos Procedimientos matemáticos.
Problema	Situaciones procedentes de la realidad Situaciones idealizadas.	Conocimiento matemático.
Situacional	Relaciones históricas, sociales, culturales y psicológicas que constituyen el aprendizaje	Aprendizaje de las matemáticas.

Fuente: (Marmolejo, 2018, p. 35)

En este sentido, desde los estándares de matemáticas se establecen pautas para el desarrollo de los contenidos, se indica que la educación matemática deberá estar ligada a contextos históricos y culturales, de modo que permiten la construcción y transformación de las prácticas, saberes y conocimientos (Colombia, Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Frente al empleo de contextos en el aprendizaje de esta área, los estándares plantean tres contextos para el aprendizaje de las matemáticas:

Se refiere tanto al contexto más amplio –al *entorno sociocultural*, al ambiente local, regional, nacional e internacional– como al *contexto intermedio* de la institución escolar –en donde se viven distintas situaciones y se estudian distintas áreas– y al *contexto inmediato* de aprendizaje preparado por el docente en el espacio del aula, con la creación de situaciones referidas a las matemáticas, a otras áreas, a la vida escolar y al mismo entorno sociocultural, o a situaciones hipotéticas y aun fantásticas, a partir de las cuales los alumnos puedan pensar, formular, discutir, argumentar y construir conocimiento en forma significativa y comprensiva (Colombia, Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 70).

Con lo mencionado hasta aquí, se pretende lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes, que esté en relación con sus intereses y experiencias cotidianas; de ahí se parte que cada situación sea interpretada, solucionada o construida desde la relación que entabla cada uno de ellos con la situación presentada, es decir, también está de por medio el contexto en el que se viva e interactúe.

En este orden de ideas, se reconoce que la realidad no es estática, está susceptible a cambios y por lo tanto a que se materialice de diversas formas, cuando de estudiarse en las aulas de clase se trata, lo fundamental en este apartado se centra en generar espacios para que todos los agentes involucrados en el aprendizaje puedan reflexionar e interactuar, no solo desde lo abstracto sino desde lo experimental, como se menciona en los estándares:

Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución... (Colombia, Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 70).

En este sentido, es propicio también relacionar a Freudenthal (1971) citado por Bressan y otros, 2016, quien define el contexto como:

Un evento o situación derivada de la realidad, la cual es significativa para los alumnos o la pueden imaginar y conduce a usar métodos matemáticos desde su propia experiencia. Provee significado concreto y apoyo para las relaciones y operaciones relevantes de la matemática [...] (Bressan y otros, 2016, p. 4).

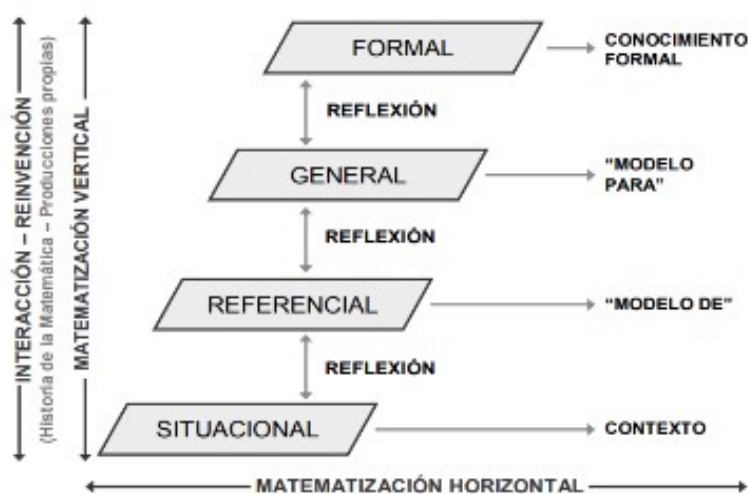
Entonces para este autor, los contextos realistas son los que tienen sentido en el aprendizaje de las matemáticas, permiten relacionar con el entorno real y son de interés para los estudiantes.

De acuerdo a lo antes expuesto, es válido afirmar que la definición de contexto es muy variante, posee diversas significaciones e implicaciones en la práctica de la educación, se trata entonces de brindar diversas opciones de llegar con los contenidos, de brindar la posibilidad de integrar el aprendizaje de un área específica con todas las dimensiones humanas y sociales, y que a los estudiantes desde el aula generen procesos de apropiación, no sólo de contenidos, sino de su territorio.

2.2.3 La modelación matemática

Continuando con ejes centrales de esta propuesta, es pertinente tratar el tema de la modelación matemática, también entendida como matematización. Para Freudenthal (1973), citado por Bressan y otros (2016), el aprendizaje de la matemática es una actividad social, donde la interacción conlleva a diversos niveles de comprensión, las interacciones verticales (docente-estudiante) y las interacciones horizontales (estudiante-estudiante) son ejes claves para la producción, intercambio y apropiación de las ideas por parte de los estudiantes. Para este autor, se hizo fundamental estudiar la organización matemática, pasando de situaciones cotidianas hasta llegar a la matemática formal, a lo que llamo matematización, en este aspecto admite que existen

diferentes niveles de comprensión, sin ser una regla pasar por alguno para llegar al siguiente, es decir, no constituyen una jerarquía entre sí. Estos niveles son: situacional, referencial, general y formal.



Cuadro 1. Niveles de matematización

Fuente: (Bressan, Gallego, Pérez, & Zolkower, 2016, p. 7)

En el nivel situacional se da la interpretación a un problema y se usan estrategias vinculadas al contexto de la misma situación, los estudiantes apoyándose en sus conocimientos informales y en su experiencia, alcanzan a identificar y explicar la situación que aparece en el contexto, visualizar, esquematizar y formular el problema de diferentes formas, descubrir relaciones y regularidades, reconocer analogías con otros problemas; a este proceso se le denomina matematización horizontal, lo que implica que el estudiante va del mundo real al mundo de los símbolos.

La inclusión de este término, en Colombia se viene presentando desde los Lineamientos curriculares del área de matemáticas del MEN en 1998, donde además se plantean procesos como el razonamiento, la comunicación, comparación, planteamiento y resolución de problemas; es decir, que es un tema planteado ya hace varios años y en diversos documentos del Ministerio de Educación; sin embargo, en esta investigación se observa que la institución educativa no se ha apropiado de estos planteamientos, y que prevalece la idea de las matemáticas como un área

formal y abstracta, constituida por definiciones, axiomas, procesos e ideas que poco tienen que ver con la realidad.

Es común en matemáticas entender por modelación, el hecho de construir un modelo o representación a partir de situaciones problemas para buscar la solución. Por su parte el término de modelación matemática, entendida desde los estándares del Ministerio de Educación Nacional de Colombia:

Como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también “una estructura” que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo (Colombia, Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 52).

En una situación problema, la modelación permite establecer las variables y la relación que hay entre ellas, lo que facilita fijar modelos en diferentes niveles de complejidad, a partir de los cuales se puede hacer predicciones, utilizar procedimientos numéricos, obtener resultados y verificar qué tan razonable son éstos respecto a las condiciones iniciales. De ahí que, la modelación se puede entender como el descubrimiento de representaciones o esquemas que se presentan y repiten en situaciones cotidianas u otras, para reconstruirlas de manera mental.

Por otro lado Villa (2007) cita a Giordano (1997) para definir un Modelo Matemático, como una construcción matemática dirigida a estudiar un sistema o fenómeno particular del “mundo-real”, así mismo afirma que este modelo puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales. En este sentido, se trata de darle sentido a la matemática, en este caso a la geometría, desde la realidad.

Como se mencionó antes, Freudenthal (1971) trata el tema de la contextualización y la modelación matemática, creando una corriente didáctica, que denominó Educación Matemática Realista EMR, que más que ser una corriente, afirma que son ideas básicas sobre el qué y cómo se enseña en esta área, así mismo considera a la matemática como una actividad humana, en donde no se trata de poseer sólo los conocimientos, sino de buscar y resolver situaciones.

La didáctica Realista está fundamentada en los principios de: uso contextos, uso de modelos, producciones libres de los estudiantes, interacción en el proceso de enseñanza aprendizaje e interrelación entre los diferentes actores del currículo (Bressan y otros, 2016).

Por otro lado como se muestra en la tabla 2, se aclaran y especifican los principios de la Educación Matemática Realista, desde diferentes principios.

Tabla 2. Principios de la Educación Matemática Realista

Principio	¿Qué es?	¿Cómo puede trabajarse?
De actividad	Las matemáticas se consideran una actividad humana. La finalidad de las matemáticas es matematizar (organizar) el mundo que nos rodea, incluyendo a la propia matemática. La matematización es una actividad de búsqueda y de resolución de problemas, pero también es una actividad de organización de un tema	Matematizar involucra principalmente generalizar y formalizar. Formalizar implica modelizar, simbolizar, esquematizar y definir, y generalizar conlleva reflexión.
De realidad	Las matemáticas se aprenden haciendo matemáticas en contextos reales. Un contexto real se refiere tanto a situaciones problemáticas de la vida cotidiana y situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos.	El contexto de los problemas que se presentan a los alumnos puede ser el mundo real, pero esto no es necesariamente siempre así. Es necesario que progresivamente se desprendan de la vida cotidiana para adquirir un carácter más general, o sea, para transformarse en modelos matemáticos
De niveles	Los estudiantes pasan por distintos niveles de comprensión: - Situacional: en el contexto de la situación. - Referencial: esquematización a través de modelos, descripciones, etc. - General: exploración, reflexión y generalización. - Formal: Procedimientos estándares y notación convencional.	Esquematización progresiva (profesor) y reinención guiada (aprendiz): las situaciones de la vida cotidiana son matematizadas para formar relaciones más formales y estructuras abstractas.
De reinención guiada	Guiada. Proceso de aprendizaje que permite reconstruir el conocimiento matemático formal.	Presentar situaciones problemáticas abiertas que ofrezcan una variedad de estrategias de solución. Permitir que los estudiantes muestren sus estrategias e invenciones a otros. Discutir el grado de eficacia de las estrategias usadas.
De interacción	La enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social. La interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y los profesores puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión.	La negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendizaje son usados como una plataforma para alcanzar los formales. En esta instrucción interactiva, los estudiantes son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar,

Principio	¿Qué es?	¿Cómo puede trabajarse?
De interconexión	Los bloques de contenido matemático (numeración y cálculo, álgebra, geometría,...) no pueden ser tratados como entidades separadas.	cuestionar alternativas y reflexiona Las situaciones problemáticas deberían incluir contenidos matemáticos interrelacionados.

Fuente: (Alsina, Novo, & Moreno, 2016)

Se puede resaltar aquí, el rol que tiene el empleo de los contextos en el proceso de aprendizaje, convirtiéndose en el centro de interés para los estudiantes y permitiendo acceder al conocimiento de una manera informal y desde los diversos niveles de razonamiento en los que está cada uno, es de aclarar que el hecho de que un contexto sea realista, también depende de la experiencia de los estudiantes. En este sentido también es válido aclarar que un modelo, no significa algo ya establecido y fijo, sino a aquellos que emergen de la interacción con el problema, que surgen en la organización y análisis de la realidad; en los que se hacen procesos de pensamiento, como comparación, explicación, comprobación, entre otros.

El docente dentro de este proceso, es el guía y ordenador de las interacciones que se han de ir realizando; por último en la interacción con la realidad van apareciendo conexiones que exigen la ayuda interdisciplinar y con demás ejes del currículo en general.

De acuerdo a lo antes mencionado, la EMR involucra diferentes procesos de pensamiento, como:

- Reconocer características esenciales en situaciones, problemas, procedimientos, algoritmos, formulaciones, simbolizaciones y sistemas axiomáticos;
- Descubrir características comunes, similitudes, analogías e isomorfismos;
- Ejemplificar ideas generales; - encarar situaciones problemáticas de manera paradigmática; - la irrupción repentina de nuevos objetos mentales y operaciones; - Buscar atajos y abreviar estrategias y simbolizaciones iniciales con miras a esquematizarlas, algoritmizarlas, simbolizarlas y formalizarlas; y - reflexionar acerca de la actividad matematizadora, considerando los fenómenos en cuestión desde diferentes perspectivas (Alsina, Novo, & Moreno, 2016, p. 2).

Lo anterior relacionado también con el Pensamiento computacional (TC), que es un proceso de resolución de problemas, que incluye elementos como:

- Descomposición: que consiste en desglosar datos, procesos o problemas en partes más pequeñas y manejables.
- Reconocimiento de patrones: observación de patrones, tendencias y regularidades en los datos.
- Abstracción: Identificando los principios generales que generan estos patrones.
- Diseño de algoritmos: desarrollo de instrucciones paso a paso para resolver este y otros problemas similares.

En este apartado se hace necesario diferenciar algunos momentos de la modelización como actividad científica y como herramienta en el aula de clase, como lo establece Villa (2007) en la tabla 3.

Tabla 3. Algunas diferencias entre los procesos de modelización y de modelación en el campo de las matemáticas

Criterio	Como actividad científica	Como herramienta en el aula de clase
Propósito del modelo	El modelo se construye para solucionar un problema de otras ciencias (naturales, sociales, humanas...) o para avanzar en una teoría o ciencia.	El modelo se elabora para construir un concepto matemático dotado de un significado y con la intención de despertar una motivación e interés por las matemáticas debido a su carácter aplicativo
Los conceptos matemáticos	Emergen de la situación a través de un proceso de abstracción y simplificación del fenómeno.	Deben haber sido considerados a priori con base en la preparación y selección del contexto por parte del maestro y de acuerdo con los propósitos de la clase.
Contextos	Obedecen a problemas que comúnmente no han sido abordados o se abordan de una manera diferente al interior de la ciencia.	Deben obedecer a problemas abordados previamente por el docente de la clase con el objeto de evaluar su pertinencia con los propósitos educativos.
Otros factores	Se presenta generalmente en un ambiente propio de la ciencia en la cual se aplica y generalmente es externo a factores educativos.	Se presenta regularmente en el aula de clase bajo una motivación propia de contextos cotidianos y de otras ciencias.

Fuente: (Villa, 2007, p. 69)

2.2.4 Aprendizaje significativo

Por otro lado en esta investigación se hace fundamental resaltar las características del aprendizaje significativo, dado que el ser humano ha creado cosas que son desconocidas para la naturaleza y que no se mezclan, de donde ha empezado una ruptura entre la realidad y las matemáticas. Esta ha sido quizá una constante en las instituciones educativas, mostrar solo lo que la mente supone, pero sin estar relacionado a una realidad, sin tener un verdadero sentido, entonces se pretende que al aprendizaje de la geometría tenga sentido, por lo que se considera juega un papel importante el aprendizaje significativo, como lo planteo Ausubel (1963), citado

por Moreira (1997), “el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento” (p. 20). De acuerdo a esto se entiende que el conocimiento o los conceptos nuevos se relacionan en la estructura cognitiva con los ya existentes, con los saberes previos de cada individuo, para que este tenga sentido y se organice en su estructura cognitiva, así cada estudiante es activo en su aprendizaje.

Desde tiempos pasados, en la enseñanza de la matemática se ha afirmado que es fundamental su aplicación en la vida cotidiana y del mundo real, es por esto que en medio de las continuas transformaciones, no basta con tener un conocimiento específico sobre un asunto y ejercer su mera transmisión, sino que es fundamental, cada día, obtener nuevos conocimientos y habilidades en la aplicación y socialización de ellos. Y, con ese pretexto, la modelación matemática viene siendo muy defendida como método de enseñanza (Salett & Hein, 2004), entendido el mundo real como “todo aquello que tiene relación con la naturaleza, la sociedad o la cultura, incluyendo tanto lo referente a la vida cotidiana como a los temas escolares, universitarios y disciplinas curriculares diferentes de las matemáticas” (Villa, Bustamante, Berrío, Osorio, & Ocampo, 2009, p. 162).

De ahí, que la planeación curricular en las instituciones educativas, se realiza de una manera parcelada e independiente, cada área hace lo que considera propio con sus contenidos y se olvida de lo demás y en ocasiones debido a esto, se dejan de tratar y abordar aspectos importantes de este mundo real, por ejemplo desde la primaria se enseña la clasificación de los animales y plantas como los beneficiosos y los perjudiciales para el ser humano, sin tener en cuenta que cada uno de ellos contribuye al equilibrio de un ecosistema, es decir, la educación y con ella su planeación ha estado centrada en el antropocentrismo, en el abordaje de la naturaleza (Berríos, 2015, 106).

Por otro lado, en la naturaleza como ya se mencionó, es común encontrar patrones matemáticos maravillosos, desde las formas de algunas plantas, sus frutos y semillas, en los animales y en general en cada uno de los componentes de cada ecosistema, que lleva a generar miles de preguntas, como por ejemplo, cómo puede aparecer toda esta estructura, en medio de un mundo que vive en caos, si detrás de esto está la intervención humana, de modo que Albert Einstein alguna vez se preguntó “¿Cómo es posible que las matemáticas, producto del

pensamiento humano, independiente de la experiencia, se ajusten excelentemente a los objetos de la realidad?”.

En los diferentes sectores de la sociedad están ocurriendo cambios, desde el ámbito social, político, económico y educativo; cambios que desde luego lo que dejan en evidencia es que cada vez dependemos más del conocimiento y de la creatividad. Aunque con el afán del presente y de enfrentar estos cambios también se deja de lado algunas capacidades, como por ejemplo, la capacidad de admirar el entorno y asombrarse ante la maravilla de la creación, para así reconocer que es desde allí donde se logra encontrar el conocimiento y se alcanza con más apropiación y conciencia.

2.2.5 Concepciones de Didáctica y Unidad Didáctica

En la relación de enseñanza-aprendizaje, se hace fundamental que haya una correlación entre la teoría y la práctica, además que se tenga en cuenta el mundo real del estudiante, de ahí que es necesario que el docente en su planeación tenga muy en cuenta entre otros, estos aspectos.

Por lo que es pertinente afirmar, que la práctica resulta muy importante en el proceso de enseñanza –aprendizaje; de este modo el ser humano aprende de manera más significativa, mediante la exploración, observación y experiencia, en palabras de (Lucio, 1989) la didáctica “es el saber que tematiza el proceso de instrucción, método y estrategias” (p. 3).

Hablar de didáctica conlleva a realizar una mirada integradora de los procesos educativos, y tiende a ser aún más complejo cuando se trata de didáctica de la Matemática por su desarrollo histórico y la relación con las demás áreas del conocimiento. Para Brousseau (1989), citado por (Godino, 2003) define la didáctica de la matemática desde el enfoque sistémico como "una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos" (p. 17).

Sin embargo, este mismo autor Brousseau (1989), citado (Godino, 2009) , desde una mirada como disciplina y quizá complementando la posición anterior, define la didáctica como el “ARTE DE ENSEÑAR - conjunto de medios y procedimientos que tienden a hacer conocer, en nuestro caso, la ciencia matemática” (p. 3).

En este sentido, se hace necesario mencionar la transposición didáctica de la que habla (Chevallard, 1985) citado por (Godino, 2003), al referir como el proceso en el que se adecua, adapta o modifica un concepto o conocimiento determinado para transformarlo en conocimiento para ser enseñado y que sea de fácil comprensión e interpretación. Pues en ocasiones el docente

no enseña algún contenido en determinados grados, porque lo considera difícil para los estudiantes y no dispone de una adecuada transposición didáctica, que es parte de lo que se pretende en el objeto de estudio de esta investigación.

Una manera de organizar estas relaciones de aprendizaje en el aula es mediante la planeación, organización y desarrollo de Unidades Didácticas (UD), como herramienta y propuesta de trabajo del docente, en la que concreta y operativiza todo aquello que debe y quiere enseñar, de una forma planificada y secuencial, de modo que conecta diversos aspectos del currículo de un área. De manera, que la UD, se convierte también en un mecanismo, que vincula contenidos curriculares, con problemas de investigación, que se generan en el medio sociocultural (Gallego, Quiceno, & Darlin, 2014).

En Educación ambiental desde el uso del agua (Serna, 2013), una unidad didáctica se encuentra referenciado por Jorba & Sanmartí (1996) como un instrumento que contribuye a la regulación y autorregulación del conocimiento, estos autores, proponen que dentro de ellas, se desarrollen distintos tipos de actividades, que las organizan en:

- **Actividades de exploración:** Con las que se persigue como objetivo, que el estudiante se ubique en el tema de estudio a partir de conocimientos previos.
- **Actividades de inducción a conocimientos nuevos:** Estas actividades se orientan a observar, comparar y relacionar el tema de estudio, con los pares y docentes, elaborando así conocimiento más significativo.
- **Actividades de estructuración y síntesis de los nuevos conocimientos:** Son actividades dirigidas a que el estudiante ajuste su conocimiento, como resultado de su interacción con otros.
- **Actividades de aplicación:** Con ellas se pretende que el estudiante este en la capacidad de aplicar en situaciones reales y cotidianas lo que ha aprendido.

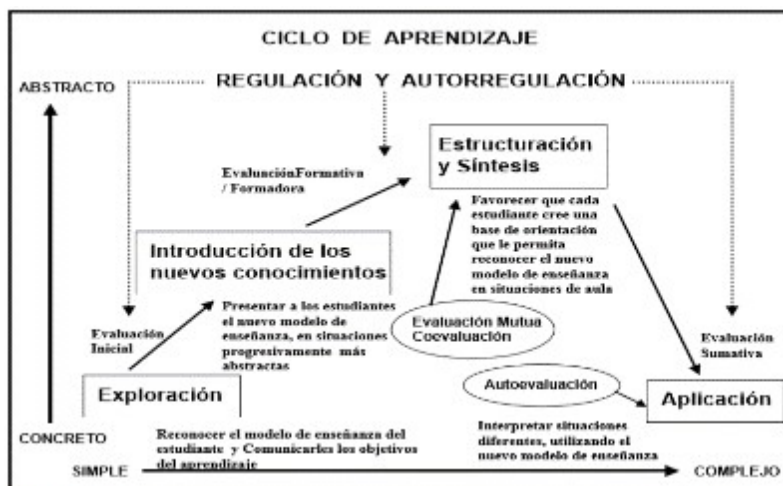


Ilustración 1. Esquema del ciclo del aprendizaje de acuerdo a Sanmartí (1996)

Fuente: (Gallego, Quiceno, & Darlin, 2014, p. 926)

De esta manera la Unidad Didáctica propuesta en esta investigación se ha organizado, siguiendo las orientaciones de estos autores y articulada a la plantilla de Computational Thinking Workshop for Educators (Pensamiento computacional para educadores), para llegar a un aprendizaje más significativo y en relación con la naturaleza y el entorno de los estudiantes.

2.3 Marco legal

Para efectos de esta investigación, se apoyará legalmente en la siguiente normatividad:

2.3.1 Constitución Política Nacional

Los artículos 27 y 67 de la constitución, otorgan prioridad en aspectos de la enseñanza-aprendizaje y establece el derecho a la educación como función social, que el Estado debe brindar y apoyar.

En el caso del artículo 27, hace referencia a la obligación que tiene el Estado colombiano para garantizar libertades en cuanto a enseñanza, aprendizaje, e investigación; que para el caso de esta investigación sirve de sustento para realizar de manera autónoma la clase de Geometría y dentro de ella realizar procesos de exploración y generación de estrategias y conocimiento.

Por otra parte, en el artículo 67 se expresa la educación como un derecho y un servicio público con funciones sociales, en busca de propiciar acceso para todos en torno al conocimiento, la ciencia y la cultura. Dentro de lo cual se resalta, formar al colombiano entre otros aspectos para el respeto de los derechos humanos y la conservación del medio ambiente. Aspectos que con el desarrollo de este trabajo se propician y fortalecen en los estudiantes de grado séptimo de la

Institución José Celestino Mutis desde la sublínea acá tratada. En esto mismo está sustentado en la obligación que tiene el Estado, la sociedad y la familia para garantizar a los menores de 15 años la educación y se encuentra ubicada en el nivel de básica secundaria.

Así mismo, dentro de esta investigación se retoma y responde a lo planteado en el artículo 67, pues se desarrolla en una Institución de carácter público:

Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo.

La Nación y las entidades territoriales participarán en la dirección, financiación y administración de los servicios educativos estatales, en los términos que señalen la Constitución y la ley (Constitución Política Nacional, 1991).

2.3.2 Ley General de Educación

En Colombia, la Ley General de Educación, ley 115 de 1994, establece y regula aspectos con la Educación Colombiana, para efectos de esta investigación se relaciona con el artículo 5, sobre los fines de la educación, especialmente en los literales 7 y 10, donde se tiene como fin el fomento de la investigación y el acceso al conocimiento, lo que se desarrolla con este trabajo, así mismo la relación que debe tener la educación con el cuidado del medio ambiente, la calidad de vida, el uso racional de los recursos naturales, generando así una cultura ecológica y de la defensa del patrimonio de la Nación (Colombia, Congreso de la República, 1994).

2.3.3 Estándares de matemáticas

En Colombia, desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y los estándares básicos de Competencias en Matemáticas (2006), se establecen los criterios para el aprendizaje de las matemáticas y se organizan por pensamientos, en los que se nombra el pensamiento espacial y sistemas geométricos, donde se expresa la necesidad de configurar procesos de enseñanza – aprendizaje a partir de escenarios que permitan la construcción y verificación del conocimiento en diferentes contextos, En este sentido, se presenta la modelación como una estrategia y el uso de contextos como un recurso fundamental para enriquecer estos procesos de aprendizaje.

2.3.4 Decreto 1743 De 1994

Por el cual se instituye el Proyecto de Educación Ambiental para todos los niveles de educación formal, se fijan criterios para la promoción de la educación ambiental no formal e informal y se establecen los mecanismos de coordinación entre el Ministerio de Educación Nacional y el Ministerio del Medio Ambiente.

Atendiendo al artículo 2 de este decreto, en sus principios rectores, la implementación de este trabajo apunta a tener en cuenta la interculturalidad, la formación en valores, interdisciplinariedad, la participación de los estudiantes y la formación en la democracia, con capacidad para solucionar problemas, por lo que se obliga a las Instituciones Educativas a incluir estos principios en todos los componentes del currículo (Colombia, Ministerio de Educación Nacional, 1994).

2.4 Marco conceptual

En concordancia con las categorías planteadas en esta investigación, se hace propicio mencionar recomendaciones dadas por la ONU, en torno al cuidado del medio ambiente y la relación con la calidad de vida, al afirmar:

«Sin un medio ambiente saludable, no podremos acabar con la pobreza ni fomentar la prosperidad. Todos tenemos una función en la protección de nuestro único hogar: Podemos utilizar menos plástico, manejar menos, desperdiciar menos alimentos y enseñarnos unos a otros a cuidarlo». — Antonio Gutiérrez, Secretario General de la ONU.

Desde este planteamiento es válido aclarar que para efectos del desarrollo de esta investigación la educación estará entendida como un proceso permanente y una práctica social, como lo afirma Natorp citado por Caride, Gradaïlle y Caballo (2015), no es la educación del individuo aislado, sino la del hombre que vive en una comunidad, educación que hace a la comunidad, porque su fin no es sólo el individuo", desde esta perspectiva no se pretende enfocar una educación solo en contenidos, sino que vaya más allá para aportar a un contexto y a una comunidad.

Actualmente se observa que las comunidades no tienen un sentido de pertenencia por su territorio, parece que no forman parte de él, de ahí que urge tener en cuenta la educación ambiental que es asumida:

Como un proceso educativo integral, que expresa continuidad a través de sus experiencias y saberes útiles sobre la naturaleza y su conservación ecológica, mediante la construcción de metas en espacios que abarquen la educación de las personas desde el inicio de su formación intelectual (Avendaño, 2012, p. 97).

Para abordar la problemática que se observa en cuanto al aprendizaje de las matemáticas se requiere que se use la realidad del contexto, con:

[...] situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos (Colombia, Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Lograr interpretar, aprender y abordar dicha problemática en el aula de una manera transversal, es posible mediante el manejo de los ambientes de aprendizaje que según Guadalupe Irais (2014), se entiende como un sistema integrado por varios elementos que interactúan entre sí. Elementos físico- sensoriales, como la luz, el mobiliario, sonido, espacio donde se ha de realizar el aprendizaje; elementos sociales, como las relaciones interpersonales entre estudiante- docente, estudiante – estudiante. La organización y disposición de estos elementos llevan al aprendizaje.

3 Diseño Metodológico

Dentro de este apartado, se va a especificar la metodología empleada para obtener la información necesaria para la presente investigación. Se especificarán elementos necesarios para el análisis y comunicación de los resultados en cada una de las fases para el desarrollo de los objetivos acá planteados. A manera de resumen los pasos que se siguieron fueron: la definición del enfoque de investigación, el tipo de estudio propicio para abordar la problemática, el contexto y población y por último los instrumentos necesarios, esto para dar cuenta así mismo de las categorías analíticas surgidas en este trabajo.

3.1 Enfoque metodológico de la investigación

Las fuentes documentales para dar cuenta de esta propuesta están distribuidas de diferentes tipos: se han consultado fuentes académicas, de prensa, artículos de revista; lo cual se referencia en la bibliografía.

Por otra parte la recolección de la información se realizará en la Institución Educativa urbana oficial, José Celestino Mutis del municipio de Fusagasugá, de carácter oficial con estudiantes de grado séptimo, mediante diálogo directo y la aplicación de encuestas, para verificar el comportamiento y conceptos de los estudiantes y docentes, en cuánto al aprendizaje de la geometría en relación con los patrones matemáticos de la naturaleza, que permitirá evidenciar la descontextualización de esta área con el cuidado del medio ambiente, se desarrollarán unidades didácticas y/o guías para encontrar elementos en la naturaleza que se puedan asociar y estudiar por medio de la geometría; con los datos obtenidos a manera experimental, con algunos grupos se realizarán representaciones matemáticas de los patrones encontrados, a través de la poligrafía social, experiencias vivas y observaciones, en donde se muestren los beneficios y recursos que se encuentran en la naturaleza.

De acuerdo a las características de esta propuesta, se desarrolla e inscribe basada en un enfoque cualitativo, entendido, como aquel que tiene en cuenta relaciones de los participantes, según lo manifiesta Zapata (2014) se trata de tener en cuenta las relaciones de los estudiantes, la producción matemática y la relación con su propio contexto.

Según Gómez y Gil (1996):

La investigación cualitativa, se plantea, por un lado, que observadores competentes y cualificados pueden informar con objetividad, claridad y precisión acerca de sus

propias observaciones del mundo social, así como de las experiencias de los demás. Por otro, los investigadores se aproximan a un sujeto real, un individuo real, que está presente en el mundo y que puede, en cierta medida, ofrecernos información sobre sus propias experiencias, opiniones, valores...etc. Por medio de un conjunto de técnicas o métodos como las entrevistas, las historias de vida, el estudio de caso o el análisis documental, el investigador puede fundir sus observaciones con las observaciones aportadas por los otros (Gómez y Gil, 1996. p. 62).

Por otro lado, según Hernández (2010), citado por Diefer Marmolejo (2018, p. 70) se comprende, que al asumir esta investigación desde este paradigma, se estudian los sujetos a partir de las relaciones que fijan entre su contexto y cotidianidad, además que se intenta dar sentido a los fenómenos y hechos que configuran la realidad. En este sentido, en esta investigación se explica cómo el estudio de la naturaleza, los elementos de la misma y sus patrones contribuyen a un ambiente de aprendizaje por descubrimiento y que sea más significativo.

3.2 Tipo de estudio

El estudio se realiza bajo el enfoque Cualitativo, de Acción Participación Educativa, puesto que tiene como propósito describir, interpretar y entender los aspectos del proceso de enseñanza – aprendizaje de la naturaleza que proporcionan herramientas para el aprendizaje de la Geometría, en el que se participará.

Según Kurt Lewin citado por Colmenares y Piñero (2008), la investigación acción constituye una opción de mucha riqueza, pues permite pensar los problemas y desde la práctica reflexionar y transformar, así mismo admite, la expansión del conocimiento y a su vez va dando respuestas a las problemáticas que van planteando los participantes de la investigación, de esta manera para efectos de esta investigación se tiene en cuenta, el desarrollo de las prácticas educativas desde el aprendizaje de la geometría y la relación del conocimiento con las situaciones del entorno. Atendiendo a esto, es de afirmar que la finalidad principal, de este tipo de investigación es aportar información que guíe la toma de decisiones y los procesos de cambio, con el objetivo principal de mejorar las prácticas educativas mediante la reflexión sistémica en la acción.

Basado en el enfoque de acción participación Educativa, se desarrolla en las siguientes fases:

Fase I: Revisión bibliográfica y de literatura relacionada con la problemática y la realidad educativa, para conocer opiniones desde diferentes puntos de vista.

Fase II: Se indaga a los estudiantes sobre la percepción acerca de la clase de geometría y se observan algunas clases de geometría, para así reconocer las necesidades, fortalezas y debilidades de los estudiantes de grado séptimo en el reconocimiento de patrones y elementos geométricos en su entorno, esta información se obtiene mediante diálogo, encuestas y bitácoras de clases. Los datos obtenidos en esta etapa, fundamentan la propuesta de esta investigación.

Fase III: Se parte de la creación de una UD, que conlleve a caracterizar elementos de la geometría plana, relacionados con polígonos y patrones geométricos presentes en la naturaleza, se inicia con un recorrido guiado por la institución y por barrios cercanos al sector al cual pertenece la institución, mediante un ejercicio de poligrafía social.

Fase IV: Se tuvo en cuenta la creación de un ambiente de aprendizaje mediado por el uso de herramientas tecnológicas como celulares y aplicaciones como Paint y Geogebra. Con miras a favorecer el aprendizaje significativo desde la modelación matemática.

Fase V: Se realizará el análisis de los datos obtenidos en cada una de ellas y la sistematización de los mismos, de modo que se puede medir y verificar su impacto en la contextualización del aprendizaje de la geometría plana.

3.3 Contexto y participantes

La investigación tuvo lugar en la Institución Educativa José Celestino Mutis sede comuneros, del Municipio de Fusagasugá en el Departamento de Cundinamarca, se encuentra ubicada en el sector urbano, en la comuna Sur Oriental; es una institución de carácter público y ofrece educación en todos los niveles de escolaridad, preescolar, básica primaria, secundaria y Media, a estudiantes que hacen parte de grupos familiares de estratos 1, 2 y 3.

Tabla 4. Identificación de la Institución

Código DANE	Establecimiento	NIT
125290001355	Institución Educativa José Celestino Mutis	808001150-2
Dirección	Teléfono	Barrio
Cra 1 Este n° 22-03	872 6021	Comuneros
Reconocimiento oficial: Resoluciones 0024 de Enero 10 de 2002 y 3317 de septiembre de 2002 de la Secretaría de Educación de Cundinamarca; Decreto 062 de 3 de Marzo de 2003 de la Secretaría de Educación de Fusagasugá; Decreto 084 del 19 de abril de 2005 de la Secretaría de Educación de Fusagasugá y Resolución 0680 del 02 de diciembre de 2011.		

Fuente: Tomada del PEI José Celestino Mutis, 2017.

La principal actividad económica del sector es la comercial, tiendas de barrio; la mayoría de familias viven en arriendo y un sector pequeño en vivienda propia de interés social. Lo que conlleva a que se presenten condiciones económicas precarias y restringidas en los estudiantes.

Socialmente, la comuna presenta problemáticas en las que se resalta venta y consumo de drogas psicoactivas, violencia, ausencia del núcleo familiar tradicional, falta de oportunidades laborales, aspectos que amenazan el bienestar de los estudiantes y de la comunidad en general. En la comunidad parece no existir conciencia ambiental, por parte de los habitantes, se arrojan las basuras en los espacios públicos, por este lugar atraviesa una quebrada, la cual no se cuida y se observa contaminada; es decir, no se preservan los recursos naturales del contexto.

La institución cuenta con 5 sedes:

Sede Yira Castro: ofrece educación preescolar, para el año 2019 cuenta con una matrícula de 160 estudiantes, distribuidos en dos jornadas, con el apoyo de 5 docentes.

Sede Macarena: Ofrece educación básica primaria, desde el grado primero hasta el grado tercero, para el año 2019 tiene una matrícula de 419 estudiantes, distribuidos en dos jornadas y con el apoyo de 13 docentes.

Sede Fusacatán: Ofrece educación básica primaria, para los grados cuarto y quinto, para el año 2019 tiene una matrícula de 405 estudiantes, desarrollando actividades en jornada única y con el apoyo de 13 docentes.

Sede Sardinias: Es una sede rural, cuenta con los grados preescolar a quinto, trabaja escuela unitaria, para este año la matrícula es de 25 estudiantes, orientados por una sola docente.

Sede Comuneros: Es la sede principal, donde se desarrolla la presente investigación, ofrece educación para los niveles de sexto a once, se desarrollan las actividades en la jornada mañana, para el año 2019, la matrícula es de 780 estudiantes, apoyados por 30 docentes.

La institución posee una planta física restringida, ya que no tiene los espacios suficientes para que los estudiantes desarrollen plenamente actividades recreativas, no hay polideportivo, las baterías de baños no son suficientes para el total de la matrícula, se tienen tres para las mujeres y tres para los hombres, a esto se le suma que no están en las mejores condiciones; las aulas son estrechas, sin la adecuada ventilación e iluminación, hay hacinamiento.

De acuerdo al problema y a los objetivos de investigación planteados, se consideró necesario que este proceso investigativo tuviera lugar en la institución, en las aulas y apoyado en el entorno y los hogares de los estudiantes, dichos escenarios se consolidaron como espacios en

los que se involucraron procesos de exploración y explicación, llevándose a cabo en las clases de matemáticas y geometría.

El trabajo se desarrolló y aplico con estudiantes de grado séptimo, específicamente con el curso 701, que tiene un total de 37 estudiantes, con edades entre los 12 y 14 años. Se eligió este grupo, ya que se venía realizando el trabajo desde el año anterior en sexto.

3.4 Instrumentos

En este apartado se presentan de los medios o técnicas utilizadas en la obtención de los datos del presente estudio.

3.4.1 Observación participante

La observación es el método más antiguo usado por los investigadores para describir y comprender la naturaleza y el ser humano, como técnica para la recolección de información puede ser participante y no participante. Para efectos de este estudio se opta por la participante, de modo que se tiene contacto directo con los participantes.

Según Sandoval (2002), citado por Marmolejo (2018), es una herramienta flexible de apertura y cierre en los problemas de investigación con referencia a la vida cotidiana. (p. 72). Donde el investigador se convierte en parte de la situación observada e interactúa durante todo el proceso, es decir, que debe ser parte de la población estudiada y del problema analizado (Martínez, 2007).

Dentro de este estudio se realiza observación al desarrollo de algunas clases de geometría en los grados sexto 2018 y en séptimo 2019, prestando especial atención al proceso de enseñanza- aprendizaje, la didáctica y la relación entre los temas, el entorno, los estudiantes y el docente, para dejar constancia de esa observación se usan los diarios de campo.

3.4.2 Diario de campo

Es uno de los instrumentos que permite registrar y sistematizar hechos susceptibles de la investigación para ser interpretados y analizados, si se trata de las prácticas educativas admite reflexionar, para mejorarlas, enriquecerlas, fortalecerlas y transformar los diversos procesos de la misma. Según Bonilla y Rodríguez citados por Martínez (2007):

El diario de campo debe permitirle al investigador un monitoreo permanente del proceso de observación. Puede ser especialmente útil [...] al investigador en él se

toma nota de aspectos que considere importantes para organizar, analizar e interpretar la información que está recogiendo (Martínez, 2007, p. 77).

El diario de campo se convierte en una fuente principal, para relacionar la teoría y la práctica, requiriendo así una planeación y pasando más allá de una descripción, enriqueciendo el análisis.

Para efectos de esta investigación se utilizó el diario de campo para observar, registrar y analizar algunas clases y actividades de geometría desarrolladas con los grados sexto 2018 y séptimo 2019. En ellos se registró y exploró sobre la didáctica, las relaciones de enseñanza-aprendizaje y otros aspectos relevantes, que contribuyeron a alcanzar los objetivos propuestos.

3.4.3 Encuesta

Este instrumento facilitó establecer información en relación a los siguientes aspectos: tiempo dedicado en la institución a la clase de geometría, recursos con los que cuenta, características de la evaluación, así mismo permitió reconocer las percepciones y opiniones de los estudiantes acerca de la clase de geometría, sus intereses y sugerencias para aprender dicha área.

Estaba estructurada con preguntas de selección múltiple, preguntas abiertas. (Ver anexo 1).

3.4.4 Guías

Se puede entender como una serie de orientaciones que establecen metas y permiten indagar sobre los intereses, percepciones y conocimientos de los estudiantes acerca de un tema propuesto, en este caso sobre elementos de la geometría.

Las guías aquí desarrolladas permiten la visualización del entorno, relación de la geometría con la vida cotidiana y el reconocimiento del entorno.

3.5 Categorías analíticas/ variables

Para efectos de la investigación y al tratarse de un estudio con enfoque cualitativo se tienen en cuenta las siguientes categorías analíticas, definidas anteriormente en el marco teórico:

Categorías	Subcategorías	Código	Tabla 5. Categorías analíticas
Aprendizaje de la Geometría (NAG)	Ambientes de aprendizaje	AA	Cas
	Contextualización del aprendizaje	CA	
	Aprendizaje significativo	AS	
Enseñanza de la Geometría (EG)	Didáctica	DG	Cas
	Modelación y representación geométrica	MGM	
Aspectos de la educación básica colombiana (AEBC)	Enfoque y organización de los contenidos	EC	Cas
	Transversalidad	TRV	

Innovación pedagógica (IP)	Elementos geométricos en la naturaleza	EGN	Fuente:
	Unidad didáctica	UDG	
	Pensamiento computacional	TC	

Elaboración propia.

CAPÍTULO III

En este capítulo se hace una descripción general de los aspectos generales del aprendizaje de la geometría en la Institución José Celestino Mutis, desde la visión y percepción de los estudiantes, que a su vez permite entender el problema planteado. Esta información se organiza e interpreta en subcategorías, como lo son el rol del docente, el rol del estudiante, didáctica, ambientes de aprendizaje y tiempo dedicado a esta asignatura.

4 Aspectos Cotidianos en el Aprendizaje de la Geometría Plana por Parte de los Estudiantes

El problema del cual se ocupa esta investigación se relaciona con señalar los principales aspectos en los que centra el proceso de enseñanza – aprendizaje de la geometría, en la institución José Celestino Mutis, especialmente en el grado séptimo; Por lo tanto, en este apartado se hace énfasis en señalar la importancia de los aspectos cotidianos en la clase y si se tiene en cuenta el contexto de los estudiantes.

Para esta experiencia se tomó como punto de partida la observación participante de la docente investigadora, que se realizó a algunas clases de geometría, realizando registros en diarios de campo, para reflexionar acerca de aspectos metodológicos y didácticos sobre dicha asignatura, por otro lado se aplicó una encuesta de creación propia, con preguntas de selección múltiple y cerradas, para conocer las opiniones de los estudiantes acerca de la clase de geometría.

De acuerdo, a lo anteriormente mencionado se puede afirmar que, en la educación matemática, se hace necesario generar posibilidades para que los estudiantes reflexionen acerca de las condiciones que generan la apropiación del conocimiento y la relación con su contexto próximo, vinculando así situaciones reales en la matemática.

4.1 Descripción del docente y la clase

La docente que aplica las actividades y es autora de este documento es Licenciada en matemáticas, de la universidad del Tolima y estudiante de la Maestría en Educación de la Universidad de Cundinamarca, en el Municipio de Fusagasugá.

Tras un proceso de observación y autorreflexión, la docente caracteriza su práctica de la siguiente manera:

Generalmente explica un tema, dentro del aula de clase asignada para el grupo, dada la escasez de recursos de la institución, siempre usa el tablero, donde poco o nada se le permite la

participación a los estudiantes, adquiriendo así, ellos un rol pasivo y meramente receptor en el desarrollo de las clases. Luego de su exposición, que dura aproximadamente unos 15 minutos, propone una actividad a los estudiantes, con ejercicios sobre lo que acaba de explicar, Los estudiantes, se muestran inquietos en las explicaciones, algunos no alcanzan a ver bien al tablero, o éste les brilla por la posición del aula y del tablero, no todos llevan el cuaderno donde se desarrolla la actividad asignada, ni tienen esferos y los demás implementos para hacer la tarea propuesta. El objetivo de la clase de geometría es que los estudiantes caractericen los polígonos y los clasifiquen.

Los estudiantes que intentan llevar a cabo la actividad, tardan alrededor de 20 minutos, cuando se empiezan acercar a la docente para presentarla o aclarar dudas, suena el timbre avisando que el tiempo para esta asignatura ha terminado y que ya llegará otro docente con otra área y tarea para ejecutar.

Por lo anterior, la docente considera que su clase se enmarca en una metodología tradicional, concluye también, que por el poco tiempo no puede prestar la suficiente atención a todos los estudiantes y que casi siempre sólo logra revisarles a los primeros 5 o 10 que terminan en clase la actividad, que los demás deben desarrollarla en casa, por lo que ellos no lo hacen de manera autónoma y se copian de los pocos que ya trabajaron.

Es una de las razones por la que se decide a iniciar un trabajo de investigación, para generar un ambiente de aprendizaje diferente, en el que los estudiantes interactúen entre sí, tengan mayor participación y sobre todo se motiven por aprender, expresando sus ideas y llegando a un conocimiento más significativo. No sólo pensado para cumplir un horario y llevar un cuaderno con una temática determinada.

4.2 Resultados y análisis de la encuesta: aprendizaje de la geometría

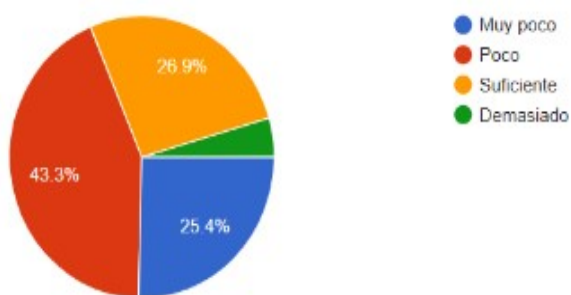
La encuesta se diseñó en el año 2018 y aplico en el 2019 a estudiantes de grado séptimo, utilizando el muestreo aleatorio simple como técnica de muestreo probabilístico en la cual según Scheaffer y Mendenhall (2007) citados por Serna (2013) “se selecciona un grupo de n unidades de muestreo de modo que cada muestra de tamaño n tenga la misma oportunidad de ser seleccionada” (p.54).

En este sentido se seleccionaron estudiantes al azar de cada grupo de los cuatro séptimos, se les comento acerca del trabajo y quienes desearon escribir y diligenciar la encuesta, fueron 16

estudiantes de tres grupos (7-2, 7-3 y 7-4) y 17 del grupo (7-1), que es el grupo piloto de trabajo en esta propuesta de unidad didáctica.

Los resultados obtenidos permitieron validar el problema de investigación, hacer análisis y reflexionar frente a las categorías establecidas previamente, así mismo estos resultados, permiten tener un panorama de la situación actual en el aprendizaje de esta asignatura, evaluar la metodología y didáctica actual y concluir que tan importante es la implementación de nuevas estrategias.

4.2.1 En la institución, el tiempo dedicado a aprender geometría es...



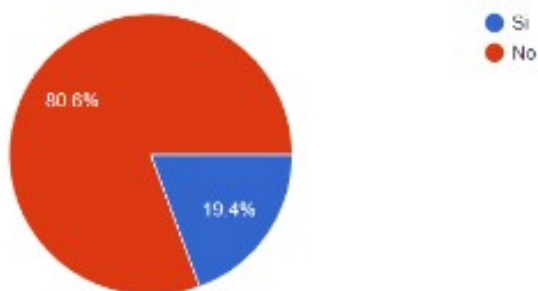
Gráfica 1. Tiempo dedicado a aprender geometría

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo a las respuestas aportadas por los estudiantes encuestados, se puede afirmar que en la institución José Celestino Mutis, el tiempo dedicado a la asignatura de geometría es poco, un porcentaje alto de ellos lo reafirman.

Esto en relación con la observación en el desarrollo de las clases, se evidencia en el momento que no se alcanza a revisar a todos los estudiantes, ni se puede dedicar tiempo a la participación.

4.2.2 ¿En la institución hay suficientes recursos para el aprendizaje de la geometría?

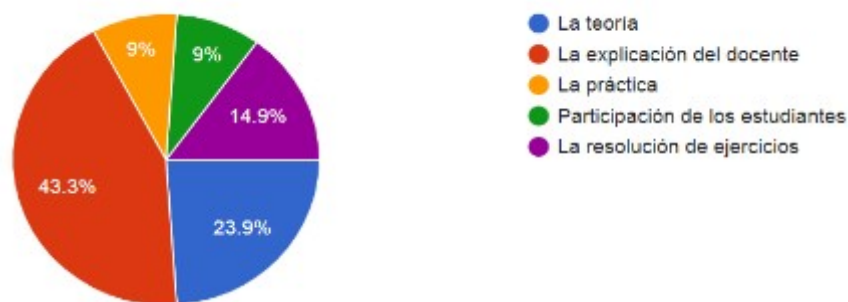


Gráfica 2. Recursos de la institución para aprender geometría

Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, al responder esta pregunta sobre los recursos con los que cuenta la institución, para el desarrollo de la clase de geometría, se observa que no se cuentan con recursos, pues en la encuesta la mayoría de estudiantes así lo afirma, en este sentido los docentes deben ingeniarse cómo llevar a cabo la clase.

4.2.3 La clase de geometría se desarrolla, basada principalmente en...



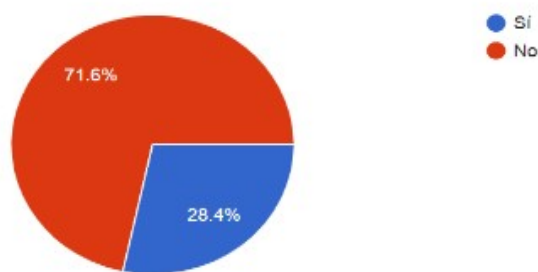
Gráfica 3. Aspectos sobre los que se desarrolla la clase de geometría.

Fuente: Elaboración propia.

A la pregunta, en qué se centra el desarrollo de la clase de geometría, un alto porcentaje de los estudiantes afirman, que ésta se ubica en las explicaciones de la docente. Esto relacionado con las anteriores preguntas, como los escasos recursos con los que se cuentan, hace que el docente oriente sus clases de una manera tradicional, convirtiéndose en el papel más importante en la clase y las actividades programadas y ejecutadas.

Esta forma de abordar los conceptos geométricos, poco o nada contribuye a que hay un aprendizaje significativo en los estudiantes, pues entonces, esta reducido a una forma memorística.

4.2.4 La clase de geometría tiene en cuenta aspectos cotidianos



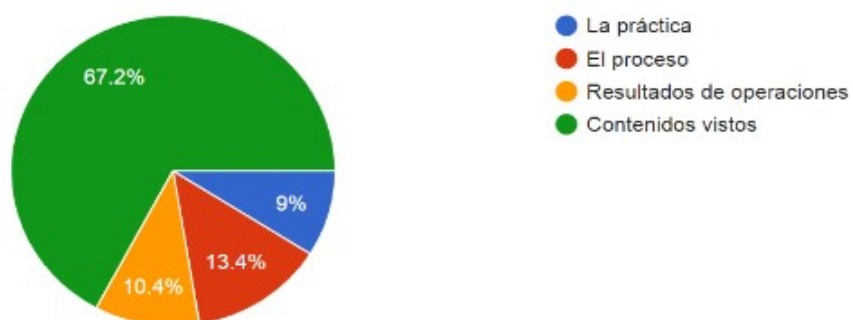
Gráfica 4. La clase de geometría tiene en cuenta aspectos cotidianos.

Fuente: Elaboración propia.

Sumado a los aspectos anteriores, se encuentra que por el poco tiempo, los pocos recursos y el estilo tradicionalista; en la clase de geometría poco o nada se relacionan aspectos cotidianos, para el aprendizaje, se deja de lado el contexto en el que se halla ubicada la institución y en el que se desenvuelven los estudiantes, haciendo de esta un área difícil de comprender y vista quizá solo de manera abstracta y sin mostrar aplicaciones concretas.

En 2016, Alsina et al. afirma que entre las estrategias que poco se utilizan esta la vinculación de los contenidos geométricos con el medio, la cultura o con otras áreas, que suelen ser innumerables si se conocen las aplicaciones de la geometría en la realidad, ajustando estas aplicaciones a los problemas elementales que observan los estudiantes

4.2.5 La evaluación de geometría se enfoca en...

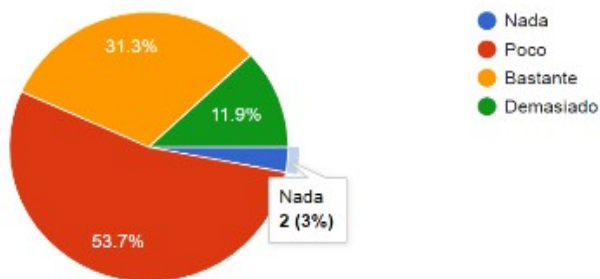


Gráfica 5. Evaluación de geometría.

Fuente: Elaboración propia.

Todo proceso requiere de una evaluación, que permita determinar en qué nivel se han alcanzado los objetivos, para este caso, los estudiantes encuestados reiteran, en sus respuestas que la clase de geometría es llevada a cabo desde el modelo pedagógico tradicionalista, que sólo busca llenar mentes de conceptos y conocimientos sin ir más allá o revisar su aplicación; de modo que la mayoría expresa que la evaluación es al final y se centra en los contenidos vistos, que previamente han sido explicados por la docente.

4.2.6 ¿Le gusta aprender geometría?

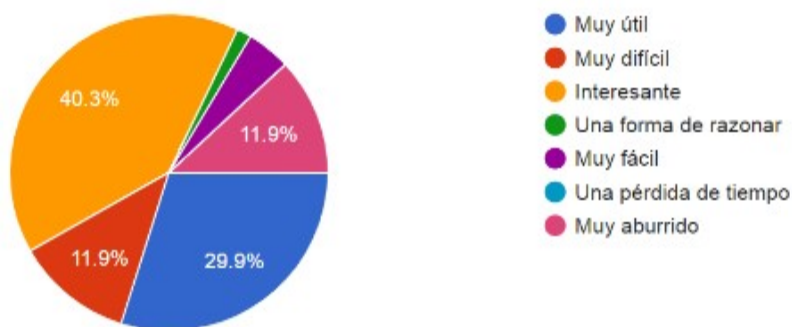


Gráfica 6. Gusto por aprender geometría

Fuente: Elaboración propia.

En consecuencia a los anteriores aspectos encontrados, relacionados con la clase de geometría, se percibe que a un alto porcentaje de estudiantes poco les gusta aprender geometría; se puede entender que no hay motivación.

4.2.7 Para usted aprender geometría es...



Gráfica 7. Para usted aprender geometría es...

Fuente: Elaboración propia.

En contraste con el ítem anterior que no les gusta actualmente la geometría, la mayoría de los estudiantes consideran que es interesante aprender esta área, por lo cual se hace necesario implementar otras estrategias que los motivé y les permita interpretar la realidad desde la geometría como base, para hacer representaciones de su mundo, puede ser desde construcciones elementales, actividades con rompecabezas, armar y desarmar figuras y en general acciones que lleven a los estudiantes a hacer manipulaciones de las visualizaciones reales, para la resolución de problemas sencillos que los ponen en contacto con la realidad de su entorno.

4.2.8 ¿Cómo le gustaría aprender geometría?

De acuerdo a las respuestas obtenidas, la información se clasifica en cinco subcategorías, que sugieren los estudiantes:

Didáctica: Cuando se habla de didáctica, se refiere inmediatamente a la enseñanza y al aprendizaje, que históricamente ha significado instruir, enseñar o explicar. Ahora bien, enseñar y aprender es un asunto práctico, que requiere de la combinación de la teoría y de la práctica, combinando el hacer y el saber.

En este sentido, la práctica resulta muy importante, el ser humano aprende de manera más significativa, mediante la exploración, observación y experiencia; en palabras de (Lucio, 1989) la didáctica “es el saber que tematiza el proceso de instrucción, método y estrategias” (p.03).

Por lo que aquí los estudiantes sugieren, que para las clases se empleen diversas estrategias, tipos de actividades, como salidas, uso de otros materiales, juegos y prácticas de lo aprendido y presentado por los docentes, piden observaciones, rompecabezas, representaciones reales de las cosas, hasta se atreven a proponer una transversalización con la naturaleza y el arte.

Rol del docente: En el proceso de enseñanza – aprendizaje, juega un papel primordial el rol que desempeña el docente, se evidencia que hasta el momento es un rol de autoridad y es quien imparte el conocimiento y evalúa. Sin embargo los estudiantes encuestados, sugieren que sea un mediador y guía en la clase de Geometría, que permita la participación de todos y promueva la interacción con el entorno y los conocimientos.

De modo que el docente, se convierta en la persona que invita a investigar, a ir más allá, a aprender y a construir conocimiento, que su rol no sea solo proporcionar información, sino por el contrario sea un mediador entre el conocimiento y el ambiente o entorno de los estudiantes.

Rol del estudiante: En el desarrollo de las clases de geometría, el estudiante asume un rol pasivo y receptivo, aunque en ocasiones no es disciplinado, ni atiende a las explicaciones del docente.

En este aspecto proponen que cada estudiante, sea quien participe de una manera más directa en su proceso de aprendizaje, para así fortalecer habilidades de auto-aprendizaje y ser más autónomo en la toma de decisiones, asumiendo con responsabilidad su proceso de formación, despertando y forjando su capacidad de asombro y conciencia de cuidado por su entorno, a partir de su realidad.

Tiempo: Como Se mencionó anteriormente, el tiempo dedicado a la clase geometría es un factor importante, ya que por más interés tanto del estudiante como del docente en desarrollar la clase, el tiempo que se dedica en la institución no es suficiente.

Los estudiantes proponen que se dedique más tiempo, ya que les parece que aprender geometría es útil e interesante.

Indiferencia: Para cuatro de los estudiantes encuestados, les es indiferente la manera cómo aprender geometría, afirman que así como se está realizando está bien.

Las anteriores subcategorías se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 6. Resumen subcategorías de acuerdo a encuesta

Categorías	Subcategorías	Código	Descripción	Observaciones	Registros
Enseñanza	Didáctica	D	Desde Brousseau (1989), entendida como el Arte de enseñar en relación a los medios y procedimientos que tienden a hacer conocer, esto interconectado con la transposición Didáctica.	Se sugieren emplear diferentes estrategias, como salidas, observaciones y representaciones.	Bitácora. Encuestas
	Rol del Docente	RD	De acuerdo a lo planteado en el marco teórico, con el aprendizaje significativo, el docente no sólo es transmisor de conocimiento, sino que se convierte en mediador entre el estudiante y el contexto.	Hasta el momento el docente es simplemente una autoridad que imparte conocimiento, se sugiere sea un mediador y guía en todo el proceso.	Bitácora. Encuestas
	Tiempo dedicado a la clase de Geometría	TDG	Desde las percepciones de los estudiantes y las observaciones realizadas, se hace necesario implementar más tiempo a la clase de geometría.	Es evidente que el tiempo para la clase de geometría es muy poco, los estudiantes sugieren mayor tiempo y relación con otras áreas.	Bitácora. Encuestas.
Aprendizaje	Rol del estudiante	RE	Siguiendo los planteamientos de Ausubel, es un sujeto activo, responsable, que esta constantemente reelaborando sus estructuras y representaciones, capaz de emplear en diversas situaciones lo aprendido.	Hasta el momento es pasivo y receptivo, se sugiere tenga más participación e interacción entre pares.	Bitácora. Encuestas.
	Ambiente de aprendizaje	AA	En este aspecto debe haber conexión de varios elementos como los físicos, sensoriales, didácticos, emocionales y sociales.	Para lo que algunos estudiantes sugieren cambiar de espacio para aprender y desarrollar las clases.	Diálogo, encuesta.
	Indiferente	I	Cuando un estudiante manifiesta que le es indiferente, genera ambigüedad, o esta de acuerdo o no le interesa para nada su proceso de aprendizaje, quizá ha perdido el interés.	Para 4 estudiantes encuestados, les es indiferente la manera cómo se enseña y aprende geometría.	Bitácora. Encuestas.
Innovación pedagógica	Uso de otros recursos	IUR	El empleo de diversos recursos en geometría, permite una apropiación más clara y adecuada de los conocimientos.	Se emplean recursos muy tradicionales, como es tablero y cuaderno.	Experiencia propia, observación

Fuente propia

CAPÍTULO IV

En esta sección mediante un ejercicio de poligrafía social, realizado con los estudiantes participantes, se reconoce y caracterizan elementos del entorno, que son fuente para el aprendizaje de la geometría plana. Sirviendo como base para generar esquemas de modelación matemática. Llama la atención, en especial las formas, colores y tamaños de la diversidad de frutas.

Con este ejercicio se fortalece la capacidad de asombro en los estudiantes, se verifica la influencia del contexto mejorando el ambiente de aprendizaje, haciendo que éste sea más significativo.

5 Elementos de la Geometría Plana Presentes en Patrones Geométricos de la Naturaleza Medrados por el Estudio Matemático de Algunas Frutas y Ambientes Naturales

De acuerdo a la información presentada anteriormente en esta investigación, se han fijado unas categorías y subcategorías para evaluar la metodología que responden a la intención principal. Las cuales han servido para profundizar en la experiencia y analizar los procesos que han llevado a cabo los estudiantes.

Considerando adecuado un cambio en el ambiente de aprendizaje, centrado en revisar el entorno próximo de la institución y de los estudiantes; pues con anterioridad se ha descrito que no se sale del aula de clase y los procesos de enseñanza- aprendizaje están basados en lo tradicional, aspectos que desde esta propuesta se han pretendido cambiar.

Lo anterior motivados en los resultados de las observaciones, encuestas y diálogos con los estudiantes, que manifiestan falta de variedad de actividades y espacios para aprender la geometría.

Para la recopilación de estos datos, en esta fase se ha realizado una salida, con previo consentimiento de los directivos de la Institución Educativa y padres de familia de los estudiantes participantes, acompañados por la docente investigadora. El recorrido por el entorno cercano al colegio, estuvo orientado por unas preguntas generadoras en una guía titulada “*Recorro mi entorno y lo represento*”.

Durante la experiencia se realizaron las siguientes actividades.

5.1 Organización de los equipos de trabajo

Se establecieron equipos de trabajo de 3 o 4 estudiantes, en el que cada uno aportó desde sus habilidades, intereses y capacidades para el desarrollo de la actividad, fortaleciendo así mismo las relaciones interpersonales entre el grupo, en cada equipo se llevaba mínimo un celular para tomar fotografías y grabar entrevistas como medio de recolección de la información. Al inicio de la actividad, se generó una especie de competencia entre los equipos por ser los primeros en obtener los datos y una especie de egoísmo en la obtención de las fuentes de información. Sin embargo, con anterioridad se habían acordado unos puntos de reunión, en los que la docente hacía revisión, escuchaba dudas y daba sugerencias para el resto del recorrido; en uno de ellos se aclaró que no era competencia y que se trataba de un espacio de aprendizaje y como tal también se hacía necesario compartir fuentes de información, y acordar turnos, a lo que en adelante fueron más receptivos y organizados.

5.2 Aprendiendo desde la realidad y la interacción

Desde la categoría de enseñanza- aprendizaje de la geometría y específicamente desde la subcategoría, contextualización del aprendizaje (CA), se le apostó a un proceso fuera del aula y fuera de la institución, pues los espacios dentro del colegio son pocos, se aprovechó para reconocer el entorno donde se encuentra ubicado el colegio. Así como lo plantea Valero (2002) se hizo uso del contexto por interacción y acorde a Marmolejo (2018) al contexto real y auténtico. Esto conllevó a reconocer el entorno, la comunidad, las problemáticas y sobre todo a observar con ojos matemáticos el espacio próximo, a reconocer en situaciones extra-matemáticas la aplicación de dicha área y en especial de la geometría, resaltándose acá la importancia de una Educación Matemática Realista, que propicia los ambientes para acercarse a la modelación.

Recorrer estos espacios, entre otras cosas, permitió volver a rescatar y fortalecer la capacidad de asombro en los estudiantes, generó más dudas e ideas sobre los recursos naturales y su conservación, conllevando a plantearse metas para cuidar y tener más conciencia sobre el medio ambiente que los rodea, favoreció la transversalización de las matemáticas con las demás áreas del conocimiento.

5.3 Fotografías y videos

Son herramientas que permiten la recolección y registro de información, para el caso de esta actividad, los estudiantes organizados por grupos llevaban un celular con el que tomaron

fotos y grabaron pequeños videos del entorno. Permitiendo luego hacer una representación y reconstrucción más cercana a la realidad, por lo que el uso de estas herramientas audiovisuales acercaron más a los estudiantes a conocer el entorno y tener más elementos para su comprensión; así mismo generaron conciencia en los estudiantes sobre el uso de este material y el hecho de pedir el consentimiento a las personas para que se dejaran grabar.

A través de estos instrumentos los estudiantes lograron registrar variedad de imágenes y entrevistas a las personas del sector, que se convirtieron en un insumo fundamental para analizar y extraer información acorde al tema de investigación.

5.4 Organizando los datos y representando el entorno

Seguidamente a la realización del recorrido y la recolección de la información por parte de los equipos establecidos entre los estudiantes, se procede a realizar la representación haciendo uso de la poligrafía social, en pliegos papel bond y con la ayuda de diversos materiales se representa el recorrido, resaltando diversas características y aspectos como en lo físico, social, ambiental y económico, según lo sugerido en la guía 1 (ver Anexo 2).

5.5 Resultados

De acuerdo a la anterior información, el desarrollo de la guía 1 es el inicio a la modelación matemática, bajo la premisa principal que se debe partir del mundo real, desde la observación, descripción, explicación de una realidad, de modo que la matematización permite entender y relacionar las matemáticas con la realidad.

En la actividad “*Recorro mi entorno y lo represento*” los estudiantes estuvieron de cerca con su propio entorno y contexto, ya que en ese sector habita la mayoría de ellos con sus familias, °fue una oportunidad para dar una mirada crítica y reflexiva a la cotidianidad y sobre todo darle una mirada matemática a lo que los rodea.

A continuación se presenta el mapa tomado desde Google Maps y la representación hecho por los estudiantes del recorrido, resaltando los aspectos que a ellos les llamaron la atención.

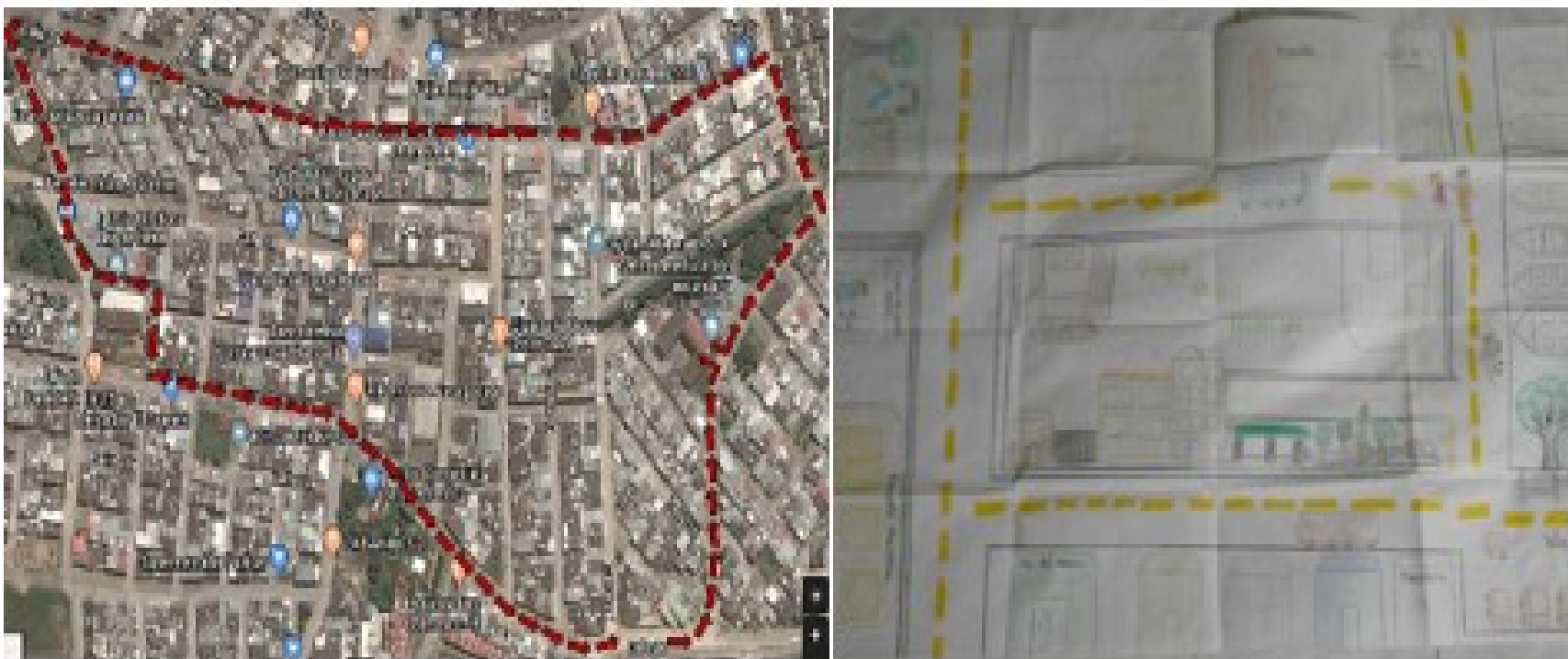


Ilustración 2. Mapa del sector

Fuente: Tomado de la aplicación Google Maps y desarrollo de los estudiantes.

Fue un recorrido guiado y acompañado por la docente investigadora, inicialmente se dio una mirada general al entorno; resumiendo en los aspectos físicos, sociales, ambientales y económicos.

Tabla 7. Aspectos físicos, sociales, ambientales y económicos

Físicos	Sociales
<p>Durante la salida se recorrió por un terreno plano en el sector urbano del Municipio, en la comuna Sur Oriental; al iniciar cruzamos por un caño, que lo rodean varios árboles, sin embargo, ha sido intervenido por el hombre, pues se encuentra canalizado, se observa bastante contaminación, el agua es sucia y alrededor se arrojan basuras.</p> <p>En el trayecto se pudo observar variedad de plantas, sobre todo ornamentales en los antejardines de las casas y algunas mascotas.</p> <p>Es evidente que al ser un terreno urbano, ya ha sido totalmente intervenido por el hombre, buscando satisfacer sus propios necesidades e intereses.</p>	<p>Las viviendas en su mayoría son casas y edificios multifamiliares, los habitantes viven en arriendo.</p> <p>Se observa que las personas que permanecen en las casas, son personas de la tercera edad; mientras los demás miembros trabajan.</p> <p>En el sector está ubicada principalmente la institución José Celestino Mutis, con la sede de bachillerato, durante el recorrido pasamos por la sede Yira Castro y Macarena, por otro lado se ubica un jardín del Bienestar Familiar en el Barrio Obrero, que presta el servicio en el salón comunal del barrio. En este sector también está ubicado un puesto de salud y un CAI de la policía.</p>
Ambientales	Económicos
<p>En el sector que se recorrió se encuentran ubicados los barrios Comuneros, Santa Bárbara, Obrero y Macarena, por allí y muy cerca al colegio pasa una quebrada llamada Manila, que ha sido canalizada y los habitantes la conocen como el caño, presenta bastante contaminación.</p> <p>Siguiendo el recorrido, todo del sector urbano se evidencia que las calles están pavimentadas, no hay unos lugares aptos para la disposición de los residuos, las personas sacan las basuras al frente de sus casas cuando pasa el carro recolector, que es tres veces a la semana; sin embargo, no todos lo hacen así, por lo que hay basuras arrojadas en las calles o los perros causan estos desordenes.</p>	<p>El sector es de tipo residencial, se observan: tiendas de barrio, cuarterías, peluquerías, restaurantes, panaderías, almacenes de ropa, papelerías, entre otros, por lo que la mayoría de los habitantes tienen empleos informales.</p> <p>A los estudiantes les llamo la atención que existen varias cuarterías, todas relativamente muy cerca y al indagar por los precios estos varían considerablemente entre una y otra, aun cuando son los mismos productos.</p> <p>Se observó que comercializan variedad de productos, entre ellos verduras y frutas.</p> <p>Según la información obtenida, poco se desperdician.</p>

Fuente: Elaboración propia.

De esta experiencia los estudiantes centraron la mirada principalmente en la frutas, llamo la atención que hay gran variedad, que poseen diversidad de formas, tamaños y colores.

A continuación se presentan las frutas seleccionadas por los estudiantes en los distintos grupos.

- **Grupo 1: La naranja**



Ilustración 3. Naranja

Fuente: Fotografía tomada por estudiantes.

Características: Pertenece al grupo de los cítricos, proporciona vitaminas, especialmente la C. Se puede consumir así o en jugo.

Aspectos geométricos: Es redonda, amarilla; al partirla sus partes se ven proporcionales, si unimos sus puntos obtenemos un polígono regular.

- **Grupo 2: La fresa**



Ilustración 4. Fresa, fotografía proporcionada por estudiantes.

Fuente: Fotografía tomada por estudiantes.

Características: Es una fruta muy llamativa, de sabor dulce, se preparan diversos postres con ella, proporciona vitaminas para el ser humano.

Aspectos geométricos: Tiene aspecto triangular, es roja, se sacan rodajas que empiezan a conservar su aspecto y forma y van creciendo a medida que realiza el corte.

- **Grupo 3: La piña**



Ilustración 5. La piña

Fuente: Fotografía tomada por estudiantes.

Características: Esta fruta está cubierta por una cáscara de textura áspera, su pulpa es dulce y amarilla, proporciona bastante fibra al organismo.

Aspectos geométricos: Se observan rombos, posee ángulos y en la distribución de las partes de la cáscara forman una espiral.

- **Grupo 4: La sandía**



Ilustración 6. Sandía

Fuente: Fotografía tomada por estudiantes.

Características: La fruta completa es ovalada, es grande, la recubre una cáscara fuerte, por dentro esta la pulpa, posee muchas semillas. Es dulce y proporciona líquido.

Aspectos geométricos: Es ovalada, al cortarla puede tomar diversas formas, como círculos o triángulos, que a su vez se convierten en elementos repetitivos.

- **Grupo 5: El kiwi**



Ilustración 7. Kiwi

Fuente: Fotografía tomada por estudiantes.

Características: Esta fruta está cubierta por una cáscara de textura áspera, es un poco ácida pero deliciosa, por dentro es de color verde.

Aspectos geométricos: En su mayoría son ovaladas, al cortarla en su interior se observan rayos, que reflejan ángulos agudos; al cortarla en partes rodajas se empieza a repetir el patrón de circunferencias con los rayos de los ángulos.



Ilustración 8. Cortes de Kiwi

Fuente: Fotografía tomada por estudiantes.

- **Grupo 6: La papaya**



Ilustración 9. Papaya

Fuente: Fotografía tomada por estudiantes.

Características: Es dulce, muy blanda, facilita la digestión.

Aspectos geométricos: Es ovalada, al cortarla se observa la formación de una figura, puede ser un círculo, una estrella, entre otras.

5.6 Conclusiones e interpretación

Mediante el desarrollo de esta actividad, se está haciendo uso de un contexto auténtico usando el entorno de los estudiantes y situaciones cotidianas para estudiar y aprender geometría, ya que la mayoría de estudiantes habitan en el sector, y salir con otra intención permite comprender de una manera más contextualizada y didáctica las matemáticas; es favorable para implementar una didáctica realista como afirma (Bressan, 2016), donde los estudiantes son artífices de diversas producciones dentro de la EMR, en este sentido es válido afirmar que el desarrollo de estas actividades se convierte en un medio para acercarse a procesos de modelación.

Por otro lado, se evidencia que la mayoría de los estudiantes se encuentran en nivel de razonamiento entre análisis y ordenación, de acuerdo a los planteamientos de Van Hiele, enmarcado en la fase de orientación dirigida, los estudiantes han explorado el entorno, a través de una guía con la que han llegado a descubrir, comprender y aprender o reforzar conceptos geométricos, siguiendo fases como lo planteado en el pensamiento computacional (TC) de descomposición de una situación, en este caso el entorno y su complejidad, para observar especialmente características matemáticas, de allí se fue centrando en el interés de la mayoría de




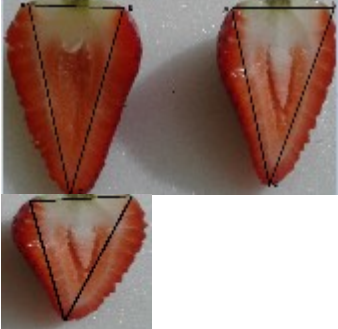
los estudiantes como lo fue la situación ambiental y los aspectos geométricos de las frutas, seguidamente pasaron a reconocer patrones o elementos propios de la geometría.





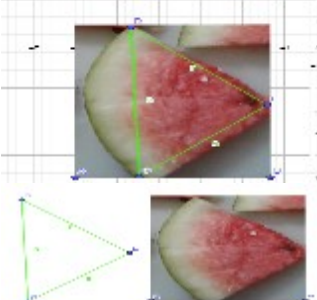

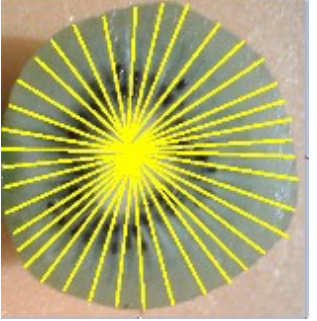
Otro aspecto favorable y de resaltar es el cambio de (AA) ambiente de aprendizaje, los estudiantes están acostumbrados a recibir la clase en un aula de cuatro paredes y escuchando a la docente, esta fue una oportunidad para salir e interactuar entre ellos, con otras personas y otros elementos, así mismo fueron gestores de su propio aprendizaje, lo que permitió una mejor disposición en la clase.

Para hacer transversal esta actividad, en una sesión se hizo uso del software Geogebra, que los estudiantes desconocían hasta el momento; los que cuentan con teléfonos móviles descargaron la aplicación; sin embargo en la institución se solicitó el aula de informática y allí se llevó a cabo la actividad de la guía 2 (ver anexo 3).

Luego con ayuda de Paint y Geogebra, se ha iniciado a representar los elementos geométricos obtenidos en las frutas seleccionadas, como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 8. Presentación de resultados de esquemas realizados en Paint por los estudiantes

Fotografía/contexto	Esquemización	Interpretación
		<p>Involucrar al estudiante en el proceso de modelación, es parte fundamental para que el mismo obtenga y analice información. Además que hace parte de su aprendizaje significativo (AA), logra relacionar conceptos previos con su realidad, como se menciona en la bitácora (B5) (ver anexos). Que esto ocurra gran parte se debe a la implementación de la Educación Matemática Realista (EMR). En la imagen se analiza y traza con la ayuda de Paint el polígono, que se encuentra en el endocarpo de la naranja, es decir la pulpa que se consume, que a la vez se subdivide en septas, geoméricamente se compone de triángulos. Permitiendo reforzar términos, como segmento y punto.</p>
		<p>De acuerdo a las observaciones en el entorno, se encontró que en la fresa está presente el triángulo (EGN) usando Paint, se esquematizo y permite hallar semejanzas con el triángulo isósceles, con este esquema se puede ver como el proceso de modelación matemática (MM) de la forma, conlleva a realizar una descripción del objeto desde las características geométricas.</p>

Fotografía/contexto	Esquemmatización	Interpretación
		
		<p>En esta fruta, los estudiantes se aproximaron más a la identificación de un patrón geométrico, desde el pensamiento computacional (TC); señalaron que es repetitivo el rombo y a su vez genera la forma de la piña, en este proceso relacionaron una realidad con la forma. Aunque manifestaron que fue una de las que se les dificultó un poco esquematizarla.</p>
		<p>El uso de otros recursos (UR), ha permitido a los estudiantes explorar y relacionar sus conocimientos previos, generando capacidad de asombro y mirando la realidad con ojos matemáticos; a través del proceso de modelación se teje una estrecha relación entre el mundo externo y las matemáticas, donde los resultados son razonables en el contexto real (CA) de los estudiantes. Con la sandía, se pasó de ver la fruta como un todo hasta llegar a encontrar en sus partes la relación con el triángulo.</p>
		<p>En la observación del kiwi, los estudiantes resaltan varios aspectos geométricos, como es el caso de asociarlo con una circunferencia, tener ángulos agudos y entre ellos formarse pequeños triángulos. De modo que hay (EGN).</p>

Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO V

En el desarrollo de este capítulo se expone la propuesta para la aplicación de la modelación y representación matemática en la geometría, mediada por el uso de algunas herramientas tecnológicas, se analizan resultados y se presentan conclusiones al respecto, del trabajo realizado con los estudiantes participantes.

6 Ambiente de Aprendizaje Mediado por GeoGebra para Favorecer el Aprendizaje Significativo desde la Modelación Matemática de Elementos del Contexto

Tradicionalmente el ambiente de aprendizaje se ha entendido sólo como desarrollar una actividad de aprendizaje dentro de un aula de clase y dirigida por un docente a un grupo de estudiantes, es decir que ese ambiente no trasciende de las cuatro paredes de un salón y se podría afirmar que lo establece el docente acorde a la temática que se va a desarrollar, generando así un estilo tradicionalista y mecanicista.

De acuerdo a las observaciones y reflexiones de las clases uno de los aspectos en los que se hace énfasis en este estudio, es precisamente ese, el ambiente de aprendizaje que se tiene en cada una de las clases, de acuerdo a Irais (2014), y cambiando esa visión tradicional, entendiéndolo como el vínculo que debe existir entre todos los elementos que se puedan disponer como apoyo para que el educando desarrolle un problema, lo interprete, plantee y llegue a posibles soluciones; ese vínculo debe reunir diversas herramientas y circunstancias físicas, humanas, sociales y culturales, de este modo se contribuye a la generación de un aprendizaje significativo.

En el marco del desarrollo de esta propuesta se busca precisamente propiciar ambientes de aprendizaje adecuados para el desarrollo y fortalecimiento de competencias en el área de Matemáticas y específicamente desde la asignatura de Geometría, encaminados a la construcción y aplicación de los saberes en diferentes contextos y realidades, por un lado cambiando el rol del docente, siendo éste guía y mediador, y por el otro el rol del estudiante siendo más responsable, participativo y autónomo, con desarrollo de competencias comunicativas y humanas en la interacción con el otro.

En este sentido, se empleó la mediación de recursos tecnológicos como es el caso de Paint y Geogebra, yendo en contravía de lo meramente instruccional, buscando transformar las prácticas y sobre todo atendiendo a los intereses y motivaciones de los estudiantes.

Para el desarrollo de esta fase se siguió la siguiente metodología: de acuerdo al recorrido realizado con los estudiantes, al registro y caracterización de elementos geométricos, se procede a desarrollar una serie de actividades empleando recursos tecnológicos que fortalecieran la modelación, es decir que se pudieran explicar sus atributos desde la Geometría, observando cómo se generan algunos patrones geométricos y como es el comportamiento de los mismos, con cada uno de los grupos se seleccionó una fruta con características geométricas, que luego fue plasmada y modelada en diversas herramientas, desde el lápiz y papel hasta el uso de Paint y Geogebra.

6.1 Análisis y resultados

En el proceso de matematización horizontal, como lo plantea Freudenthal (1991), implica ir de la realidad al mundo matemático, pasando por diferentes actividades, entre ellas identificar en el entorno un problema o situación llamativa y representarla de diferentes maneras, en este aspecto se hace relevante la participación directa del estudiante, desde que sea él quien seleccione los datos de su interés hasta quien realice su propia representación, lo que lo mantiene interesado y motivado, caso contrario cuando el docente es quien le lleva y le suministra los datos, es precisamente lo que se realizó en este estudio, el estudiante fue involucrado siempre en todas las actividades.

El proceso de matematización se empieza a visualizar en el momento que el estudiante selecciona la fruta con patrones geométricos, es decir que posee figuras de la misma forma y que se repiten en series, hasta el momento que plasma dichos patrones en la creación y representación de su modelo, como se resume en B 6 (Ver anexo 1).

Para el caso de la naranja, en su corte se puede observar directamente que está formada por triángulos y que la sucesión (PG) de los mismos conlleva a una sola figura, esto está asociado con los procesos de (TC), como es el caso de la descomposición que se mencionan en otro apartado de este trabajo y la esquematización, que conllevaron a los estudiantes a descubrir regularidades y diferenciarlas.

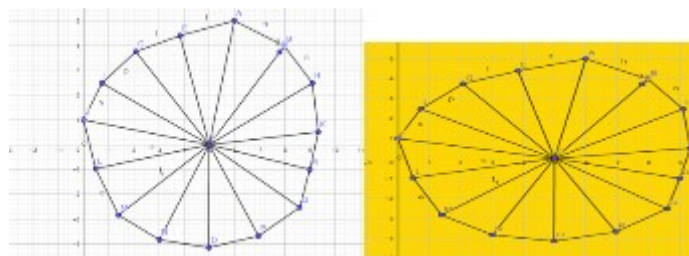


Ilustración 10. Modelo de la naranja realizado por grupo 1

Fuente: Estudiantes grupo 1.

En la ilustración 10, se puede evidenciar como los estudiantes lograron hacer uso de las TIC y graficar el modelo matemático de la naranja. De este modo, se aproximaron a la abstracción, realizando una comparación entre la fruta real y la gráfica obtenida, así que el estudiante debió hacer dicha comparación con referencia a como se distribuyen los triángulos en la naranja y asociarlo con el modelo creado por ellos mismos.

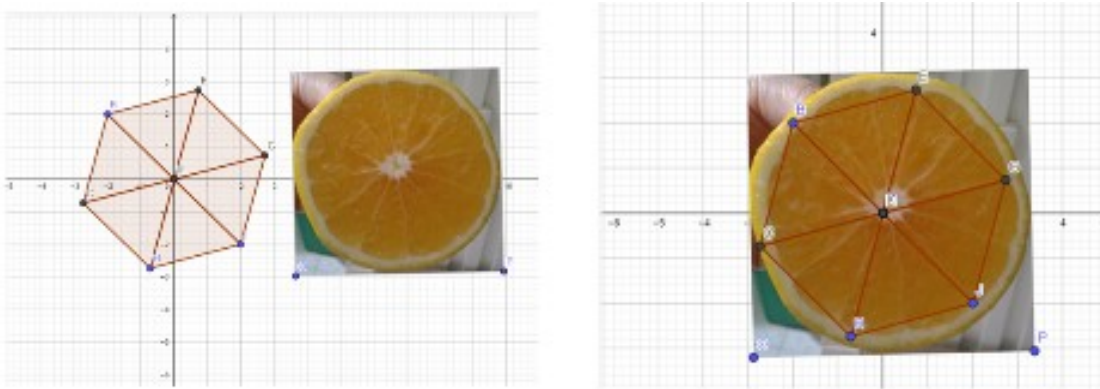


Ilustración 11. Modelo de la naranja realizado por grupo 2

Fuente: Estudiantes grupo 2.

En la ilustración 11, se observa otro modelo acerca de las formas presentes en la naranja, en este caso los estudiantes optaron por agrupar varios triángulos que a su vez este proceso lleva a la obtención de la naranja, acá no solo relacionaron los triángulos sino que concluyeron que la reunión de varios permite dar origen a un hexágono, que a su vez está ubicado dentro del corte de la fruta.

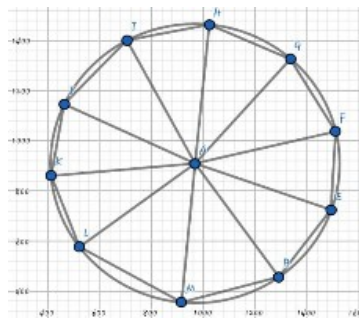


Ilustración 12. Modelo de la naranja realizado por grupo 3

Fuente: Estudiantes grupo 3.

Para este caso los estudiantes contaban con la aplicación de Geogebra en su dispositivo móvil, observaron que está compuesta por una circunferencia que a la vez la componen internamente varios triángulos y que todos guardan proporcionalidad y semejanza.

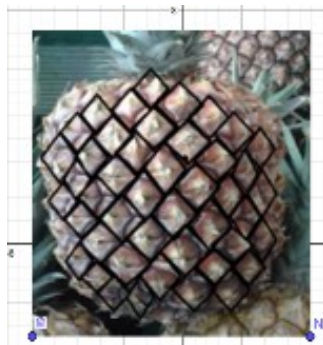


Ilustración 13. Modelo Geométrico de la piña realizado por estudiantes, grupo 4
Fuente: Estudiantes grupo 4.

Los estudiantes que seleccionaron la piña, afirman que posee diversos elementos geométricos en la formación de su cáscara, están muy bien distribuidas las formas y son muy semejantes, además de los espacios que quedan entre ellos son simétricos.

Las formas geométricas que más les permitieron aproximarse a la distribución de la piña fueron los rombos, determinado así mismo las características de ellos, como lo son lados paralelos y ángulos iguales. El estudio de las formas de objetos de la realidad (EMR) es uno de los componentes de los patrones geométricos, dado que favorece la descripción de las características por partes hasta llegar al todo de la figura; por otro lado tiene aplicaciones en diversas áreas; es decir, es transversal puesto que se ajusta este aspecto al énfasis de la institución como lo es diseño gráfico para la construcción.

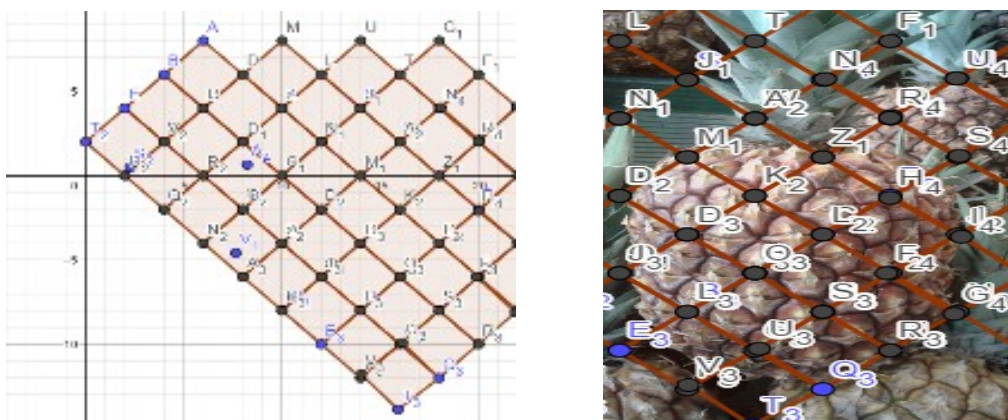


Ilustración 14. Modelo matemático de la piña, grupo 5
Fuente: Estudiantes grupo 5.

En otro grupo el modelo de la piña, también se asoció con los rombos, en este caso se quiso mostrar como la secuenciación de varios de ellos conducen a la formación de la fruta completa, aunque afirmaron que construirlo manualmente fue fácil pero llevarlo a Geogebra resultó un poco engorroso, quizá por la falta de habilidad en el manejo de la aplicación.

En este sentido, los elementos de la geometría como lo son los puntos, las líneas y los planos, se asumen como los más complicados, puesto que son los que dan origen a todos los demás sistemas geométricos, que fueron los que los estudiantes acá emplearon.



Ilustración 15. Modelo geométrico del Kiwi, por estudiantes grupo 6

Fuente: Estudiantes grupo 6.

En este caso, los estudiantes identificaron que la sucesión de los ángulos y a la vez pequeños triángulos que se originan en cada corte del kiwi, aún cuando se hacen cortes pequeños o grandes esta sucesión se mantiene.

Acá se puede mencionar que esta experiencia permitió realizar modelado a partir de las formas y patrones que estas conservan en algunas frutas, de manera que la modelación facilitó la obtención de las características, explicando una realidad, a lo que se puede afirmar que la geometría explica o moldea las formas para luego buscarle aplicaciones.

De acuerdo a lo anterior, otro factor relevante en este estudio es la mediación que ejerce el uso de herramientas tecnológicas como el celular que hoy en día se ha vuelto una necesidad en el ser humano, aunque por falta de educación o conciencia no se emplea de manera adecuada, especialmente por los adolescentes que se la pasan solo en redes sociales compartiendo fotos e información que en la mayoría de las veces carece de sentido y veracidad; desconociendo la ayuda en el aprendizaje que puede ofrecer.

Lo que acá se logro fue incorporar algunas de estas herramientas para fortalecer y ayudar en la motivación y creación de ambientes de aprendizaje más agradables, además de realizar la esquematización de los patrones geométricos observados en el entorno.

Al mismo tiempo esa mediación es un eje fundamental para transformar las prácticas pedagógicas, por un lado el estudiante tiene una herramienta y recurso distinto, se ubica en otro espacio, revisa y reflexiona sobre su propio entorno y realidad, empieza a cambiar el rol (RE) que antes cumplía como un simple receptor a ser un agente activo y autónomo en el proceso de enseñanza- aprendizaje, le permite la interacción con el docente y con sus pares, simultáneamente ocurre con el rol del docente (RD), quien ahora es un guía que acompaña dicho proceso.

De acuerdo al compromiso pedagógico de las Instituciones Educativas de acompañar en un proceso de formación integral de los estudiantes, que encierra el desarrollo del pensamiento crítico, la capacidad para comunicar, para tomar decisiones, explorar, crear, proponer y seleccionar información, es decir, abarca todas las dimensiones humanas. Y una manera de estar a la vanguardia con la tecnología es enseñar a emplearla y mostrar sus ventajas y desventajas. En el caso concreto de la modelación de patrones de la naturaleza, el uso de las herramientas tecnológicas favorece procesos de visualización, abstracción y comprobación.

En este capítulo se analizan las categorías planteadas para efectos de esta investigación en relación a la Unidad Didáctica (UD) diseñada y desarrollada con los estudiantes de grado séptimo (701) y se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 9. Análisis de categorías

Categoría	Subcategorías	Autores	Análisis
Aprendizaje-enseñanza de geometría	Ambientes de aprendizaje	Van hiele establece fases en el aprendizaje de la Geometría.	La relación de enseñanza – aprendizaje ha cambiado la visión tradicionalista de la educación, dejando de ser meramente antropocéntrica y haciéndose énfasis en una visión de cuidado, se podría hablar de un bio-aprendizaje, A partir de entornos naturales que conlleven a la conciencia y apropiación de los territorios como la máxima riqueza. Desde donde se hace ideal iniciar el aprendizaje y este será más significativo, en lo que se refiere a la Geometría facilita identificar el nivel en el que se encuentra el estudiante (Van Hiele) y así relacionar los conceptos.
	Contextualización del aprendizaje	Villa Ochoa (2011) y Valero (2002), aportan clasificación de contextos y su importancia en el	La expresión contexto, suele tener diferentes interpretaciones, para este caso se ubicó, desde la utilización de entornos reales y a partir de situaciones que surgieron de la interacción, que luego permitieron ser simuladas y modeladas dentro del aula de clase, como fue el caso de la

Categoría	Subcategorías	Autores	Análisis
		aprendizaje.	observación de las frutas. Por lo que el aprendizaje no fue mecánico y dirigido meramente por el docente, fue de reflexión, interacción y aplicación.
	Modelación y representación matemática	Freudenthal (1971) y Villa Ochoa (2007), brindan significados y resaltan la importancia de la modelación matemática en el aprendizaje de la geometría. EMR	Partiendo del contexto general y real los estudiantes lograron esquematizar y organizar información que fuera de su interés, establecieron relaciones y regularidades en algunas frutas y otros elementos del entorno. Donde se hace propicio aplicar diferentes estrategias desde la EMR, donde la idea central, es que la matemática y geometría debe ser conectada con la realidad, hacerse interesante a los estudiantes y ser fuente relevante para la sociedad, aquí juega un papel primordial la matematización que se caracteriza por ser ese proceso que va de la realidad fuera del mundo matemático a la formulación matemática. De acuerdo a Villa Ochoa la matematización horizontal, en este estudio ocurrió cuando del entorno (frutas) se llegó a la construcción de símbolos, para dar explicaciones.
	Didáctica	Lucio (1989) y Brousseau (1989) Se interesan en definir la didáctica, este último da especificaciones desde el área propia de las matemáticas.	Una de las dificultades presentadas y que dio origen a este estudio, fue la monotonía en las estrategias empleadas en la enseñanza – aprendizaje de la Geometría, por lo que se hizo una reflexión en torno a esto y llevo a realizar una transposición didáctica propia del área, en la que se basará a partir del nivel de razonamiento e intereses de los estudiantes. Con elementos del medio y uso de herramientas tecnológicas, basadas en el pensamiento computacional (TC) se facilita el aprendizaje iniciando por la descomposición de situaciones e identificación de regularidades.
Aspectos de la educación básica colombiana (AEBC)	Enfoque de los contenidos Transversalidad	MEN: Estándares y DBA Decreto 1743	Desde el Ministerio de Educación Nacional se orienta todo el proceso educativo en cada una de las instituciones como se mencionó en otro capítulo; artículos como los estándares y los Derechos Básicos de Aprendizaje en cada una de las áreas pretenden orientar lo que debe aprender un estudiante en cada nivel; sin embargo, a veces los docentes caen en el error de no ir más allá y enfocar de una manera distinta a la tradicional e integrar ese conocimiento. Con el desarrollo de la unidad didáctica (UD) se evidencio que es posible tratar varios temas y de manera transversal involucrando la parte legal y las necesidades propias de cada institución. Aquí surgió de algún modo otra categoría interesante a tener en cuenta en la actualidad, con la crisis ambiental que está viviendo el planeta y podría denominar como el ecoaprendizaje, enfatizando en el cuidado de lo que rodea al ser

Categoría	Subcategorías	Autores	Análisis
			humano y generando conciencia por no ser dueño del universo, sino tan solo una pequeña parte de él.
Innovación pedagógica	Elementos geométricos en la naturaleza	Van Hiele Freudenthal	En este apartado de manera explícita, se centra la atención en la Geometría, que como rama de las matemáticas favorece la transversalidad con otras áreas y permite desarrollar procesos de modelación. Por otro lado, siguiendo las palabras de Galileo Galilei, en cuanto afirma que la naturaleza está escrita en lenguaje matemático y que ese lenguaje son las figuras; es una de las premisas para haber desarrollado este estudio, puesto que desde el entorno se estudió la Geometría y miro con ojos matemáticos todo lo que nos rodea, descubriendo regularidades, reconociendo semejanzas y diferencias en los modelos creados de las frutas.
	Unidad didáctica	Jorba & Sanmartí (1996), destaca la importancia de sistematizar actividades en unidades didácticas.	En ocasiones surgen ideas a desarrollar con los estudiantes, sin embargo no se sistematizan. Una forma de tener una planeación organizada y secuencial, resulta ser la unidad didáctica que favorece la creación de ambientes de aprendizaje, además facilita la conexión con todas las dimensiones humanas. En este estudio la unidad didáctica, contribuyó a la integración de aspectos actitudinales, cognitivos y procedimentales ligados al pensamiento computacional y el uso de herramientas tecnológicas, como lo fue Paint y Geogebra.
	Integración de herramientas tecnológicas	Pensamiento Computacional (TC) Software Geogebra	El pensamiento computacional contiene habilidades que también son propias de las matemáticas como lo son moldear y descomponer una situación, reconocer patrones, procesar datos y presentar resultados; es decir que TC y Geometría están relacionadas. Para este estudio se empleó Paint y Geogebra en donde los estudiantes, llevaron a cabo la esquematización y representación de las regularidades identificadas en el entorno, más específicamente en algunas frutas, como la naranja, en kiwi y la piña, analizando entre otras cosas sus aspectos isomorfos que tienen su origen en las figuras geométricas, como triángulos, rombos, comprendidos otros elementos como puntos, ángulos y segmentos.

Fuente: Elaboración propia.

Continuando con la aplicación de la Unidad didáctica y en relación con lo expuesto en el Pensamiento computacional (TC) y a los niveles según Van Hiele, se construye la estructura de la naranja, teniendo en cuenta la posición de los estudiantes y el nivel de abstracción, en cuanto que el endocarpio y con él las septas internas de la naranja forman triángulos equiláteros; es decir, se

observa un polígono regular con varios lados, como una sucesión de triángulos equiláteros, que al aplicarle transformaciones geométricas, como es el caso de la rotación se llega a un polígono compuesto, como se muestra en la siguiente secuencia de imágenes logradas por algunos estudiantes.

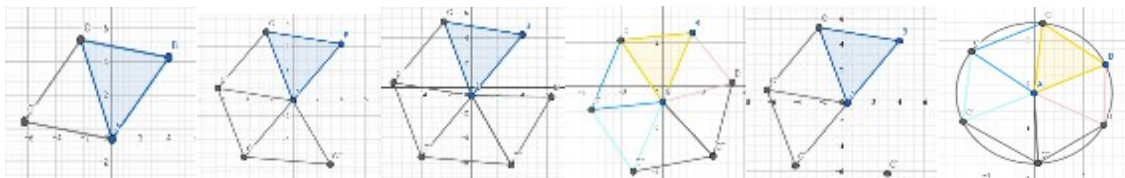


Ilustración 16. Rotación de polígonos, grupo 1

Fuente: Estudiantes grupo 1.

Para este grupo la naranja la componen triángulos equiláteros, al realizar la rotación a uno de los puntos en sentido anti horario, se logra con esta secuencia llegar a la estructura total de la naranja, que sería otro polígono regular inscrito en una circunferencia, este aspecto los estudiantes se están aproximando a un nivel de abstracción superior e inicios en lo que sería el diseño de algoritmos (TC).

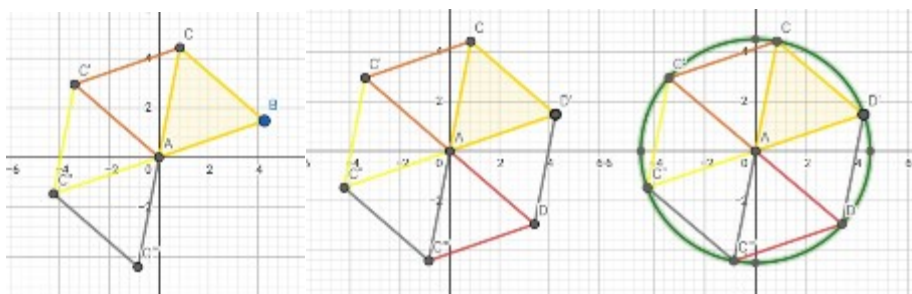


Ilustración 17. Rotación de polígonos, grupo 2

Fuente: Estudiantes grupo 2.

En este grupo se observa un mayor dominio de las herramientas de Geogebra, acá los estudiantes quisieron ambientar con color cada uno de los triángulos que componen la estructura interna de la naranja, también indicaron que este polígono es regular y se encuentra inscrito en una circunferencia, por otro lado aplicaron una programación de 60° anti horario para realizar la rotación y con esta secuencia alcanzar la totalidad de la fruta.

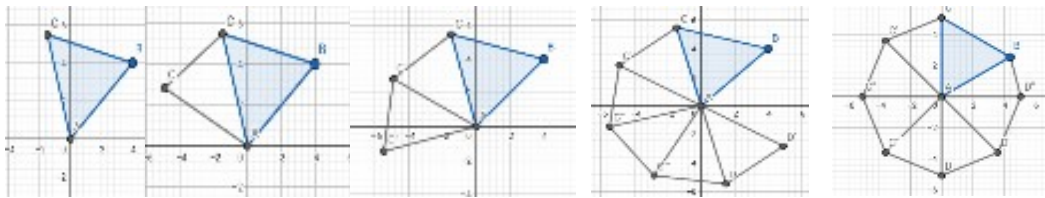


Ilustración 18. Rotación de polígonos, grupo 3

Fuente: Estudiantes grupo 3.

En la ilustración anterior, se observa que los estudiantes aplicaron un nivel de pensamiento diferente a los anteriores grupos, no usaron la programación de los 60° , sino que intentaron con 45° , según ellos presentando dificultad para que les coincidiera la figura; a pesar de esto expresan que en la morfología de las naranjas no siempre son circulares totalmente.

Por parte de los diferentes grupos, se concluye que al esquematizar la naranja se logran obtener diversas cantidades de triángulos y que esto se aproxima a la realidad, pues no todas las naranjas tienen siempre el mismo número de septas en su interior.

En estos casos se inició de una situación sencilla como lo fue el polígono regular de tres lados, que al aplicarle una transformación geométrica como lo es el caso de la rotación, con un punto fijo y un vértice rotaba cada vez la misma cantidad de grados, se logra encontrar una secuencia (patrón geométrico) en la totalidad de un polígono regular con mayor número de lados que a su vez estaba inscrito en una circunferencia.

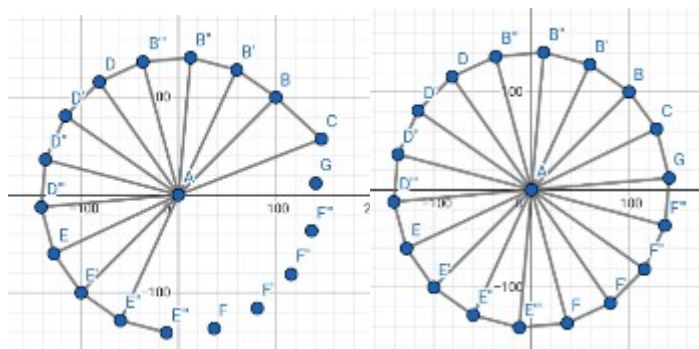


Ilustración 19. Rotación de polígonos, grupo 4

Fuente: Estudiantes grupo 4.

Para este caso los estudiantes trazaron un triángulo de la composición inicial del kiwi, fueron asignando rotaciones a uno de los vértices con un punto fijo, desde esta visualización les permitió llegar a la generalización de la estructura interna del kiwi.

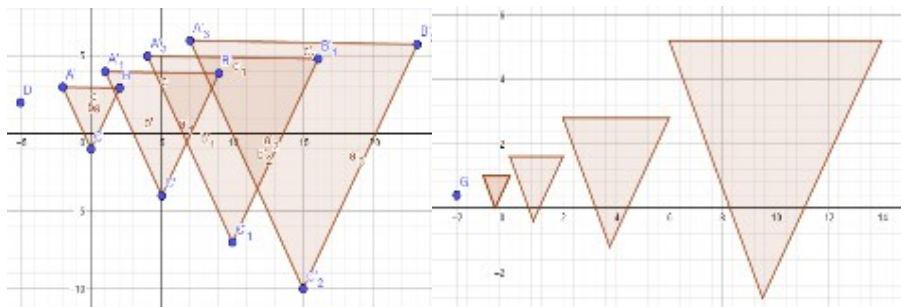


Ilustración 20. Esquemización de la fresa, grupo 5

Fuente: Estudiantes grupo 5.

Este grupo a través de una homotecia aplicada a un triángulo mediante el cual se modelaba la fresa, visualizaron que al hacer cortes a la fruta se mantiene la estructura de la misma.

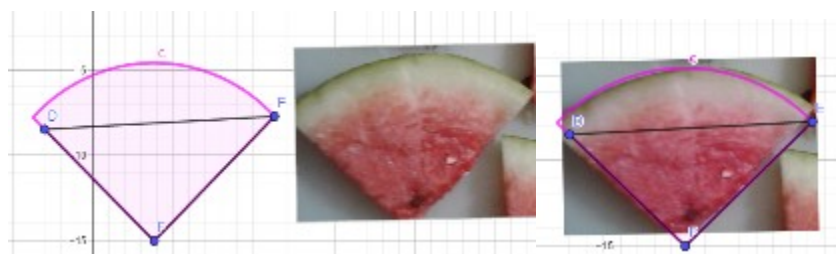


Ilustración 21. Esquemización de la sandía, grupo 6

Fuente: Estudiantes grupo 6.

Este grupo avanzó a un nivel diferente de abstracción y modelizó la sandía y a partir de las herramientas de Geogebra, como lo es la de sector circular, esquematizó la estructura de una tajada de sandía, integrando diversos elementos de la geometría.

En este apartado se resalta la importancia de trabajar la Geometría desde la realidad (EMR), desde donde se crean esquemas, se formulan y visualizan situaciones, se descubren relaciones y regularidades, se hallan semejanzas entre objetos y problemas cotidianos, de modo que esa realidad es la misma que permite validar información y hacer el aprendizaje más significativo.

Por otro lado, se resalta el uso de las herramientas tecnológicas como mediadores en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la Geometría, su adecuada utilización permite la motivación y la comprensión de conceptos que en ocasiones parecen ser meramente abstractos, favoreciendo la creación de ambientes de aprendizaje (AA) en los que tanto estudiantes como docentes aprenden y se comunican a través del desarrollo de las distintas actividades.

De acuerdo a Alsina, et al en 2016, con el desarrollo de actividades en las que se analiza la forma y los patrones geométricos de situaciones del entorno se genera interés por aprender la

cultura del espacio que a su vez favorece las conexiones con otras áreas, es decir, permite la transversalización entre otros aspectos con lo ambiental, lo histórico y lo artístico enriqueciendo el uso de diversos lenguajes, tecnologías y modelos.

7 Conclusiones y Recomendaciones

En el comienzo de esta investigación se presentó el problema: ¿Cómo contextualizar el aprendizaje de la geometría plana y polígonos a través de patrones geométricos en la naturaleza, con estudiantes de grado séptimo en la institución educativa José Celestino Mutis del municipio de Fusagasugá? El cual se planteó a partir de una preocupación que se concibió al interior del aula desde la experiencia propia de la docente investigadora. Esto condujo a que el objetivo se centrará en diseñar una estrategia didáctica en la que se les diera mayor participación a los estudiantes y a su vez permitiera contextualizar el aprendizaje de la geometría desde elementos de la naturaleza.

Para evidenciar cómo se alcanzó el propósito de esta investigación se retoman los objetivos y resultados que se presentaron en los capítulos 3, 4 y 5.

7.1 Aspectos Cotidianos en el Aprendizaje de la Geometría Plana por Parte de los Estudiantes

El interés en este apartado se centró en conocer las percepciones de los estudiantes en relación al desarrollo de la clase de Geometría y la manera cómo a ellos les gustaría aprender dicha rama de las matemáticas, con la aplicación y análisis de los instrumentos fijados para recolectar esta información se encontró:

Para los estudiantes aprender Geometría les parece interesante y además reconocen que es una rama de las matemáticas que tiene aplicación en diversos aspectos de la vida real, sin embargo, afirman que les parece monótona la manera en la que hasta el momento se está impartiendo y que el tiempo que se le dedica en la Institución es muy poco, por lo cual sólo se tiene en cuenta aspectos abstractos desde las explicaciones de la docente, de manera que poco o nada contribuye para un aprendizaje significativo y solo se busca reproducir conceptos en el desarrollo de los talleres y demás evaluaciones. Ante esto los estudiantes expresan sugerencias como que se dediqué más tiempo, se usen diversas herramientas y se relacione con aspectos cotidianos.

En este sentido surgen algunas subcategorías como lo son la didáctica (D), el rol del docente (RD), el tiempo dedicado a la clase de Geometría (TDG), rol del estudiante (RE), ambiente de aprendizaje (AA) y usos de otros recursos (IUR), subcategorías que atribuyen sentido al desarrollo de esta investigación y que conducen a fortalecer la propuesta de unidad

didáctica, entendiendo lo fundamental de integrar estos aspectos, de modo que se contribuye a que haya motivación en los estudiantes y permita un aprendizaje ubicado en contexto y significativo, aplicado a la realidad en la que se desenvuelven los estudiantes.

7.2 Elementos de la geometría plana presentes en patrones geométricos de la naturaleza mediados por el estudio matemático de algunas frutas y ambientes naturales

En esta sección se permitió a los estudiantes ser autónomos, desarrollar su capacidad de asombro, al encontrar en el entorno relación entre las formas empleadas en las matemáticas y las observadas en la naturaleza, en especial en las frutas, es decir que se encontró una dualidad entre las frutas y las matemáticas, y aún más explícito como a partir de la observación de las formas de las frutas se logran establecer modelos matemáticos y geométricos. Realizar este estudio desde el entorno favoreció para acercar a los estudiantes para reflexionar en diferentes aspectos, como el cuidado del entorno, cuidado de una alimentación saludable y organización de la economía en la canasta familiar.

Por medio del desarrollo de esta actividad, se logra establecer que los procesos de razonamiento de los estudiantes, de acuerdo con Van Hiele están entre análisis y ordenación, han explorado el entorno, descubriendo y comprendiendo conceptos geométricos en relación con los patrones observados, favoreciendo a su vez procesos de socialización entre pares, con la docente y con la sociedad.

Otro aspecto para resaltar es la integración de recursos tecnológicos para esquematizar y representar lo observado, de modo que hubo transversalización entre las áreas del conocimiento.

Finalmente los comentarios expresados por los estudiantes, reflejan motivación y agrado por el desarrollo de este tipo de actividades, que les permiten una aprehensión de la Geometría basada en lo real, así mismo favorece la toma de conciencia hacia el cuidado y preservación del medio ambiente, al cuidado del territorio en el que se ubican, contribuyendo a mejorar su calidad de vida y a forjar una sociedad con responsabilidad social y ambiental.

7.3 Ambiente de aprendizaje mediado por Geogebra para favorecer el aprendizaje significativo desde la modelación matemática de elementos del contexto

Los estudiantes en un inicio asumían la Geometría como una clase “teórica” que se daba en un aula y sin la aplicación de los conceptos expuestos por la docente. Tras la implementación de esta unidad didáctica logran establecer dos clases de enseñanza, la teórica, término asignado

por ellos, cuando se refieren a la tradicional; y las aplicadas y entretenidas, que consistieron en utilizar contenidos geométricos para explicar sus observaciones del entorno.

Es así como, se aplica el proceso de matematización, lo fundamental es ir de la realidad al mundo matemático pasando por diversas actividades, entre ellas identificar una situación en el entorno para representarla desde las matemáticas, este procesos se visualizó en el momento que los estudiantes centraron su interés en las frutas y establecieron relaciones con los patrones geométricos.

Desde la revisión de las categorías planteadas para efectos de este trabajo se logra evidenciar que la relación de enseñanza – aprendizaje paso de una visión tradicionalista, dejando de ser antropocéntrica a hacer énfasis en el cuidado y apropiación del territorio. De modo que se contextualizaron los contenidos, haciendo reflexión, interacción y aplicación de los mismos.

Los estudiantes se observaron motivados y a gusto empleando otras herramientas distintas al lápiz y papel, como lo fueron los recursos tecnológicos, que les permitieron emprender el proceso hacia la modelación, hacer ensayo y error, explorar variedad de opciones y verificar planteamientos geométricos. En este sentido, la tecnología cumplió un papel importante, mostrando que si se realiza un uso adecuado de la misma, facilita y agiliza procesos cognitivos.

Por otro lado, el tema tratado a partir de las formas y patrones geométricos desde las frutas permitió realizar una revisión y reflexión acerca del tema de la alimentación, entendiendo que la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación (FAO) y (Friedrich, 2014, p.319) se refiere al tema de la seguridad alimentaria, como un estado que “existe cuando todas las personas tienen, en todo momento, acceso físico, social y económico a alimentos suficientes, inocuos y nutritivos que satisfacen sus necesidades energéticas diarias y preferencias alimentarias, para llevar una vida activa y sana”.

Acá se menciona como cerca de 821 millones de personas sufren de hambre, aun cuando en el mundo se producen suficientes alimentos, pero que quizá por las políticas y la distribución inequitativa de los recursos en la sociedad, se carece de ellos. Desde la salida con los estudiantes y en la recolección de la información se evidencia como muchas veces se dañan en este caso las frutas y no se aprovechan de la mejor manera.

Con el desarrollo de esta investigación se buscó aportar a la creación de conocimiento desde la naturaleza y pensando en la conservación y cuidado de las misma, apuntando a esa responsabilidad social y ambiental que debe tener todo ser humano, aquí el docente se convirtió

en un mediador para ver la naturaleza de otra manera, no solo como aquella que proporciona alimento y hábitat, sino como aquella de la cual se debe aprender, pensando en cuidar para el presente y el futuro de todas las generaciones.

Siguiendo los planteamientos de Galileo Galilei mencionados en el transcurso de este estudio, la matemática es una herramienta útil y aplicable para estudiar los fenómenos, hechos y composición de la naturaleza, lo cual se incluyó en el planteamiento de los objetivos, al buscar contextualizar el aprendizaje de la Geometría desde el entorno de los estudiantes que permitiera desencadenar diversas interpretaciones, aprendizajes y reflexiones integradas a la Geometría y a la conciencia por cuidar no solo la integridad física sino la del entorno y de la de la naturaleza que los rodea.

Es así, como los estudiantes en la implementación de ésta unidad didáctica se observan motivados, al introducir un cambio de escenario que les permitiera el desarrollo de la capacidad de asombro, de observación y de reconocimiento de su entorno, respondiendo con mayor autonomía en su proceso de aprendizaje e incluso proponiendo temas de futuros estudios. A los estudiantes les asombró encontrar una dualidad entre la naturaleza y las matemáticas, en especial con la Geometría, como es el caso que en algo que la mayoría a diario consume, como lo son las frutas se aproximaran a las formas geométricas.

Estudiar la Geometría desde el contexto de los estudiantes, admitió la transversalidad entre distintas áreas del conocimiento, como las ciencias Naturales al indagar por el proceso de producción de las frutas, Sociales al ubicarse y recorrer el entorno en el que se encuentra la Institución, Español al redactar y presentar los resultados obtenidos, artística al representar las observaciones, tecnología en el uso de diferentes herramientas para recolectar la información y legar a la modelación de las formas encontradas.

Por otro lado, en los comentarios y entrevistas realizadas por los estudiantes, se refleja el interés por el cuidado del medio ambiente, de cierto modo el ejercicio los ha conllevado a la toma de conciencia hacia el cuidado del medio ambiente, como forma de pensar en el bienestar propio y del entorno, acercándose a los principios de la ética medio ambiental.

Establecer relaciones a partir de situaciones de representación matemática, entre el contexto y los procesos cognitivos, hacen que los estudiantes estén involucrados en la generación de una mirada reflexiva entre la modelación y el entorno próximo, así mismo permite una

conexión entre lo teórico y lo práctico, lo que resulta fructífero y significativo tanto para docente como estudiante, para dar una explicación al mundo real.

Esta propuesta conlleva a la generación de procesos de modelación integrando el uso de recursos tecnológicos y desarrollando procesos elementales en los estudiantes, como la exploración, desde el momento que se realiza el recorrido y se inicia a observar todo lo que allí se encuentra, lo que coincide con los aportes de Van Hiele y cada una de las etapas del proceso de aprendizaje de la geometría.

Por otro lado, se evidenciaron procesos de Pensamiento Computacional al descomponer una situación y llegar a la representación de la misma, haciendo diversos esquemas para descubrir las relaciones y diferencias entre las formas y los patrones que allí se forman, entretejiendo así procesos cognitivos más complejos, aproximándose a procesos de abstracción de las características geométricas de las frutas. Los estudiantes lograron asociar las formas y las regularidades de algunas frutas, a través de la representación manual y de las herramientas de Paint y Geogebra.

La modelación matemática, ya incluida y sugerida por el Ministerio de Educación (MEN), es una herramienta metodológica que favorece la resolución y comprensión de situaciones, desde una mirada y aplicación real acorde al contexto de los estudiantes y desde los intereses de ellos mismos, como bien lo afirma Freudenthal (1989) al referirse a la matematización como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para ser reconstruidas de manera mental.

7.4 Relaciones de Influencia

Recordando en este apartado la hipótesis planteada para efectos de esta investigación, surge la idea de verificar los elementos allí planteados y en relación con las categorías abordadas a lo largo del trabajo desde una perspectiva sistémica, es decir vista como una totalidad y no sólo de manera lineal. En el Diagrama 1 se representan las Relaciones de Influencia entre las Categorías Analíticas de la Tabla 5, esta estructura permite visualizar el patrón de conducta del presente proceso investigativo que ha direccionado las acciones y la toma de decisiones en cada uno de los momentos de su desarrollo.

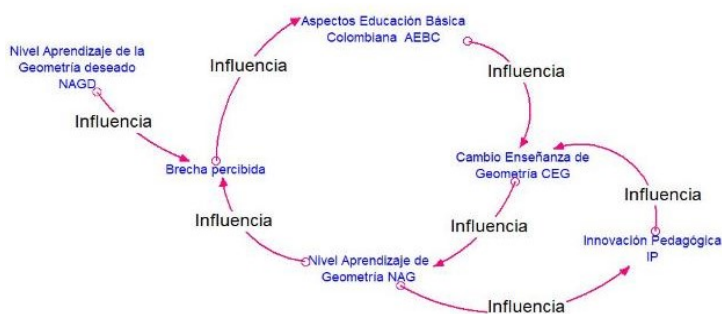


Diagrama 1. Relaciones de Influencia entre Categorías Deductivas

Fuente: Mg. Martha Lidia Barreto.

La estructura del Diagrama 1, puede ser comprendida tomando como punto inicial cualquier Categoría Analítica representada a través de las relaciones esquematizadas en los círculos causales, siguiendo la dirección de las flechas que representan la Influencia entre ellas.

Las acciones de la docente – investigadora determinan el punto de partida, en este caso fue la selección y determinación de referentes clave existentes en los aspectos de la educación básica colombiana (AEBC) que tienen relación con las temáticas que han sido objeto de estudio en esta investigación. Esta influencia generó cambios sobre la planificación y acción en el proceso de enseñanza de la geometría (CEG), cuya influencia también implicó cambios en el Nivel de aprendizaje de la geometría (NAG) en los estudiantes participantes y observados.

El proceso de observación y evaluación continua de los logros alcanzados por los estudiantes permitió identificar el Nivel actual de aprendizaje de la geometría (NAG), y percibir la brecha (es decir, la diferencia entre el NAGD deseado y el NAG actual). Ese nivel de aprendizaje deseado (NAGD) es la meta a alcanzar a largo plazo. En ese proceso continuo en la búsqueda de lograr la Meta, es decir, incrementar el Nivel de aprendizaje de la geometría (NAG) en los aspectos relacionados con la Modelación de Patrones Geométricos en la Naturaleza, impulsa a la reflexión continua sobre la acción y con una mirada retrospectiva y prospectiva introducir los procesos de innovación pedagógica (IP) que genera un segundo círculo causal en el Diagrama 1, representado por la relación de influencia entre las categorías analíticas de innovación pedagógica (IP), cuya influencia también genera cambios en el proceso de enseñanza de la geometría (CEG) incrementando su influencia sobre el Nivel de aprendizaje de la geometría (NAG) actual produciendo un ciclo de realimentación reforzadora al impulsar nuevas acciones de

Innovación pedagógica (IP), y garantizar la evolución del sistema, dotándolo de características propias de un sistema que evoluciona en el tiempo.

En el Diagrama 2 se presenta la estructura dinámica lograda en el presente proceso de investigación, facilitando la visualización del patrón de conducta desde el cual se ha configurado el diseño de la Unidad Didáctica.

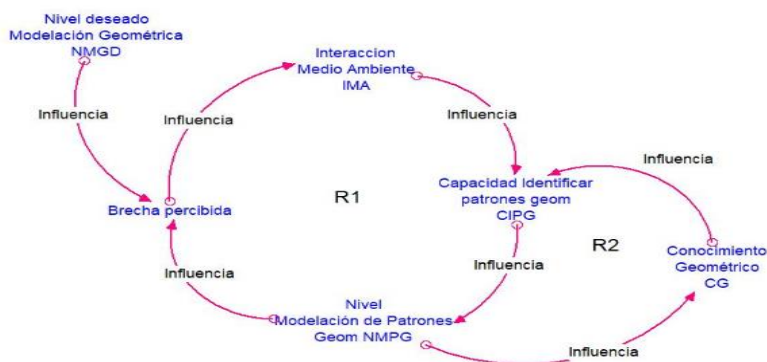


Diagrama 2. Relaciones de influencia entre categorías Inductivas

Fuente: Mg. Martha Lidia Barreto.

En el Diagrama 2 se observa que como producto del desarrollo del proceso investigativo, surgieron las siguientes Categorías Inductivas:

Tabla 10. Categorías Inductivas

Categorías Inductivas	Código	Descripción
Interacción con el Medio Ambiente	IMA	Se convirtió en eje central de la propuesta didáctica, pues desde la influencia del entorno se despertaron intereses de los estudiantes por aprender, el entorno es el principal maestro y a su vez posee todo un lenguaje matemático para redescubrir.
Conocimiento geométrico	CG	Referido al estudio y comprensión de las formas y el espacio con sus respectivas características y regularidades, que favorece el desarrollo de habilidades en los estudiantes para desenvolverse en un mundo que cada vez demanda más creatividad e ingenio.
Capacidad para identificar patrones geométricos	CIPG	Como resultado de integrar la IMA y el CG antes mencionados, se fortalece el desarrollo de procesos cognitivos para establecer regularidades en elementos del entorno y explicarlos desde la geometría.
Nivel de Modelación de Patrones Geométricos	NMPG	Los textos en la mayoría de los casos están alejados de la aplicación a la realidad de los estudiantes, por esto desde la IMA se conocen habilidades y se cierra la brecha entre lo abstracto y lo real.
Nivel deseado de Modelación Geométrica	NMGD	Proceso clave para apreciar y comprender el mundo real, de una manera accesible a los estudiantes, logrado a través de una transposición didáctica.

Fuente: Elaboración propia.

Al concebir el diseño e implementación de la Unidad Didáctica como una estructura circular que relaciona en forma dinámica las Categorías Inductivas descritas en la Tabla 8, se concluye que el proceso didáctico tiene como punto de partida las Interacciones con el Medio Ambiente (IMA) y el acceso gradual y continuo al Conocimiento Geométrico (CG). La influencia de estas dos categorías inductivas se verá reflejada en Cambios en la Capacidad de los estudiantes para Identificar Patrones Geométricos (CIPG) y por consiguiente, en la variación en el Nivel de desarrollo de habilidades para Modelar Patrones Geométricos (NMPG).

Durante el proceso a través de la observación, monitoreo del proceso de aprendizaje de los estudiantes y reflexión continua sobre la acción, se percibe una brecha que con el paso del tiempo se espera disminuya en la medida que el Nivel de las habilidades para Modelar Patrones Geométricos se aproximen a la Meta o Nivel deseado de Modelación Geométrica.

Es importante destacar, que este proceso percibido en forma cíclica evoluciona en el tiempo generando nuevos patrones de conducta que enriquecerán los resultados actuales de la investigación abriendo la posibilidad para abordar el futuro próximo procesos de sistematización y planificación que conduzcan a la estructuración de nuevas Unidades Didácticas.

Como recomendación, se abre la invitación a trabajar la modelación matemática desde la educación pre escolar y primaria, para que de este modo los estudiantes se motiven, afiancen y desarrollen habilidades en esos niveles, de modo que cada vez se les potencialicen más.

En este sentido, también se requiere que en las instituciones se den espacios y recursos tecnológicos para todas las áreas, no solo en informática y tecnología.

7.5 Perspectivas Futuras de la Investigación

Con este trabajo de investigación, se permitió contextualizar el aprendizaje de Geometría desde una mirada matemática al entorno real, lo cual requirió una serie de esfuerzos para conseguir los espacios y recursos, se pretende que se generen más recursos y espacios tecnológicos para el área de matemáticas y continuar realizando un trabajo transversal.

Queda latente la posibilidad al trabajo de modelación dinámica desde el mismo reconocimiento de los patrones geométricos del entorno, desde la educación primaria hasta secundaria, no solo frutas sino entre diversidad de situaciones del entorno real.

Por otro lado darle continuidad, con la participación como auxiliar de investigación en el proyecto número 56: Red Regional de Modelación Computacional para la Educación y en la

vinculación al grupo de Investigación e Innovación en Modelación Matemática y Computacional (GIIMMYC) que lidera la directora de este trabajo, para llegar a incursionar en el modelado 3D.

Bibliografía

- Abrate, R., Delgado, G., & Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), 1-9. Obtenido de <https://rieoei.org/RIE/article/view/2598>
- Alsina, Á., Novo, M. L., & Moreno, A. (2016). Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: Aprendizaje realista de la geometría en Educación Infantil. *Educación Matemática en la Infancia*, 5(1), 1-20. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/8423/>
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241. Obtenido de <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1024312321077>
- Avendaño, W. R. (2012). La Educación Ambiental (EA) como herramienta de la responsabilidad social. *Luna Azul*(35), 95-115. Obtenido de <http://www.redalyc.org/pdf/3217/321727349006.pdf>
- Barrantes, M., & Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didáctica.*, 241-250.
- Barrantes, M., & Zapata, M. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto*, 27(1), 55-71. Obtenido de <https://mascvuex.unex.es/revistas/index.php/campoabierto/article/view/1985>
- Berrios, F. C. (2015). Formas de concebir a la naturaleza desde los enfoques curriculares. *Revista Integra Educativa*, 8(3), 107. Obtenido de http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1997-40432015000300008
- Borda, O. F. (1985). *El problema de cómo investigar la realidad para transformarla: por la praxis*. Tercer mundo. Obtenido de <https://es.scribd.com/doc/182600280/Fals-Borda-El-Problema-de-Como-Investigar-La-Realidad-Para-Transformarla-Por-La-Praxis-epub>
- Braña, J. P. (2003). En B. Mandelbrot, *Introducción a la geometría fractal* (pág. 50). Buenos Aires: Universidad del Bío-Bío - Departamentos de Ciencias de la Educación. Obtenido

- de
http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1998/3/Valdes_Vasquez_Patricio.pdf
- Bressan, A. M., Gallego, M. F., Pérez, S., & Zolkower, B. (2016). Educación Matemática Realista Bases teóricas. Obtenido de http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2016/03/Modulo_teoría_EMER-Final.pdf
- Calvino, I. (2009). El libro de la naturaleza en Galileo. *Revista de Cultura Científica*, 129, 50-53. Obtenido de <https://www.revistaciencias.unam.mx/en/42-revistas/revista-ciencias-95/186-el-libro-de-la-naturaleza-en-galileo-.html>
- Camargo, L., & Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*(32), 4. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142012000200001
- Caride, J. A., Gradaílle, R., & Caballo, M. B. (2015). De la pedagogía social como educación, a la educación social como pedagogía. *Perfiles Educativos*, 37(148), 04-11. Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982015000200016
- Colmenares, A. M., & Piñero, L. (2008). La Investigación Acción: Una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socio-educativas. *Laurus*, 14(27), 96-114. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=76111892006>
- Colombia. (1991). *Constitución Política Nacional*. Obtenido de <http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=4125>
- Colombia Aprende. (2003). *¿Qué hay que saber de las competencias matemáticas?* Obtenido de <http://colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-103987.html>
- Colombia, Congreso de la República. (8 de febrero de 1994). Ley 115 de 1994; Por la cual se expide la Ley General de Educación. *Diario Oficial No. 41.214*. Bogotá, D.C.
- Colombia, Congreso de la República. (8 de febrero de 1994). Ley 115 de 1994; por la cual se expide la Ley General de Educación. *Diario Oficial No. 41.214*. Bogotá, D.C.
- Colombia, M. d. (12 de mayo de 2003). *Colombia Aprende*. Obtenido de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-70799_archivo.pdf
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (5 de agosto de 1994). Decreto 1743 de 1994; por el cual se instituye el Proyecto de Educación Ambiental para todos los niveles de educación formal, se fijan criterios para la promoción de la educación ambiental no

- formal e informal y se establecen los mecanismos [...]. *Diario Oficial No. 41.476*. Bogotá, D.C. Obtenido de http://www.minambiente.gov.co/images/BosquesBiodiversidadyServiciosEcosistemicos/pdf/Normativa/Decretos/dec_1743_030894.pdf
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf
- Declaración de Río de Janeiro. (1992). *Declaración de Río de Janeiro*. FASOC, 14, N1-2.
- Friedrich, T. (2014). La seguridad alimentaria: retos actuales. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 48(4), 319-322. Obtenido de <http://www.redalyc.org/pdf/1930/193033033001.pdf>
- Gallego, D., Quiceno, Y., & Darlin, P. (2014). Unidades didácticas: Un camino para la transformación de la enseñanza de las ciencias desde un enfoque investigativo. *Tecné Episteme y Didaxis TED*, 923-934.
- Gamboa, R., & Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 125-142.
- García-Chato, G. I. (2014). Ambiente de aprendizaje: su significado en educación preescolar. *Revista de Educación y Desarrollo*, 29, 63-72.
- Godino, J. D. (2003). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Documento de trabajo del curso de doctorado "Teoría de la educación Matemática"*. Obtenido de <https://www.ugr.es/~jgodino/>
- Godino, J. D. (2009). Paradigmas, problemas y metodologías de investigación en didáctica de la matemática. *Colección Digital Eudoxus*, 16.
- Gómez, A. D. (2003). El método socrático y el modelo de Hiele. *Lecturas matemáticas*, 99-121.
- Gómez, G. R., & Gil, J. (1996). Metodología cualitativa de la investigación. En G. R. Gómez, *Metodología cualitativa de la investigación*. Granada (España): Aljibe.
- Guillén, G., & Figueras, O. (2005). *Estudio exploratorio sobre la enseñanza de la geometría en primaria: curso-taller como técnica para la obtención de datos*. Obtenido de Funes: <http://funes.uniandes.edu.co/1316/>
- Guillén, G., & Pérez, S. (2009). Planteamiento de un proyecto de investigación sobre la enseñanza de la geometría en secundaria a través de diferentes enfoques. Utilización de

- un curso-taller como técnica para la obtención de datos. Obtenido de <https://www.uv.es/apregeom/archivos2/PerezGuillen09.pdf>
- Gutiérrez, Á., & Jaime, A. (1991). El modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: los giros. *Educación Matemática*, 49-65.
- Hernández, D. M. (1999). Una propuesta para la enseñanza de la geometría fractal en bachillerato. México.
- Kline, M. (1999). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Madrid: Alianza Editorial.
- Lucio, R. (1989). Educación y pedagogía, enseñanza y didáctica: diferencias y relaciones. *Revista de la Universidad de la Salle*(17), 35-45. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6643617>
- Mandelbrot, Benoît. (14 de marzo de 2014). *Fractales y el arte de la fracturación*. Obtenido de Didactalia.net: <https://didactalia.net/comunidad/materialeducativo/recurso/fractales-y-el-arte-de-la-fracturacion-por-benoit/3d5bba4e-3717-4d94-b135-83f1eb49a4be>
- Marmolejo, D. (2018). Maneras de atribuir sentidos y significados al contexto en actividades de modelación con estudiantes de séptimo grado. *[Trabajo de Maestría]*. Apartadó, Antioquia: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Obtenido de http://bibliotecadigital.udea.edu.co/dspace/bitstream/10495/9844/1/MarmolejoCorreaDeifer_2018_ModelacionMatematicaEnse%C3%B1anza.pdf
- Marmolejo, G., & Vega, M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, 24(3), 7-32. Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262012000300002
- Martínez, L. A. (2007). La observación y el diario de campo en la definición de un tema de investigación. *Revista Perfiles Libertadores*, 73-80. Obtenido de <https://escuelanormalsuperiorsanroque.files.wordpress.com/2015/01/9-la-observacin-y-el-diario-de-campo-en-la-definicin-de-un-tema-de-investigacin.pdf>
- Merayo, F. G. (18 de Noviembre de 2011). El nacimiento de la geometría. Madrid. Obtenido de <https://www.tutellus.com/ciencias-naturales/matematicas/descubre-el-nacimiento-de-la-geometria-713>

- Moreira, M. A. (1997). Aprendizaje significativo: un concepto subyacente. *Actas del encuentro internacional sobre el aprendizaje significativo*, (págs. 19-44). Brasil. Obtenido de <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubesp.pdf>
- Muñoz, C. (2008). *Del mapa escolar al territorio educativo*. Obtenido de https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/51707964/DEL_MAPA_ESCOLAR_AL_TERRITORIO_EDUCATIVO1.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1505184783&Signature=POFFq6hKzkjE5uL0R9rjqF3%2Fliq%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DDE
- Muñoz, L. M., Londoño, S. M., Jaramillo, C. M., & Villa-Ochoa, J. A. (2011). Contextos auténticos y la producción de modelos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 42, 48-67. Obtenido de <https://www.redalyc.org/html/1942/194230899004/>
- Pabón, O., Moreno, G., & Pineda, L. (2013). Geometría experimental y contextos matemáticos: estudio de la congruencia a través del diseño de logos. En P. Perry, *Memorias de 21º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (págs. 163-166). Cali: Universidad Pedagógica Nacional. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/9207/1/Geometria2013Pabon.pdf>
- Rahim, M., & Olson, A. (1998). Qualitative Patterns in Plane Geometry. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(3), 373-389. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/222947709_Qualitative_patterns_in_plane_geometry
- Rivera Quiroz, S., Jaramillo, M., & Londoño, C. (2016). Medida de áreas en contextos auténticos: un enfoque desde la modelación matemática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 48, 79-99. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/10562/>
- Rodríguez, J. (2013). Una mirada a la pedagogía tradicional y humanista. *Presencia universitaria*, 3(5), 36-45. Obtenido de http://eprints.uanl.mx/3681/1/Una_mirada_a_la_pedagog%C3%ADa_tradicional_y_humanista.pdf
- Salett, M., & Hein, N. (agosto de 2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf>

- Serna, J. H. (2013). Educación ambiental desde el uso del agua potable en la Institución Educativa Sol de Oriente a partir de la implementación de una unidad didáctica con integración de TIC. *[Documento de Trabajo]*. Medellín: Universidad Nacional - Sede Medellín. Obtenido de https://scholar.google.es/scholar?hl=es&as_sdt=0%2C5&q=EDUCACI%C3%93N+AMBIENTAL+DESDE+EL+USO+DEL+AGUA+POTABLE+EN+LA+INSTITUCI%C3%93N+EDUCATIVA+SOL+DE+ORIENTE+A+PARTIR+DE+LA+IMPLEMENTACI%C3%93N+DE+UNA+UNIDAD+DID%C3%81CTICA+CON+INTEGRACI%C3%93N+DE+TIC&btnG=
- Soto, S. (22 de Agosto de 2014). Responsabilidad climática, conciencia de un desequilibrio anunciado. *El Espectador*, pág. 1. Obtenido de <https://www.elespectador.com/noticias/medio-ambiente/responsabilidad-climatica-conciencia-de-un-desequilibrio-articulo-512218>
- Stevens, P. (1983). Augustin Augier's Arbre Botanique (1801), a remarkable early botanical representation of the natural system. *Taxon*, 33(2), 203-2011.
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Cuadrante*, 11(1), 33-40. Obtenido de <https://vbn.aau.dk/en/publications/consideraciones-sobre-el-contexto-y-la-educaci%C3%B3n-matem%C3%A1tica-para-/export/>
- Villa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 19, 63-85. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/959/>
- Villa, J., Bustamante, C., Berrío, M., Osorio, A., & Ocampo, D. (2009). Sentido de Realidad y Modelación Matemática: el caso de Alberto. *Revista de educación en ciencia y tecnología*, 2(2), 159-180. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/890/>
- Zapata, F. N. (2014). La geometría de las plantas: Una experiencia de modelación matemática en el pensamiento espacial y sistemas geométricos. Medellín, Colombia. Obtenido de <http://www.bdigital.unal.edu.co/46145/1/71229819.%202014.pdf>

ANEXOS

Anexo 1. Bitácoras

Bitácora 1.

Lugar: IEM José Celestino Mutis	Fecha: Agosto 29 de 2018	Aula: 01
Docente: Luz Stella Vega	Curso: 601	Asignatura: Geometría
Tema: Elementos de la Geometría	Bitácora: N° 01	
<p>Descripción de la clase:</p> <p>La clase inicia a las 6:35 a.m., la docente ingresa al aula los estudiantes ya tienen cada uno su puesto asignado y siempre se sientan en el mismo orden. Se realiza llamado a lista y se verifica con la carpeta que lleva el monitor. Seguidamente se solicita que saquen el cuaderno de Geometría, algunos estudiantes afirman que no lo llevaron, otros empiezan a buscar lápiz y esferos que tampoco llevan en sus útiles.</p> <p>La docente les facilita lapiceros a algunos, y les pide que así sea en una hoja desarrollen la actividad; hasta el momento ya han transcurrido 12 min, ya un poco indisputada se dirige a realizar la explicación del tema, inicia preguntado ¿cuál es el elemento más sencillo en Geometría? A lo que los estudiantes tardan en contestar, sin embargo un estudiante de manera dudosa afirma que el punto, ella le dice que sí; de ahí pide que marquen un punto y procede a darles la definición, luego continúa dictando las definiciones de segmento, recta, semirrecta, rectas paralelas, rectas perpendiculares y secantes.</p> <p>Cuando ya han registrado esto en los cuadernos los estudiantes, la docente pregunta que si tienen dudas, ninguno pregunta nada, procede a colocar una actividad la cual consiste en dar un ejemplo para cada caso y realizar un dibujo libre donde estén los elementos vistos.</p> <p>Mientras esto ocurre ya son las 7:15 a.m., se inicia el desarrollo la actividad y tres estudiantes empiezan a salir de su puesto, otros arrancan hojas, entre tanto otros dos estudiantes discuten por una regla. La docente interviene les llama la atención y aclara quien es el dueño de la regla. Otros estudiantes se colocan del puesto para preguntar si lo que han desarrollado está bien.</p> <p>Siendo las 7:20 a.m. suena el timbre y termina la clase, por lo que la docente les dice que deben terminar en la casa, que la próxima clase (en ocho días) les revisa, así mismo que deben llevar hojas blancas, regla y lápiz.</p> <p>Reflexiones:</p> <p>El aula de clase es pequeña y está organizada con las sillas dispuestas en fila, cada estudiante siempre está uno detrás del otro y como son 39, se observa hacinamiento, aunque la docente intenta pasar e interactuar con ellos el espacio no lo permite.</p> <p>Esto es un factor que influye en la relación entre docente- estudiante y entre estudiante – estudiante, no están los espacios suficientes.</p> <p>El tema se desarrolla de manera expositiva por la docente y el rol del estudiante es meramente receptor, poco hay participación, lo que hace que la clase se haya desarrollado de manera tradicionalista.</p> <p>Por falta de compromiso de los estudiantes, al no llevar sus elementos correspondientes se pierde tiempo y genera un ambiente de indisposición demostrando falta de interés y responsabilidad.</p> <p>Otro factor que no favorece mucho es el tiempo de la clase son 50 minutos (se están desarrollando juegos inter cursos por lo que se recortan las horas 10 minutos), esto entre llamados de atención, revisión de materiales para los estudiantes y desarrollar el tema es muy poco.</p>		

Bitácora 2.

Lugar: IEM José Celestino Mutis	Fecha: septiembre 05	Aula: 01
Docente: Luz Stella Vega	Curso: 601	Asignatura: Geometría
Tema: Trazos con elementos de la geometría	Bitácora: nº 02	B2

Descripción de la clase:

La clase inicia a las 6:30 a.m. , se llama a lista y se registran tres estudiantes ausentes en la carpeta del monitor, se les pide a los estudiantes que saquen los materiales para la clase, algunos de ellos dicen que cuáles, que no los trajeron, que no se acordaban, se procede a revisar quienes tienen los materiales y que los demás se registrarán en la planilla con 1.0, entonces entre ellos empiezan a solucionar, unos les regalan, les prestan o venden las hojas, les prestan reglas, hasta que ya la mayoría tiene listas las hojas, la regla y el lápiz.

Tres estudiantes, definitivamente no consiguen los materiales, la docente procede a explicar la actividad que se va a realizar, es trazar los elementos vistos en la anterior clase y realizar mediciones con la regla; inicia pidiendo que realicen un margen de 2cm x 2cm, les indica como en el tablero. Los estudiantes inician, aquellos que no tienen los materiales empiezan a generar indisciplina, tiran papeles, sacan celulares para jugar, por lo que la docente les llama la atención, les indica que así sea en el cuaderno, pero que realicen algo.

Mientras tanto otros no logran trazar la margen, no usan bien la regla y han trazado sin tener en cuenta los 2 cm o ha quedado con otra medida, así transcurren 20 minutos; ya tienen lista la margen, se les indica distribuir el espacio en seis espacios, donde quedara representado cada elemento antes visto, se ubica el punto, la recta, semirecta, segmento, rectas paralelas, rectas secantes y perpendiculares, pero se observa que los estudiantes no tienen claras las características de todos los elementos, la docente refuerza y va desarrollando la actividad con ellos en el tablero.

Luego en la segunda hoja, se realiza una plancha aplicando algunos elementos, también trazan margen de 2 cm x 2cm ya lo hacen de una manera más ágil, se solicita repartir el espacio en cuatro partes iguales, en el tablero se indica cómo y en cada espacio se realiza un trazo; por ejemplo en el primero es medir medio cm y trazar líneas paralelas verticales, en el segundo horizontales, en el tercero diagonales y en el cuarto espacio realizar una cuadrícula de medio cm.

Mientras los estudiantes van desarrollando esta actividad, el estudiante Edwin, genera desorden lanzando papeles con un esfero a los demás, el estudiante Daniel saca un paquete de papás y empieza a comer entonces sus compañeros Juliana y Jimmy le piden que les dé; la docente inicia a revisar la anterior actividad y reparte el tiempo entre calificar, orientar la actividad propuesta y llamar la atención.

Mientras califica se encuentra que algunos no llevaron el cuaderno y otros no terminaron, cuando termina de verificar la anterior actividad, sugiere a los estudiantes que agilicen el trabajo, pues algunos están fuera del puesto, les dice a los que no llevaron la actividad anterior que tienen plazo para presentarla en la próxima y que la actividad de hoy deben archivarla en la carpeta, que les dejará un sello de revisado, le solicita una estudiante que coja el sello y a quienes ya hayan terminado o hayan trabajado se los coloque.

Solicita para la próxima clase llevar hojas iris, tijeras, colbón y regla.

Siendo las 7:20 a. m termina la clase.

Reflexión:

En la estructura de la clase se observa que se utiliza siempre la misma, la organización de los estudiantes sigue siendo en el mismo lugar.

Predomina la falta de responsabilidad en los estudiantes en los materiales y tareas asignadas, lo que hace que lleguen a buscar solucionar los materiales necesarios y esto genera que sea menos tiempo el trabajado.

La clase se enfoca en la exposición de la docente y recepción por parte de los estudiantes, poco participan, solo siguen instrucciones, al parecer no les llama la atención el tema.

Bitácora 3.

Lugar: IEM José Celestino Mutis	Fecha: septiembre 19 de 2018	Aula: 01
Docente: Luz Stella Vega	Curso: 601	Asignatura: Geometría
Tema: Clasificación de los triángulos	Bitácora: n°03	B3
<p>Descripción de la clase: Se inicia 6:30 a. ms e mantiene la estructura de la clase.</p> <p>Para esta clase los estudiantes, ya traen de la anterior el concepto de polígono y la clasificación según el número de lados, se les explica que ahora solo se centraran en los triángulos y sus características, se realiza una breve introducción en el tablero con la participación de los estudiantes, se solicita que dibujen diferentes triángulos, algunos estudiantes pasan al tablero y dan ejemplos, se agrupan en dos conjuntos, de acuerdo a la medida de los lados y otro de acuerdo a la medida de sus ángulos; ellos describen los principales atributos, cuando ya se considera que se han descrito, se procede a indicarles que se organicen en grupos de tres o cuatro estudiantes y de acuerdo a una fotocopia que se les entregara deben realizar un mapa conceptual con la clasificación de los triángulos y construir una sopa de letras con las clases de triángulos (escaleno, isósceles, escaleno, rectángulo, acutángulo y obtusángulo), acá se les recuerda los aspectos a tener en cuenta en el mapa conceptual.</p> <p>Los estudiantes se organizan de acuerdo a su afinidad e inician con la actividad. Transcurridos 5 minutos, se observan dos grupos que no están realizando lo indicado, están jugando, han sacado celulares y otros están adelantando cuadernos de otra área (biología), la docente se los quita afirmándoles que sigan el horario, que esa no es la actividad asignada, por lo que les bajara en la nota de la clase, les coloca punto negativo en la planilla.</p> <p>Aunque la mayoría están desarrollando la actividad, se evidencia que tratan es de copiar textual y no extraen las ideas principales, la docente pasa grupo por grupo y les orienta para que la construcción del mapa conceptual sea significativa.</p> <p>Un grupo termina y realiza un adecuado trabajo, se les sugiere que compartan su mapa conceptual en el tablero, mientras tanto suena el timbre y se termina la clase, se les dice que queda de tarea realizar la sopa de letras, solo es construirla y en clase se desarrollará.</p> <p>Reflexión: En esta ocasión se varió un poco el esquema de la clase, se dio espacio a la participación, a conocer los saberes previos de los estudiantes y permitió interactuar entre ellos al darse el espacio de trabajo en grupo.</p> <p>De esta manera se cambió en torno a la disposición de los lugares de cada uno y al ambiente de aprendizaje, ya se dio una variación a los roles tanto del estudiante como de la docente.</p> <p>Se dio uso a materiales diferentes, como fotocopias para que los estudiantes leyeran y sacaran sus propias conclusiones. El hecho de integrar herramientas como el mapa conceptual y la sopa de letras hacen que el estudiante centre más la atención y que sean más comprensibles los conceptos.</p>		

Bitácora 4.

Lugar: IEM José Celestino Mutis	Fecha: Abril 11 de 2019	Aula: 01
Docente: Luz Stella Vega	Curso: 701	Asignatura: Geometría
Tema: Observación del entorno	Bitácora: N° 04	B4
<p>Descripción de la clase:</p> <p>La clase inició a las 8:30 a. m, se verifica asistencia y se procede a explicar la actividad, que consiste en salir y hacer el recorrido por los barrios aledaños al colegio, se dan orientaciones y recomendaciones generales.</p> <p>Se recomienda seguir la guía 01 y registrar todas las observaciones, así mismo ser cuidadosos en el recorrido tanto al pasar las calles como cuidar sus pertenencias.</p> <p>Se procede a organizar los grupos, recomendando que lleven un celular por lo menos por grupo para poder hacer los registros fotográficos y de videos.</p> <p>Se inicia el recorrido por el Norte de la institución, los estudiantes empiezan a realizar los registros y hablar con las personas del sector, siguiendo la guía y las indicaciones de la docente; de esta manera transcurre todo el recorrido, en algunos puntos se hicieron paradas para socializar lo encontrado y dar recomendaciones.</p> <p>Los estudiantes participaron, realizaron el recorrido, siguieron indicaciones e hicieron propuestas de preguntas que quizá no estaban en la guía y para ellos fueron importantes, se interesaron por entrar a los establecimientos comerciales y preguntar por los precios de las frutas, así mismo por preguntarle a la gente sus gustos por las frutas y si ellos se han detenido a mirar las formas de estas; otros fueron más allá buscando información sobre el cuidado del medio ambiente, haciendo que la gente propusiera acciones de cuidado.</p> <p>Así transcurrió el recorrido y la clase, se regresó a la institución a las 10:20, se reunieron en el aula de clase, se hizo una autoevaluación de la actividad y se solicitó llevar pliegos de papel bond y demás materiales para realizar el ejercicio de poligrafía social en la siguiente clase para socializar toda la información recolectada.</p> <p>Reflexión:</p> <p>Los estudiantes estuvieron motivados al cambiar de ambiente de aprendizaje y salir del aula de clase, en esta actividad se observaron más activos y disciplinados.</p> <p>El empleo de otros espacios extra- matemáticos, hace que se apropien de una manera significativa de los conceptos y se apliquen saberes previos, además que se conozcan otras habilidades de los estudiantes, en este caso habilidad para comunicarse con los demás, para realizar las entrevistas y recopilar la información.</p> <p>Esto conlleva a realizar comparativos entre los precios de los productos en los diferentes establecimientos y hacerse preguntas acerca de esta variación y generar hipótesis del porqué ocurre esto y que influye.</p> <p>Se permitió la transversalidad de las matemáticas con las demás áreas, realizaron creaciones artísticas, redactaron textos, generaron esquemas para resumir la información, entre otras cosas.</p> <p>Con esta actividad se generó una aproximación a la modelación matemática a partir de contextos reales.</p> <p>Se parte de intereses de los estudiantes y de la apropiación de su entorno.</p>		

Bitácora 5.

Lugar: IEM José Celestino Mutis	Fecha: 12 DE Abril de 2019	Aula: 13
Docente: Luz Stella Vega	Curso: 701	Asignatura: Geometría
Tema: Representación de figuras en Geogebra	Bitácora: N° 05	B5
<p>Descripción de la clase:</p> <p>La clase inicio a las 6.30 a.m. en el aula de informática, ya previamente se le había pedido permiso a la docente que orienta esta área,</p> <p>Los estudiantes se organizaron por grupos de acuerdo a las frutas escogidas, la docente investigadora inicia con la clase dirigida, orientándoles el ingreso a Paint y Geogebra, según la guía dos, durante cerca de una hora se exploran las herramientas de dichas aplicaciones y se orienta acerca de la función de varias de esas herramientas y como nos podrían servir en los procesos de representación de los polígonos y patrones geométricos encontrados en las frutas observadas. Aquí se encuentra que los estudiantes ya manejan con facilidad las herramientas de Paint, se profundiza entonces en Geogebra y se les sugiere a quienes tienen dispositivos móviles descargarla en casa.</p> <p>Después de que se ha explorado se procede a representar los polígonos observados en algunas de las frutas, algunos escogen Paint para modelizar la estructura interna de la naranja, la fresa y la cáscara de la piña.</p> <p>A medida que lo iban logrando le informan a la docente y se observa en ellos expresión de satisfacción y motivación, a la vez que van expresando sus ideas, por ejemplo un estudiante manifiesta <i>“que chévere trabajar Geometría en otro espacio, como esta sala de informática, yo no sabía que existía ese programa para hacer tantas figuras y aprender los polígonos”</i>.</p> <p>Otro estudiante, expresó <i>“ Nosotros solo empleábamos Paint, para hacer dibujos libres y trazábamos figuras, pero no había pensado que en las frutas estuvieran presentes estos polígonos y que además se convirtieran en esos patrones repetitivos”</i></p> <p>Así transcurrió la clase y cada grupo encontraba la forma de representar su fruta desde lo que habían visualizado.</p> <p>Reflexión:</p> <p>El cambio de ambiente de aprendizaje motivó a los estudiantes, les permitió trabajar de manera transversal áreas como la informática y la Geometría; el uso de la aplicación Geogebra fue un recurso didáctico que mostró como la tecnología facilita algunos procesos si se usa de manera adecuada.</p> <p>La actividad permitió llevar una situación real como lo fueron las frutas y que los estudiantes antes no se habían detenido a observar de manera matemática, a una forma de matematización.</p> <p>Con el desarrollo de esta actividad se logró llegar a un aprendizaje significativo acerca de los polígonos y los respectivos patrones Geométricos que hay en las frutas, por otro lado se fue cerrando la brecha existente entre el contexto y el trabajo en el aula de clase.</p>		

Bitácora 6.

Lugar: IEM José Celestino Mutis	Fecha: 23 de Abril de 2019	Aula: 01
Docente: Luz Stella Vega	Curso: 701	Asignatura: Geometría
Tema: Modelación de patrones	Bitácora: N° 06	B 6
<p>Descripción de la clase:</p> <p>La Clase inició a las 6.30 am en la sala de informática, los estudiantes ya sin necesidad de que la docente les sugiriera ingresar en orden lo hicieron se organizaron por grupos e iniciaron de manera autónoma el trabajo en Geogebra.</p> <p>La docente explico de manera general los aspectos que se iban a tener en cuenta de acuerdo a las fotografías que se habían tomado, que ellos ya las llevaban en memorias.</p> <p>Se retoma la actividad anterior y se explica que a partir de esos polígonos se forman secuencias geométricas en las estructuras de las frutas, que conservan sus características.</p> <p>Cada grupo ingreso a Geogebra y esquematizó la estructura interna de las frutas, algunos estudiantes llevaban la aplicación descargada en sus celulares, lo cual favoreció el trabajo y permitió que pudieran explorar más.</p> <p>A medida que iban encontrando las secuencias, se acercaban o llamaban a la docente para mostrar; un estudiante manifestó: “ <i>Por medio de Geogebra representamos las características internas de la naranja y encontramos que la forman varios triángulos que son equiláteros</i>” otro estudiante complementó “<i>Por ejemplo a su vez esos triángulos forman un hexágono con todos sus lado iguales, es decir es regular</i>”.</p> <p>Mientras tanto en otro grupo una estudiante con su celular encontró y expresó “<i>profe esos triángulos que forman la naranja en su parte interna a su vez están dentro de una circunferencia</i>”</p> <p>De este modo transcurrió la clase, cada grupo trabajo sobre las fotografías que habían tomado previamente y fueron encontrando características y patrones que están en esas frutas.</p> <p>Reflexión:</p> <p>El uso de las herramientas tecnológicas se ha convertido en un mediador del aprendizaje en los estudiantes, así mismo ha facilitado las relaciones entre estudiantes y entre estudiante – docente, ya no se inicia la clase a los gritos, ni con una serie de llamados e instrucciones, sino que los estudiantes han desarrollado autonomía y creatividad en su proceso de aprendizaje, la disposición de ellos para la clase es mejor.</p> <p>Los estudiantes realizan procesos de esquematización con facilidad y a partir de ellos extraen conclusiones, es decir que la visualización favorece su aprendizaje y comprensión.</p> <p>La modelación no sólo ha sido una estrategia sino una herramienta didáctica para la comprensión de la geometría, el contexto sigue siendo un aliado fundamental.</p>		

Bitácora 7.

Lugar: IEM José Celestino Mutis	Fecha: 26 de abril	Aula: 09
Docente: Luz Stella Vega	Curso: 601	Asignatura: Geometría
Tema: Modelación de patrones	Bitácora: N° 07	B 7
<p>Descripción de la clase:</p> <p>La clase se inicia a las 9.30 a.m, para esta clase se han solicitado unas Tablets prestadas a los docentes de oras áreas, se presenta la dificultad que en el aula de clase no hay suficiente toma corrientes y las tablets sólo funcionan si están constantemente conectadas para estar cargando.</p> <p>Sin embargo la docente ha conseguido así mismo algunas extensiones y estabilizadores que ayudan a realizar el trabajo; los estudiantes se organizan en grupos se observan ansiosos por el uso de este recurso, pues algunos manifiestan no sabían que en la Institución se contaba con estos materiales.</p> <p>La docente les explica que son Tablets del colegio, sin embargo que presentan la dificultad para trabajar, pero que hay también está la herramienta de Geogebra, los estudiantes exploran e inician a realizar representaciones de los aspectos geométricos de las frutas, los estudiantes con mayor facilidad en el manejo de la herramienta ayudan a orientar a los otros.</p> <p>Para este caso, la docente explica las herramientas de rotación y construcción de Homotecias, a partir de la exploración y la actividad guiada los estudiantes van comprendiendo el significado de estos conceptos.</p> <p>Después de las indicaciones de la docente, cada grupo representa el principal polígono de algunas frutas, la mayoría de grupos se inclinan por el triángulo de la naranja y luego lo exponen ante el resto del grupo.</p> <p>Durante el desarrollo de la clase los estudiantes se observan concentrados y atentos.</p> <p>Un estudiante manifiesta <i>“qué bueno, que en la institución tengamos Tablets para trabajar estos temas, así comprendemos más y además compartimos con los compañeros”</i></p> <p>Luego otro estudiante se acerca y expresa <i>“Sería bueno que en todos los salones tuviéramos tablets y las suficientes toma corrientes, este trabajo es muy interesante, algo tan real como una fruta la estamos plasmado en una Tablet, no imagine que esto fuera Geometría, está muy divertido”</i></p> <p>Reflexión:</p> <p>El uso de diferentes recursos tecnológicos favorece el ambiente de aprendizaje y contribuye a mantener al estudiante motivado, por otro lado contribuye al trabajo cooperativo, ya no sólo es la docente quién explica los estudiantes con habilidades para la tecnología apoyan a los demás.</p> <p>Cada vez se hace más cercano a la realidad el proceso de modelización, por parte de los estudiantes y redescubren características y patrones Geométricos en el entorno.</p>		

Anexo 2. Encuesta

ENCUESTA: APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

1. En la institución, el tiempo dedicado a aprender geometría es:
Muy poco ___ Poco ___ Suficiente ___ Demasiado ___
2. ¿En la institución hay suficientes recursos para el aprendizaje de la geometría?
Sí ___ No ___
3. La clase de geometría se desarrolla, basada principalmente en:
La teoría ___ La explicación del docente ___ La práctica ___
Participación de los estudiantes ___ La resolución de ejercicios ___
4. La clase de geometría tiene en cuenta aspectos cotidianos:
Sí ___ No ___
5. La evaluación de geometría se enfoca en:
La práctica ___ El proceso ___ Resultados de operaciones ___
Contenidos vistos ___
6. ¿Le gusta aprender geometría?
Nada ___ Poco ___ Bastante ___ Demasiado ___
7. Para usted aprender geometría es...
Muy útil ___ Muy difícil ___ Interesante ___ Una forma de razonar ___
Muy fácil ___ Una pérdida de tiempo ___ Muy aburrido ___
8. ¿Cómo le gustaría aprender geometría?

Anexo 3. Guía 1: “Recorro mi entorno y lo represento”

INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ CELESTINO MUTIS

GUÍA 1: “Recorro mi entorno y lo represento”

Integrantes: _____

1. Organizar grupos de cuatro estudiantes, realizar el recorrido guiado, observar muy bien.
2. Describir todo lo observado, aspectos físicos, sociales, ambientales y económicos.

FISICOS	SOCIALES	AMBIENTALES	ECONÓMICOS
a) Elementos naturales sin la intervención del hombre: b) Relieve c) Flora d) Fauna	a) Elementos en los que ha intervenido el hombre. b) Organización de las viviendas. c) Instituciones Educativas d) Servicio de salud e) Servicio de transporte f) Características de la población.	a) Organización de los recursos naturales. b) Disposición de los residuos. c) Qué tipo de residuos se observan. d) Cada cuánto pasa el carro recolector. e) Problemas ambientales	a) En qué trabaja la comunidad. b) Tipos de negocios. c) Escoger un negocio e indagar los precios de sus principales productos. d) Negocios que comercializan frutas y verduras. E) Manejo que le dan a los sobrantes (lo desperdician o aprovechan) cómo?

3. Escoger una planta, verdura o fruta fotografiarla. Describir las características que posee.

Nombre y dibujo de la planta, verdura o fruta	Características	Aspectos matemáticos y geométricos de la planta

4. Entrevistar a una persona (abuelo, papá, comerciante, mamá, entre otro) acerca de las frutas: Con qué frecuencia consume frutas, cuales son las preferidas, se ha detenido a observar sus formas, qué otros usos les da a las frutas en su hogar, entre otras.

5. Plantear 3 interrogantes sobre el recorrido, que se puedan resolver desde el área la geometría y/o las matemáticas.

6. Cada estudiante en una hoja tamaño oficio o medio pliego de papel bond, realizará la representación y análisis del recorrido.

7. Describir brevemente, cómo les pareció la actividad y que observaciones darían para una próxima.


Anexo 4. Guía “Con mi territorio aprendo comandos básicos de GeoGebra”

INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ CELESTINO MUTIS

GUIA 2: CON MI TERRITORIO APRENDO COMANDOS BÁSICOS DE GEOGEBRA

De acuerdo a la fruta seleccionada se representarán los principales elementos geométricos encontrados en ella, haciendo uso del software Geogebra, en la primera sesión se hará un reconocimiento de las principales herramientas que este software brinda.

ACTIVIDADES:

1. Al abrir GeoGebra  aparece una ventana, como la siguiente:



En la parte superior se encuentran las principales herramientas, por el que se realizará un recorrido y exploración previa.



2. a) Dibujando puntos, segmentos, ángulos y círculos.

- Ubicar los puntos A, B, C, D en distintos sectores de la zona de gráfica.
- Ubicar los puntos E, F y unirlos con un segmento
- Haciendo uso de la herramienta polígono trazar un triángulo, un cuadrilátero, un pentágono y un hexágono.

b) Abra una nueva ventana (en el menú archivo) y dibuje:

- Ubicar un segmento de 6 unidades.

- Trazar una recta perpendicular al anterior segmento
- Trazar una recta paralela a la anterior.

c) Abra una nueva ventana (en el menú archivo) y dibuje:

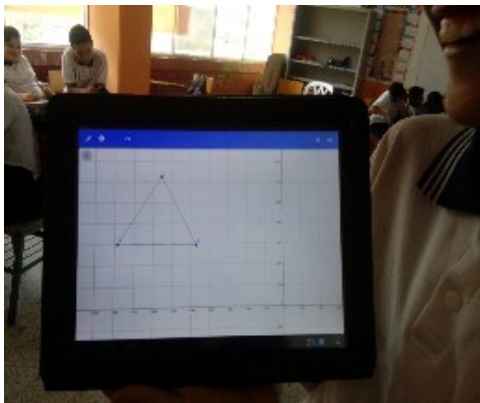
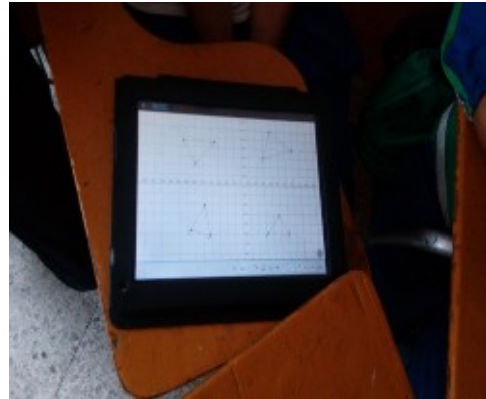
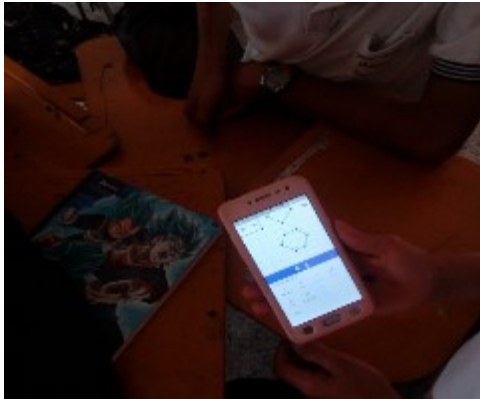
- Utilizando diferentes polígonos armar una figura creativa compuesta.
- Utilizando diversas herramientas armar una casa.

Anexo 5. Diseño de la Unidad Didáctica

UNIDAD DIDÁCTICA	
	Adaptado de Tabares Serna (2010) y (TC) computational thinking
Nombre:	El aprendizaje de la geometría plana a través de la modelación de patrones de la naturaleza, con estudiantes de grado séptimo en la institución José Celestino Mutis del municipio de Fusagasugá
	Esta unidad didáctica está dirigida a estudiantes entre 12 y 14 años de edad quienes cursan grado séptimo (7-1) de educación básica secundaria en la Institución José Celestino Mutis. El tiempo estimado para abordar la temática es de 10 horas presenciales, dentro del horario habitual de clase de Matemáticas y 5 horas de trabajo extra clase (investigación, tareas, producciones...) por parte de los estudiantes, buscando de esta forma el desarrollo de competencias propias del área de matemáticas y la asignatura de Geometría enfocadas hacia el cuidado del medio ambiente y uso de diferentes herramientas
Competencias a desarrollar	Indagación y solución de problemas Elementos geométricos y Patrones en la naturaleza Caracterización y análisis de patrones geométricos Uso de Paint y Geogebra
CONTENIDOS	
Cognitivo	Patrones geométricos presentes en la naturaleza. Características de los polígonos. Polígonos presentes en frutas y usos de las mismas Análisis de situaciones del contexto.
Procedimental	Descripción de los patrones geométricos presentes en la naturaleza Implementación de estrategias y prácticas del cuidado en los hábitos alimenticios. Representación de patrones geométricos y análisis de problemas del contexto. Construcción de mapa del entorno de la institución, a partir de la poligrafía social. Realización de una representación en Geogebra de los cortes de laguna frutas y plantas encontradas en el entorno
Actitudinal	Sensibilización sobre la importancia del cuidado de los recursos naturales. Valoración, cuidado y aprovechamiento de las frutas. Cuidado de herramientas tecnológicas y trabajo colaborativo. Reconocer la importancia del contexto en relación con la geometría.
INDICADORES DE COMPETENCIA	
Cognitivo	Reconoce patrones geométricos presentes en la naturaleza. Determina las principales características de los polígonos Reconoce actividades del hombre, mal enfocadas, sobre el uso y aprovechamiento de las plantas y frutas Conceptualiza la geometría como herramienta a través de la cual se puede representar información en relación al entorno Analiza y explica características de su entorno mediante el uso de elementos de la geometría.
Procedimental	Representa patrones geométricos de la naturaleza. Utiliza la geometría para explicar características del entorno Describe las problemáticas principales de su entorno. Propone soluciones a situaciones problema con relación al uso de las plantas y frutas.

UNIDAD DIDÁCTICA	
	Realiza una representación de los patrones geométricos presentes en el contexto.
Actitudinal	Se preocupa por cuidar los recursos naturales presentes en su entorno Reflexiona sobre la importancia de las plantas y frutas en la vida diaria. Desarrolla habilidades para el trabajo en equipo partiendo de la observación de su entorno. Resuelve situaciones problema con relación a la aplicación de la geometría Usa la geometría para explicar características del entorno
Actividades	En el desarrollo de la UD se elaboraron actividades guiadas a la formación del estudiante hacia el cuidado del agua por medio del aprendizaje de la estadística. A través del desarrollo de las mismas el estudiante debe revelar actitudes positivas frente al cuidado del agua. De acuerdo con el concepto de UD y ciclo de aprendizaje propuesto por Jorba & Sanmartí (1996) referenciado en el marco teórico de este trabajo y acorde con el Modelo Pedagógico holístico que hace referencia a los aprendizajes desde aprender a ser para aprender a aprender y aprender a hacer; las actividades a desarrollar son las siguientes:
1. Actividades de exploración:	Aplicación de una escala sobre la percepción de la clase de geometría; esto con el fin de indagar acerca de las prácticas de enseñanza-aprendizaje. Así mismo se realizó una salida a observar el entorno, que permitió reconocer en él elementos y patrones geométricos. Por otro lado permitió analizar algunas problemáticas sociales, ambientales y económicas. Integrando la tecnología se usan herramientas como Paint en las que se esquematizan elementos geométricos de las frutas, y Geogebra que se inicia con la exploración de las herramientas, según la guía 2, luego en ellas se moldean geoméricamente los hallazgos de la observación.
2. Actividades de introducción de los nuevos conocimientos:	La salida a observar el entorno, se organizó en grupos de tres y cuatro estudiantes, fue guiada por la docente para evidenciar elementos geométricos y poder analizarlos. Esquematización y representación del recorrido mediante la construcción de una poligrafía social, luego se expone y con apoyo de herramientas tecnológicas como Paint y Geogebra, plasmar una representación de los elementos geométricos observados en las frutas.
3. Actividades de estructuración y síntesis de los nuevos conocimientos:	En grupos de estudiantes se orienta para representar el modelo de patrón mediante Geogebra y a través de la representación en trazos manuales de mosaicos con los principales polígonos vistos. Los estudiantes descomponen la situación observada y señalan las principales características de los elementos encontrados, aplican conceptos como traslación y semejanza
4. Actividades de aplicación de los conocimientos adquiridos:	Los estudiantes aplican en diversas situaciones términos como polígonos, patrón geométrico, traslación y semejanza; elaborando representaciones y mosaicos
EVALUACIÓN	
Antes	Se realiza observación y se indaga por la percepción acerca de la geometría.
Durante	En la realización, participación y desarrollo de las actividades propuestas.
Después	Se evidenciará en el alcance de los logros al final del proceso.

Anexo 6. Actividades de exploración en GeoGebra



Anexo 7: Actividades de introducción de los nuevos conocimientos

Recorrido guiado por el sector donde se ubica la institución



Representación del recorrido- poligrafía social

